2008

LaSalleOnLine INGENIERÍAS

Teoría de Antenas

Guía de estudio

Jaume Anguera y Antonio Pérez



LA SALLE
ENGINYERIA I ARQUITECTURA
Universitat Ramon Llull

Créditos

- **Autor:** Jaume Anguera y Antonio Pérez
- **Editor:** Lluís Vicent
- **Coordinación lingüística:** Sara Laso
- **Maquetación:** Víctor Miras

Índice

Nota:
El presente libro se amplía y revisa curso tras curso. Hay muchas cosas que se pueden mejorar y detallar. Agracemos vuestros comentarios mediante correo electrónico a:
jaumean@salle.url.edu.

Muchas gracias,
Los autores
Septiembre 2008

Sobre los autores



Jaume Anguera nació en Vinaròs, España, en 1972. Recibió el título de Ingeniero Técnico en Sistemas Electrónicos y de Ingeniero Superior en Electrónica ambos por la Universidad Ramón Llull (URL), Barcelona. Recibió, asimismo, el título de Ingeniero Superior de Telecomunicación y Doctor Ingeniero de Telecomunicación ambos por la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona. Su tesis doctoral recibió la máxima calificación: excelente cum-laude.

De 1997 a 1999, fue investigador del grupo de Ingeniería Electromagnética y Fotónica del Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la UPC. En 1999 fue Investigador en Sistemas Radiantes, Madrid dónde estuvo involucrado en el diseño de antenas para comunicaciones móviles. Ese mismo año se vincula en el Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones de la URL donde imparte la asignatura de Antenas.

Desde el año 1999 está vinculado con Fractus, dónde ocupa la posición de I&D Manager. En Fractus ha liderado proyectos de diseño de antenas en el ámbito de la telefonía móvil celular (antenas de estación base y antenas por terminales móviles), automoción, sector militar. Sus intereses de investigación incluyen: diseño de antenas miniatura multibanda, arrays microstrip y arquitecturas de alimentación, optimización de diagramas mediante algoritmos genéticos, antenas impresas muy directivas, dosimetría electromagnética, sistemas de diversidad y aplicación de la geometría fractal al diseño de antenas. El 2003-2004 trabajó en Seúl (República de Corea del Sur) donde estuvo liderando el diseño de antenas miniatura y multibanda para aplicaciones móviles, y gestionó el inicio de la parte tecnológica de la oficina de Fractus en Corea. En Corea ha estado ligado a varios proyectos de Fractus con empresas coreanas como por ejemplo Samsung, LG, Pantech-Curitel entre otros. Fruto de su experiencia en Corea ha publicado más de 35 relatos de vida y costumbres coreanos.

Es autor/coautor de 54 patentes concedidas y 83 solicitudes de patente sobre antenas inspiradas en la geometría fractal y antenas miniatura y multibanda para dispositivos de comunicación móvil, muchas de las cuales han estado licenciadas a grandes empresas multinacionales. Es autor de más de 160 publicaciones en revistas científicas, congresos nacionales e internacionales y ha dirigido más de 60 proyectos final de carrera.

El Dr. Anguera fue miembro del equipo fractal que el año 1998 recibió el European Information Technology Grand Prize por parte del “European Council for the Applied Science an Engineering and the European Commission" por su contribución a "Fractal-shaped antenna application to cellular telephony". Fue finalista a la mejor tesis doctoral en 2003 ("Fractal and BroadBand Techniques on Miniature, Multifrequency, and High-Directivity Microstrip Patch Antennas") en UMTS, premio otorgado por Telefónica Móviles España. En 2004, recibió el premio a la mejor tesis doctoral en Redes y Servicios de Banda Ancha otorgado por el Colegio Oficial de Ingenieros de Telecomunicación y por la empresa ONO. El mismo año recibe el "New Faces of Engineering 2004" (IEEE, IEEE Foundation). A nivel de grupo de investigación en Fractus ha recibido el *Technology Pioneer* distinción concedida por el *World Economic*

Forum en el 2005. En el 2011 recibe el “Alé Vinarossenc” otorgado por la Fundació Caixa Vinaròs.

El Dr. Anguera es revisor en las siguientes revistas científicas: IEEE Transaction on Antennas and Propagation, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE Antennas and Propagation Magazine, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, IEE Electronics Letters, ETRI Journal (Electronics and Telecommunications Research Institute, South Korea), PIER (Progress in Electromagnetic Research) así como de varios congresos nacionales e internacionales. Editor invitdo en International Journal of Antennas and Propagation. Miembro del consejo editorial de International Journal of Engineering & Technology y de Scientific World Journal. Es editor-in-chief en Scientific & Academic Publishing en la sección de Electrical and Electronic Engineering.

Ha ejercido de "session chair" y ha estado en el comité científico de varios congresos del área de antenas y propagación electromagnética.

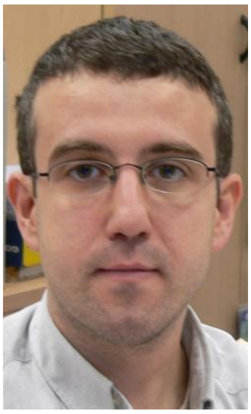
Ha participado en 12 proyectos nacionales del Ministerio de Ciencia y Tecnología y de ACC10 (Generalitat de Catalunya) algunos de ellos como investigador principal.

Es *senior member* IEEE (sección de Antennas and Propagation).

Desde 2005 dirige proyectos de investigación sobre antenas pequeñas y multibanda para dispositivos móviles en el marco de Colaboración entre el Depto. de Electrónica y Telecomunicaciones de la URL y en la empresa de tecnología Fractus. Los estudiantes que han elaborado sus trabajos dentro de este marco han sido galardonados con premios a los mejores trabajos de fin de carrera otorgados por el Colegio Oficial de Ingenieros de Telecomunicación (COIT), por el Colegio Oficial de Ingenieros Técnicos de Telecomunicación (CITT), y por el programa Arquímedes del Ministerio de Ciencia e Innovación.

Su curriculum-vitae aparece en *Who'sWho in the World*, *Who'sWho in Science and Engineering, Who'sWho in Emerging Leaders* y en *2000 Outstanding Intellectuals of the 21st century* (International Biographical Centre).

Más información sobre el autor en: **http://web.salle.url.edu/~jaumean/**



Antonio Pérez nació en Barcelona, en 1976. Recibió el título de Ingeniero Técnico en 1999, Ingeniero Superior en Electrónica, en 2001; Ingeniero Superior de Telecomunicación en 2003 y Doctor en Electrónica por la Universidad Ramon Llull (URL) en 2008. Su tesis doctoral recibió la máxima calificación: excelente cum-laude. En 2003 cursa el Master in Project Management y en 2011 el Master in Business Administration.

Es miembro del Departamento de Comunicaciones y Teoría de la Señal de Ingeniería y Arquitectura La Salle desde el año 2000. Aquí se forma como técnico de proyectos del Laboratorio de Comunicaciones y Compatibilidad Electromagnética La Salle (LabCOM). Posteriormente, en 2002, pasa a ser coordinador y jefe de proyectos de dicha Área de Transferencia de Tecnología. En el año 2006 es Director de Calidad de Transferencia de Tecnología La Salle y en 2008 forma parte del Área de Calidad de La Salle Campus Barcelona.

Desde el año 2002 es miembro del Grupo de Investigación en Electromagnetismo y Comunicaciones de la Escuela Técnica Superior de Electrónica e Informática La Salle (Universitat Ramon Llull), el cual es Grupo de Investigación Consolidado. Desde 2003 es miembro de la sociedad "Electromagnetic Compatibility Society (Institute of Electrical and Electronics Engineers IEEE) " y de "IEEE Spanish EMC Chapter". Ha participado en cuatro proyectos CICYT concedidos por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, y ha colaborado indirectamente en otros dos. De estos proyectos surge la tesis doctoral basada en la "caracterización multimodal de filtros de red y equipos electrónicos". Es autor de una veintena de publicaciones en revistas y congresos de reconocido prestigio.

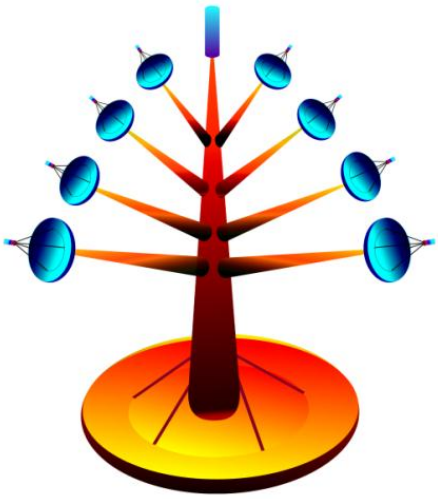
Desde el año 2000 ha impartido clases de antenas, medidas electrónicas, prácticas de compatibilidad electromagnética, cálculo numérico y sistemas de gestión de la calidad. Ha dirigido una veintena proyectos de final de carrera.

Agradecimientos

Los autores quieren expresar su sincero agradecimiento:

- A los alumnos de ingeniería de Telecomunicación y Electrónica de la Universidad Ramón Llull que desde el año 1999 han cursado antenas y que con sus aportaciones han hecho posible una gran mejora en el presente libro.
- A la empresa de tecnología Fractus en Barcelona, por poder contar con su laboratorio de antenas para la obtención de algunos de los resultados aquí incluidos. Asimismo, por la cesión de material gráfico.
- A la Dr. Marta Martínez del Department of Antennas & ME Modelling, IMST Kamp-Lintfort, Alemania, por el material sobre arrays (agrupaciones de antenas) microstrip.
- Al Dr. Jian X. Zheng de la empresa Zeland, Fremont, USA por la cesión de resultados de simulación electromagnética.
- A los profesores Carlos del Río y Jorge Teniente del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Pública de Navarra, por la cesión de material sobre bocinas.
- Al profesor Jean-Pierre Daniel de la empresa Advanten de Rennes, Francia, por la cesión de material sobre antenas fabricadas con esponjas metalizadas.
- Al profesor Salvador González, del Departamento de Electromagnetismo y Física de la Materia de la facultad de física de la Universidad de Granada por el material sobre radiación de lentes y análisis temporal de la radiación.
- A la empresa FEKO por la cesión de material sobre radiación en estructuras complejas.
- A Ernest Cid de la empresa WaveControl de Barcelona, por el material sobre bocinas en sistemas de medida.
- A Ramiro Quintero, Alfonso Sanz, Enrique Martínez de la empresa FICOSA International, Advanced Communications BU por el material sobre antenas integradas en coches.
- Al profesor Sungtek Kahng del Dept. of Information & Telecommunication Engineering de la universidad de Incheon, Corea del Sud por antenas con metamateriales.
- Al profesor David A. Sánchez del Dept. Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Cartagena i de la empresa EMite Ing, Murcia por el material sobre cámaras reverberantes.
- A la empresa Spinner GmbH por el material sobre conectores y líneas de transmisión
- Al Dr. Pavel Miškovský del CTTC (Centre Tecnològic de Telecomunicacions de Catalunya), Castelldefels por la cesión sobre método de medida de eficiencia.
- Al Dr. Edouard Rozan de l’empresa Wireless BCN, Barcelona per la cesión sobre material de antenas Yagi-Uda
- A María del Mar Miñana de la empresa Schmid & Partner Engineering AG en Suiza por la cesión de material sobre simulación Semcad y medidor de SAR
- Al profesor Stuart A. Long de University of Houston, Texas, USA, por su cesión de material de antenas dieléctricas
- A la investigadora J.Jayasinghe del Department of Electronics, Wayamba University of Sri Lanka por la cesión de material sobre antenas genéticas
- Al Dr. Francisco Cortés e Ismael Bel de la empresa Telnet, Zaragoza por la cesión de material sobre sistema de medida compacto

- Al artista Santiago Martínez Peral, Madrid, por su concepción del logotipo de la Universidad Ramon Llull transformado en fuente radiante de conocimiento y a la vez receptora de las necesidades de la sociedad.
- Al profesor Lluís Vicent por el apoyo y el empuje para que estos apuntes contaran con toda la ayuda necesaria.
- A Sara Laso y Marc Segarra por su ayuda en la corrección del lenguaje y maquetación del documento.
- Al apoyo de los miembros del GRECO (Grupo de Investigación en Electrónica y Comunicaciones) de la URL.



El árbol de la ciencia, transmisor del conocimiento hacia la sociedad y receptor de sus necesidades. Dibujo gentileza del artista y pintor Santiago Martínez Peral, Madrid 2008, realizado expresamente para esta edición.

Prólogo

Cuando se me pidió hacer este prólogo, me di cuenta de lo que representaba y me hizo sentir una doble satisfacción. Primero, al ver que se trata de uno de los pocos libros de teoría de antenas escritos en lengua catalana*. Segundo, al comprobar que no soy el único nacido en Vinaròs a quien le interesa esta rama de la tecnología.

La experiencia de Jaume en el campo de las antenas en tecnología plana y, particularmente, en las antenas basadas en fractales, es bien conocida por todos los que trabajamos en este campo. Este hecho hace que el libro esté escrito con un buen equilibrio entre los conocimientos prácticos de antenas y los fundamentos fisicomatemáticos de la teoría de antenas.

Trata buena parte de los tipos de antenas que necesita un ingeniero de telecomunicaciones en su actividad profesional con la virtud añadida de aportar una visión histórica ilustrada con fotografías de los inventores y de las antenas desarrolladas.

Es más, a lo largo de todo el libro se emplean dibujos e imágenes muy bien elegidos que ayudan a una mejor comprensión de los temas que se están debatiendo.

El libro dedica una introducción para describir qué son las antenas y sus aplicaciones en nuestro tiempo. Muy acertado y bien ilustrado, deja una idea clara de lo que le espera al estudiante que se adentre en este campo.

A continuación introduce la antena como elemento de un sistema y sus parámetros fundamentales como la ganancia, directividad, impedancia, etc., que resultan comunes a todo tipo de antenas. Se diferencia entre la antena en transmisión y en recepción. En este capítulo se hace un gran esfuerzo para lograr que los estudiantes entiendan a la perfección estos conceptos que son muy sencillos y, simultáneamente, esenciales.

Seguidamente, encontramos un capítulo sobre fundamentos de radiación donde se expone la base fisicomatemática de la radiación electromagnética sin rehuir de la compleja teoría electromagnética. Después se introducen los dipolos, la espira, el efecto de tierra, la carga de la antena, la autoimpedancia y sus efectos mutuos, y los sistemas de alimentación de las antenas.

A continuación, se presenta el maravilloso tema de las agrupaciones de antenas: es decir, cómo se puede obtener una excelente antena jugando con interferencias consecutivas y destructivas de un conjunto de antenas de pocas prestaciones. Hoy, buena parte de las antenas de radar avanzado se basan en estos conceptos.

Las antenas de apertura nos muestran el principio de Huygens – Fresnel y la teoría de la difracción. Sus aplicaciones en bocinas, los reflectores y lentes resultan sus exponentes y nos permiten adentrarnos en la cuasi-óptica: el reino entre las microondas y la óptica, hoy en día llamado rango del terahercio. También hay lugar para los dieléctricos artificiales que se introdujeron en los años cuarenta del siglo pasado y que hoy en día permiten obtener índices efectivos de refracción negativos, los llamados metamateriales.

*NdT: Este documento es una traducción al castellano de la Guía de “Teoria d’Antenes”, de Jaume Anguera, redactada en lengua catalana.

Finalmente, el libro termina con una introducción a las antenas de banda ancha y a las que son independientes a la frecuencia.
Quiero acabar deseando mucho éxito a la iniciativa de hacer un libro de antenas y animando a los autores a continuar esta tarea escribiendo nuevas obras.

Màrius Sorolla Ayza
Catedrático de Universidad
Laboratorio de Ondas Milimétricas y Terahercio
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Universidad Pública de Navarra

Sesión 1: Introducción a las antenas

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración:** 1 hora
- **Dedicación:** 1 hora

OBJETIVOS

El objetivo de esta sesión es ubicar el papel del ingeniero dentro del mundo de las antenas y tener una visión global de los contenidos analizados a lo largo del curso.

CONTENIDOS

En esta sesión se presenta el papel del ingeniero en el campo de las antenas, definiremos antena y veremos qué tipos de antenas estudiaremos a lo largo del curso. Detallaremos qué herramientas matemáticas existen para el análisis y la síntesis de antenas y, finalmente, explicaremos el estado del arte.

1. Introducción a las antenas

1.1. El papel del ingeniero en las antenas

Teléfonos móviles, ordenadores con conexión *wireless*, *headset*s, libros electrónicos, edificios inteligentes, aparatos médicos *wireless*, cámaras *wireless*, son algunos ejemplos de nuestra realidad sin hilos. Esta realidad le está otorgando a la antena un protagonismo y una responsabilidad nunca pensada. Es por tanto necesario que un ingeniero de telecomunicación/electrónico tenga nociones básicas conjugadas con algunas dosis más específicas de antenas para tal de poder saber y entender cómo la antena de un sistema podrá realizar correctamente sus funciones.

El contenido de la asignatura está pensado tanto para aquellos ingenieros que se dedicarán al campo del diseño de antenas como a aquellos en que la antena será una parte de un sistema. En el primer caso, la asignatura permite introducirse en un vasto campo. Los conceptos aquí estudiados servirán para irse abriendo paso en fases más complejas de diseño de antenas. El perfil de este tipo de ingenieros es creatividad i con una base tecnológica/científica muy amplia. Los ingenieros más creativos son piezas clave en empresas de base tecnológica donde los activos de la empresa son aparte del producto, la propiedad intelectual como el caso de las patentes. En este campo, los ingenieros tienen el rol relevante de la creación del *portfolio* de patentes de la empresa en el papel de inventores de nuevas tecnologías y técnicas de antenas.
En el segundo caso, los conocimientos de antenas servirán al ingeniero de sistemas entender las características generales, ventajas y limitaciones de la antena y poder optimizar (ej: funcionamiento, integración, costes) una parte enormemente transcendente de la cadena de un sistema de telecomunicación. Y es que las antenas en su vertiente de producto llevan inherente otros aspectos que el ingeniero ha de tener en cuenta: robustez y estabilidad mecánica, materiales ligeros con pocas pérdidas, costes competitivos, facilidad de integración, entre otros aspectos.

Un ingeniero tanto de investigación, de diseño de producto como uno de sistema han de saber qué instrumental existe para la caracterización de las antenas. En el presente libro se explican diversos sistemas de medida que ayudarán a complementar la formación del ingeniero que esté vinculado en este campo.

El libro recoge de forma muy lacónica algunos apuntes históricos con personajes que han realizado importantes aportaciones. El objetivo no es sólo ubicar en el tiempo los principales acontecimientos, sino subrayar que antes que nosotros muchos físicos/ingenieros se han encontrado con problemas que han resuelto y que pueden servir de referencia. Es importante por tanto documentarse (patentes, artículos científicos, libros). La buena noticia es que a pesar del recorrido de las antenas, quedan muchos retos y nuevos problemas para resolver hecho que aumenta el atractivo de este mundo de las antenas en beneficio de la sociedad.

1.2. Definición de antena

Las ecuaciones de Maxwell relacionan los campos eléctricos y magnéticos con las cargas y corrientes que los crean. La solución a las ecuaciones da lugar a formas de onda:
- Guiadas (líneas de transmisión, guías de ondas)
- Libres en el espacio (antenas)

El IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) define una antena como "aquella parte de un sistema transmisor o receptor diseñada específicamente para radiar o recibir ondas electromagnéticas" [1]. Dicho de otro modo, la antena es la transición entre un medio guiado y el espacio libre.

Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su frecuencia (f) y longitud de onda (λ):

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \textbf{(1)}$$

donde c es la velocidad de propagación de la luz en el medio (~$3 \cdot 10^8$ m/s en el espacio libre).

El conjunto de todas las frecuencias (espectro de frecuencias) se divide en bandas, cada una de las cuales presenta características peculiares que dan origen a tipologías de antenas muy diversas.

Banda	f	λ	Denominación
ELF	< 3 kHz	> 100 km	Extremely Low Frequency
VLF	3 - 30 kHz	100 – 10 km	Very Low Frequency
LF	30 – 300 kHz	10 – 1 km	Low Frequency
MF	0,3 – 3 MHz	1000 – 100 m	Medium Frequency
HF	3 – 30 MHz	100 – 10 m	High Frequency
VHF	30 – 300 MHz	10 – 1 m	Very High Frequency
UHF	0,3 – 3 GHz	100 – 10 cm	Ultra High Frequency
SHF	3 – 30 GHz	10 – 1 cm	Super High Frequency
EHF	30 – 300 GHz	1 – 0,1 cm	Extremely High Frequency

Tabla 1 Bandas de frecuencias.

La comunicación entre un transmisor y un receptor separados una distancia R puede realizarse mediante:
Una línea de transmisión con pérdidas proporcionales a $e^{-\alpha R}$, donde α es la constante de atenuación de la línea.
Dos antenas con visión directa y con pérdidas proporcionales a $1/R^2$.

Son diversos los factores que intervienen a la hora de decidir la utilización de una línea de transmisión o antena pero, de forma general:

- Se utilizan líneas de transmisión para bajas frecuencias y pequeñas distancias.
- Se utilizan antenas para altas frecuencias y largas distancias.

Las ventajas que presentan las líneas de transmisión frente a las antenas son que no están sometidas a interferencias, como sí lo están los sistemas de radio, y que se logra un aumento del ancho de banda extendiendo otra línea. Los inconvenientes de las líneas de transmisión son el elevado coste y el tiempo de infraestructura para enlaces de larga distancia.

Algunas de las aplicaciones en las que se utilizan las antenas son:

- Comunicaciones móviles: aviones, barcos, vehículos, naves espaciales.
- Comunicaciones personales: teléfono celular.
- Sistemas de radiodifusión: radio, televisión.
- Comunicaciones radio punto a punto: policía, bomberos.
- Aplicaciones de no comunicación:
    - Sensor remoto: radar, radiometría
    - Industria: microondas

1.3. Clasificación de las antenas

La siguiente clasificación describe las antenas que analizaremos durante el curso. Es una clasificación muy básica ya que el campo de antenas, completamente relacionado con el electromagnetismo, es muy amplio. De todos modos, es suficiente para describir los principales métodos de diseño de antenas.

1.3.1. Clasificación según la geometría

Por su forma, podemos clasificar las antenas en:

a) Antenas de cable; como, por ejemplo, los dipolos, monopolos, espiras, helicoides (Fig. 1). Las antenas de televisión que habitualmente encontramos en los edificios están formadas por un conjunto de dipolos. Estas antenas serán las que estudiaremos primero (capítulo 3).

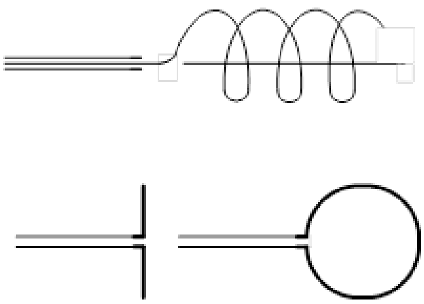


Fig. 1 Antenas de hilo

b) Antenas de apertura como, por ejemplo, las bocinas (Fig. 2), las ranuras y las antenas *microstrip* (Fig. 3) (estudiaremos las bocinas en el capítulo 5).

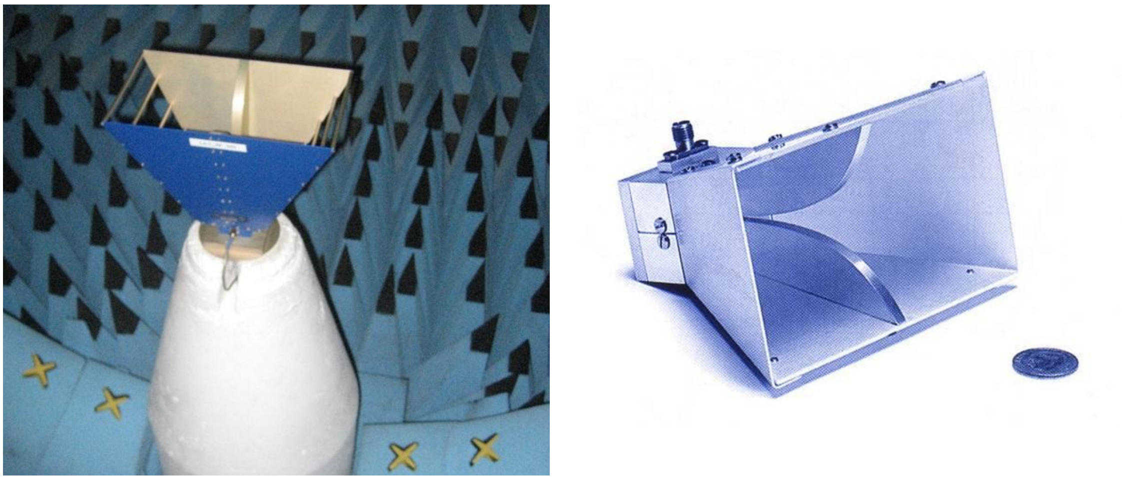


Fig. 2 Antenas de apertura (bocinas). Gentileza de la empresa de Tecnología Fractus, Barcelona (izquierda)

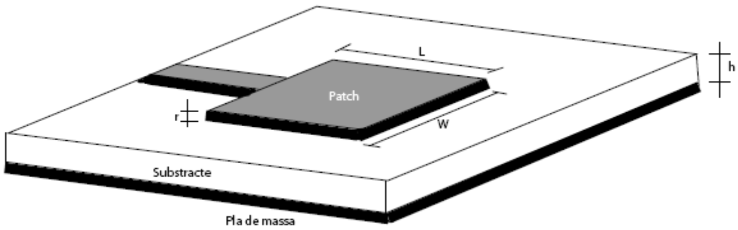


Fig. 3 Antenas microstrip: consisten en un parche metálico sobre un substrato y un plano de masa por debajo. Las antenas microstrip son de perfil bajo, adaptables a cualquier superficie, simples y baratas de fabricar, mecánicamente robustas cuando se instalan sobre superficies rígidas

c) Reflectores (capítulo 5): antenas formadas por un reflector, generalmente con perfil parabólico, y la antena situada en el foco del reflector. Las grandes antenas de observación del espacio son un ejemplo de ellas (Fig. 4).



Fig. 4 Reflector parabólico para aplicaciones radioastronómicas

d) Lentes (capítulo 5): formadas, tal y como indica su nombre, por una lente que tiene como objetivo conformar la radiación de una determinada forma (Fig. 5).



Fig. 5 Antenas de lente: a partir de una fuente poco directiva (radia en muchas direcciones del espacio) permiten conformar el haz para aumentar la directividad (focalizar la radiación en determinadas direcciones)

e) Agrupaciones de antenas (capítulo 4): cuando se junta más de una antena para conseguir determinadas características de radiación, se denomina antena agrupación o, en inglés, *array* (Fig. 6).

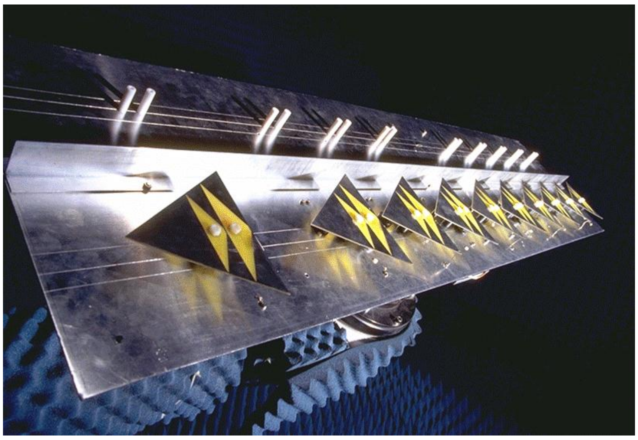


Fig. 6 Agrupación de antenas para estación base de telefonía móvil: agrupaciones de doble banda y doble polarización. Gentileza de la empresa de Tecnología Fractus, Barcelona

1.3.2. Clasificación según su comportamiento

a) Antenas de banda ancha: cuando las antenas pueden trabajar en un margen muy amplio de frecuencias. Un ejemplo lo tenemos en antenas de bocina para realizar medidas radioeléctricas en cámara anecoica (cámara en la que se miden las antenas y que simula un entorno de espacio libre). Con una bocina podemos cubrir un gran margen frecuencial; por ejemplo, de 800 MHz a 5 GHz, sin necesidad de cambiar de antena.
b) Antenas miniatura: cuando la antena presenta unas dimensiones mucho más pequeñas que la longitud de onda. Veremos que la dimensión de una antena está directamente relacionada con su comportamiento electromagnético. Si se realiza una antena que tiene dimensiones pequeñas en términos de la longitud de onda, sus características se verán alteradas tal y como veremos en el capítulo 3. Las antenas de terminales móviles son un modelo.

c) Antenas multifrecuencia: antenas que pueden operar con unas características muy similares para diferentes sistemas de telecomunicación. Las antenas de estación base y terminales móviles que operan a GSM900 y GSM1800 son casos de antenas multifrecuencia.

Se puede encontrar una descripción complementaria en [2] (capítulo 1).

1.4. Métodos de análisis

Básicamente, el problema de análisis de antenas trata de resolver las ecuaciones de Maxwell, con unas condiciones de contorno determinadas: los conductores dieléctricos de los que está formada la antena. Para estructuras de antena sencilla como las antenas tipo cable, dipolos, monopolos, los métodos analíticos son suficientes. Cuando la antena tiene una forma compleja o si el medio que la rodea presenta características como anisotropía, no-homogeneidad, etc., la resolución del problema por métodos analíticos puede ser muy complicada y, en ocasiones, imposible. Entonces hay que recurrir a los métodos numéricos. Existe un campo muy extenso y muy atractivo tanto para investigación básica como para desarrollo de software electromagnético. Entre los métodos más conocidos encontramos el MoM (método de los momentos), FDTD (*Finite Difference Time Domain*) y FEM (*Finite Element Method*). El uso de los métodos numéricos requiere un profundo conocimiento de electromagnetismo y una fuerte carga matemática. Utilizaremos el método FDTD para comprender de una manera más física el fenómeno de la radiación electromagnética [3].

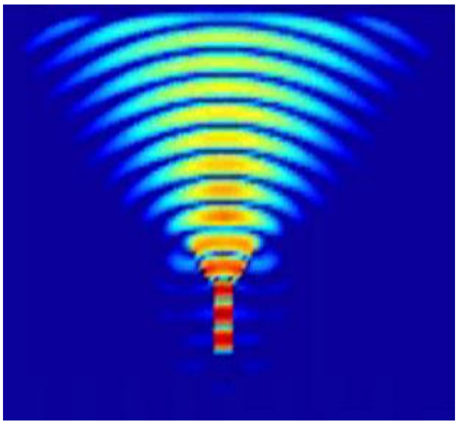


Fig. 7 Simulación de la radiación de una bocina. Los cálculos han sido realizados mediante el método FDTD [3]

1.5. Estado del arte

Es interesante detallar cuáles son las tendencias actuales, tanto de investigación básica como de interés comercial.

Por un lado, la evolución de los métodos numéricos, junto con computadores más rápidos, permite analizar antenas en estructuras embarcadas, como barcos, aviones, satélites, coches, y ver cómo se comporta la antena en un entorno diferente en el espacio libre (Fig. 8).

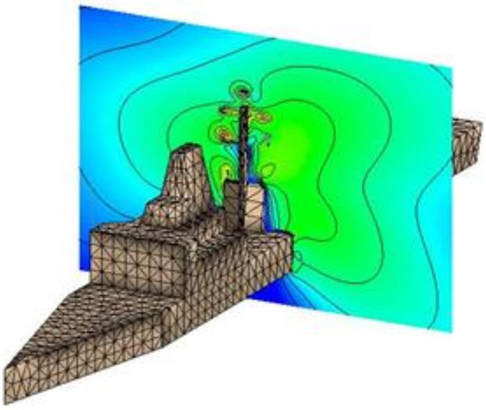


Fig. 8 Radiación producida por una antena en un barco. El entorno complejo requiere herramientas numéricas de cálculo electromagnético para resolver el problema.

Miniaturización de antenas: el aumento de dispositivos con antena ha sufrido un crecimiento continuo (teléfonos móviles, auriculares, ordenadoras, ratones, consolas de juego, etc.). Miniaturizar el elemento radiante es sumamente importante para facilitar la integración en el dispositivo. El diseño de este tipo de antenas lleva consigo diversos parámetros como la radiación de la antena teniendo en cuenta el cuerpo humano, propagación multicamino. Esto hace que sea un campo de investigación interesante (Fig. 9).
Otro ejemplo muy ligado a la electrónica es la posibilidad de integración de una antena en un chip, juntamente con toda la parte de radiofrecuencia, como filtros y amplificadores. Es lo que se llama *system-on-chip*.

Antenas multifrecuencia, es decir, antenas que puedan operar en varios sistemas de comunicación con características similares de radiación. Como veremos durante el curso, una antena es un dispositivo selectivo en frecuencia y, por lo tanto, es complicado lograr que la antena presente unas propiedades similares en varias bandas de frecuencia.

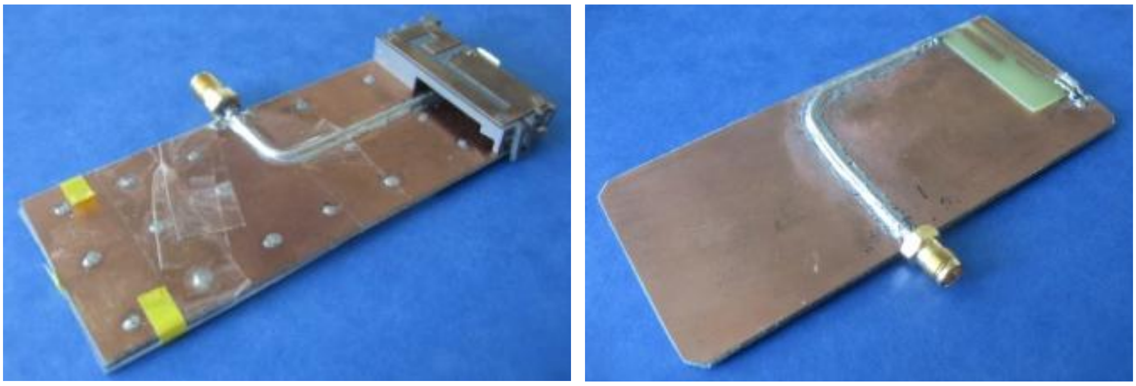


Fig. 9 Prototipos de antenas multifrecuencia para teléfono móvil. Izquierda: antena PIFA (Planar Inverted-F antenna). Derecha: Monopolos acoplados [4].

Antenas para aplicaciones militares donde es interesante disponer, por ejemplo, de antenas de mucho ancho de banda en algunos casos y de miniatura, en otros.

Otro campo de interés es el de antenas dieléctricas. Habitualmente pensamos que las antenas sólo son estructuras metálicas. Sin embargo, existe la posibilidad de diseñar antenas dieléctricas. Del mismo modo que un conductor fija unas condiciones determinadas de contorno (campo eléctrico tangencial nulo en su superficie), las dieléctricas fijan otras y, así, podemos encontrar bocinas construidas exclusivamente con dieléctrico o, por ejemplo, las lentes.

La demanda para incrementar la capacidad de las redes sin cables ha motivado recientemente la investigación de métodos que exploten la capacidad de selección espacial. En este sentido, los sistemas de antena inteligente (*smart antennas, MIMO - multiple Input Multiple Output*) dotan de mayor capacidad, mejor calidad de servicio y más tiempo de vida de las baterías en las unidades móviles. Las antenas inteligentes están basadas en una agrupación de antenas y un algoritmo de formación de haz. En el capítulo 4 se estudiarán las agrupaciones de antenas.

Otra área de aplicación práctica es la de síntesis de antenas, es decir, cómo tiene que ser la antena para que radie de una forma especificada a *priori*. Esto se conoce como síntesis de diagramas. Entre los diversos métodos (en el curso veremos el denominado método Fourier), los basados en algoritmos genéticos presentan ventajas

ya que pueden añadirse restricciones en el diseño. Y los métodos de síntesis no sólo están pensados para obtener un determinado patrón de radiación sino que además se son útiles pues permiten a la vez imponer restricciones para optimizar la adaptación de impedancias (Fig. 10).

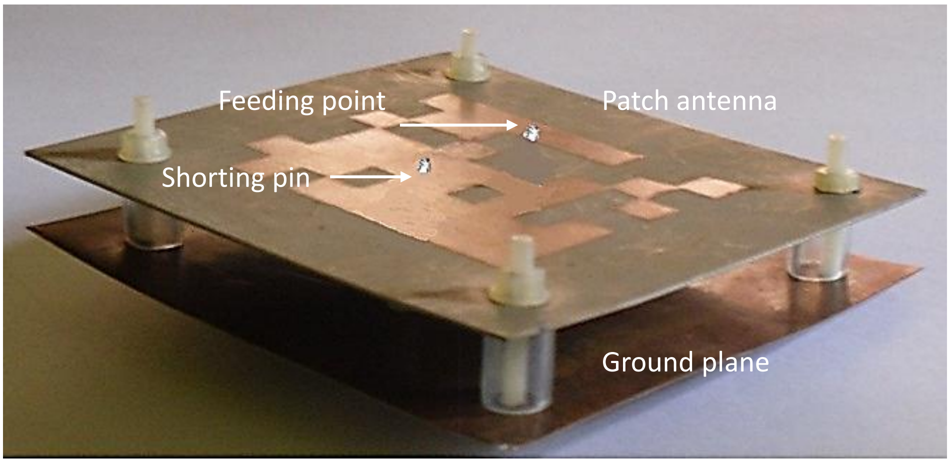


Fig. 10 Antena microstrip con comportamiento multibanda sintetizada mediante optimización por algoritmos genéticos. Gentileza de la investigadora J.Jayasinghe del Department of Electronics, Wayamba University of Sri Lanka [5]

Con el ingente aumento de la telefonía móvil y la preocupación de la sociedad por cómo puede afectar la radiación de las antenas al cuerpo humano, en los últimos años se ha estado estudiando cómo interactúa la radiación producida por antenas, especialmente de terminales móviles en el cuerpo humano. En la Fig. 11 se representa una cabeza humana que se llena de un líquido que intenta emular las propiedades eléctricas del cerebro. Las antenas se miden en condiciones de espacio libre y posteriormente se comparan con presencia de la cabeza humana para ver su efecto.

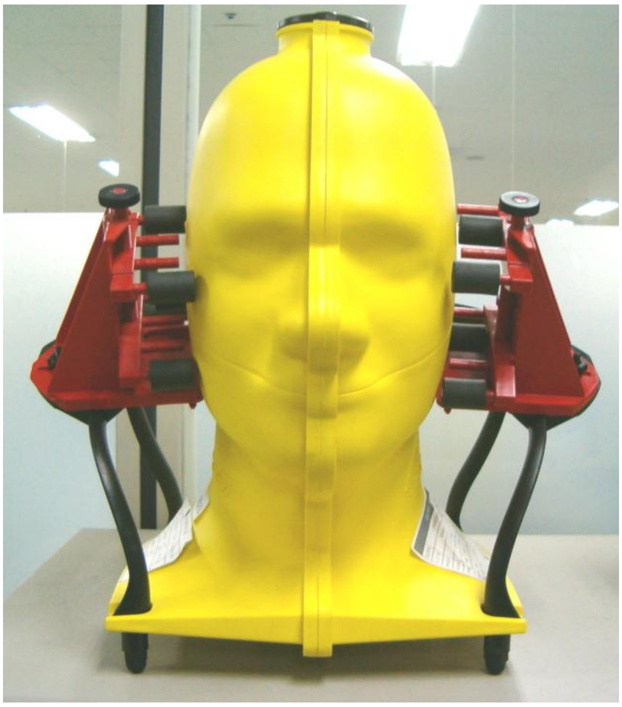


Fig. 11 Cabeza artificial (*phantom head*) para poder estudiar interacciones radiación-cabeza humana.

Al igual que los conductores, los dieléctricos imponen unas condiciones de contorno a los campos electromagnéticos que permite diseñar antenas basadas exclusivamente en dieléctricos (Fig. 12). Según la geometría, el tamaño y la constante dieléctrica, la estructura, generalmente volumétrica, soporta modos que debidamente excitados permite tener características de radiación interesantes [6, 7].

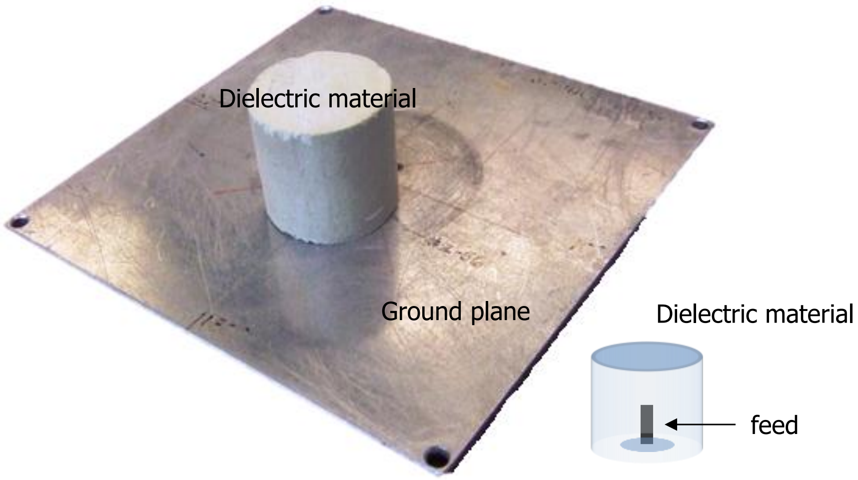


Fig. 12 Antena dieléctrica sobre un plano conductor. La excitación se produce con una sonda coaxial, la posición de la cual permite excitar un modo radiante deseado que soporta la estructura dieléctrica. Gentileza del profesor Stuart A. Long, University of Texas, USA

Un último caso de gran relevancia es la aplicación de la geometría fractal al diseño de antenas. La aplicación de dicha geometría es útil para el diseño de antenas eléctricamente pequeñas, multifrecuencia y de alta directividad (Fig. 13).

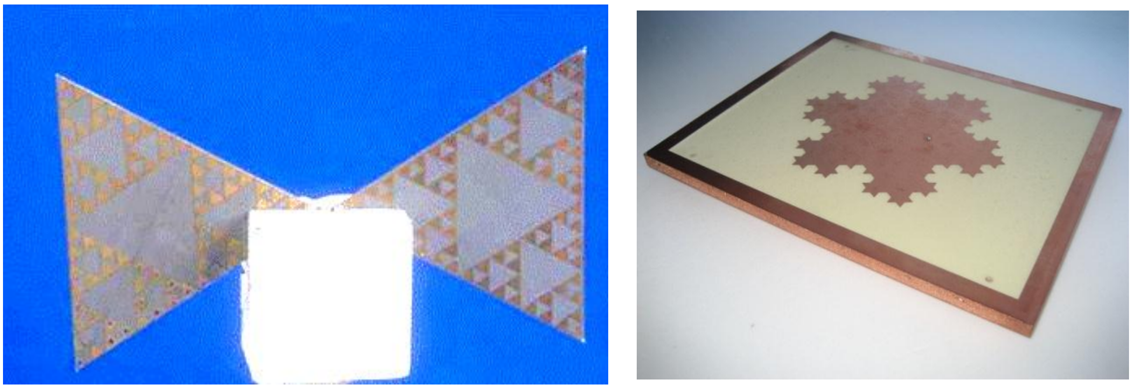


Fig. 13 Izquierda: dipolo inspirado en el fractal de Sierpinski. El uso de una geometría autosimilar permite diseñar antenas que pueden operar a varias bandas frecuenciales sin la necesidad de añadir más antenas [8].
Derecha: antena *microstrip* construida sobre esponja metalizada inspirada en el fractal isla de Koch: los contornos irregulares soportan modos localizados que permiten obtener una alta directividad [9-12].

Y, finalmente, otro campo de gran interés es el de los metamateriales, que cosiste básicamente en la síntesis de materiales no existentes en la naturaleza con propiedades ε_r y μ_r negativas. Por esta razón estos materiales artificiales reciben también el nombre de DNG (*Double Negative*) o LH (*Left Handed Materials*). Entre algunas aplicaciones se encuentra la de la miniaturización de componentes de microondas, los elementos muy directivos, la transparencia electromagnética y las lentes perfectas.

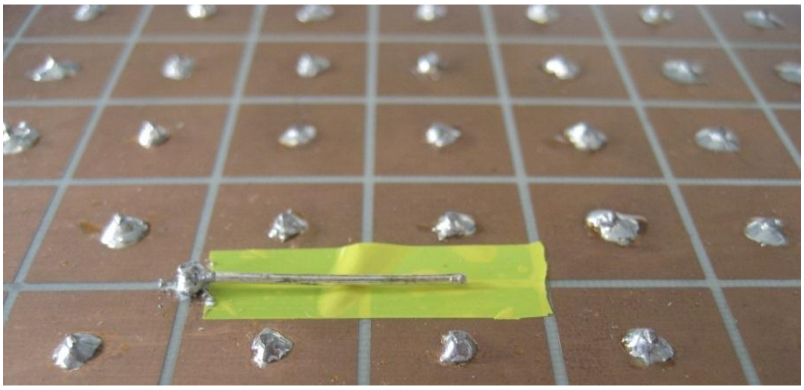


Fig. 14 Antena de hilo situada eléctricamente muy cerca de un plano conductor AMC (*Artificial Magnetic Conductor*). Al contrario que un plano conductor eléctrico, el AMC permite que una antena esté situada muy cerca sin deteriorar la eficiencia de la antena.

RESUMEN

La realidad que nos rodea está caracterizada cada vez más por un mundo sin hilos. Es necesario tener herramientas suficientes para caracterizar una antena, una antena dentro de un sistema de telecomunicación, saber los equipos necesarios para la medida de las prestaciones de las antenas, así como tener una idea global de los tipos de antenas requeridas por una aplicación concreta, aspecto que se irá describiendo a lo largo de las sesiones.

Las antenas no sólo son elementos metálicos sino que pueden estar formadas exclusivamente por dieléctricos. Éste es el caso de las lentes donde la constante dieléctrica y la geometría de la antena determinan la forma en que la antena radia en el espacio. De la misma manera que un conductor impone unas condiciones de contorno, los dieléctricos imponen otras, hecho que se aprovecha para enriquecer el abanico de posibilidades en el diseño de antenas.

Las antenas no sólo se caracterizan por el espacio libre sino que se tiene cada vez más en cuenta el entorno que las rodea (cuerpo humano, plataforma como barco, avión, etc.). Gracias al desarrollo de los métodos numéricos y de sistemas de medida, se dispone de un mejor análisis de los fenómenos que permiten diseñar sistemas teniendo en cuenta muchos factores que afectan al comportamiento de la antena.

Sesión 2: La antena como elemento de un sistema

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 4 horas

OBJETIVOS

Entender los parámetros básicos de una antena en transmisión y en recepción y enlazarlos utilizando la ecuación de transmisión.
Análisis no solo de la señal útil sino del ruido captado y generado en la antena y como afecta la relación señal/ruido.

CONTENIDOS

En este capítulo tratamos la antena como un dispositivo de un puerto, si preocuparnos por el tipo de elemento radiante del que se trata. El contenido presentado es útil para realizar balance de potencias y determinar qué papel juega cada parámetro de antena en un sistema de telecomunicación. Este capítulo afecta a todo el temario. Será en los siguientes capítulos donde aprenderemos a calcular los parámetros relevantes de las antenas.

2. Introducción

En este capítulo describiremos los parámetros de la antena en transmisión como son: impedancia de entrada, eficiencia, diagrama de radiación, directividad, ganancia y polarización. Y los parámetros de impedancia de la antena en recepción, coeficiente de adaptación y área efectiva. Los parámetros que aquí se definen son importantes ya que los utilizaremos continuamente a lo largo del curso
Se estudia la ecuación de transmisión y la del radar útiles para realizar balance de potencias.
Describiremos la temperatura de antena. Se analizará la señal generada y captada por una antena y como ésta repercute en la relación señal/ruido de un sistema.



Fig. 15 Guglielmo Marconi (1874-1937). Ingeniero italiano. Premio Nobel de física. Realizó la primera transmisión transatlántica de ondas electromagnéticas entre Gales y Terranova, cubriendo un total de 3000Km [13].

2.1. La antena como elemento de un sistema

Este nuevo capítulo introduce los conceptos elementales de una antena: directividad, ganancia, impedancia, polarización y diagrama de radiación. Aunque es muy elemental, hay que prestarles especial atención ya que durante el curso se utilizarán continuamente estos parámetros para caracterizar las antenas que iremos estudiando.
Primero se describirán los parámetros de la antena en transmisión y posteriormente en recepción, para después pasar a enlazar los parámetros en transmisión y recepción mediante la ecuación de transmisión. Por último se estudiará el ruido captado y generado por una antena y cómo repercute en la relación señal-ruido en el sistema.

2.1.1. Parámetros de la antena en transmisión

En este apartado presentamos los parámetros que caracterizan una antena en transmisión.

Impedancia de entrada

Una antena es un dispositivo de un puerto y, por lo tanto, presenta una impedancia de entrada que no es más que la relación entre la tensión y la corriente presente en el puerto de entrada. La impedancia de una antena tiene una parte real y otra imaginaria, y ambas dependen de la frecuencia. Se dice que la antena es resonante a una frecuencia f_o si la parte imaginaria de la impedancia de entrada en f_o es cero. Una antena presenta generalmente muchas resonancias, que denominamos “modos”.

Habitualmente interesa que la antena esté adaptada al generador. De esta manera la potencia transmitida hacia el generador pasa a la antena y ésta se radia al espacio. Si la antena no está adaptada, parte de la potencia incidente que procede del generador se reflejará hacia el mismo. Esto podría dañar las etapas de amplificación del generador si las potencias de transmisión fuesen elevadas. Por lo tanto, por lo general interesa que la antena esté adaptada. Analizaremos el problema de adaptación de impedancias cuando hablemos de los parámetros en recepción de la antena.

Una antena es un dispositivo de un punto, por lo que presenta una impedancia de entrada que no es más que la relación entre la tensión y la corriente presente en este puerto.

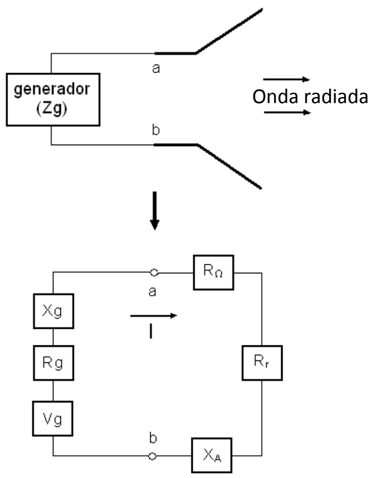


Fig. 16 Antena en modo transmisión y equivalente de Thevenin

$$Z_A = R(\omega) + jX(\omega)$$
$$Z_A = R_r(\omega) + R_\Omega(\omega) + jX(\omega) \qquad (2)$$

La impedancia de entrada tiene una parte real (R(ω)) y una parte imaginaria (X(ω)); ambas dependientes de la frecuencia. Este parámetro también se ve afectado por otras antenas u objetos cercanos, pero de momento se asume que la antena se encuentra aislada.

R_r: resistencia de radiación. Representa la potencia o energía que la antena radia hacia el espacio libre. Se define R_r como el valor de la resistencia que disiparía la misma potencia que la radiada por la antena.

$$P_r = \frac{1}{2} I^2 R_r \qquad (3)$$

R_Ω: resistencia de pérdidas. Representa las pérdidas que se producen en la antena, en los conductores y/o dieléctricos, aunque en las antenas de ferrita también se producen pérdidas en el núcleo. En la mayoría de antenas $R_\Omega << R_r$. Sin embargo, R_Ω es significativa en antenas eléctricamente pequeñas, donde las dimensiones son mucho más pequeñas que una longitud de onda.

$$P_\Omega = \frac{1}{2} I^2 R_\Omega \qquad (4)$$

La potencia entregada a la antena será la suma de las dos anteriores:

$$P_A = P_r + P_\Omega = \frac{1}{2} I^2 \left(R_r + R_\Omega\right) \qquad (5)$$

X_A: parte reactiva de la impedancia de entrada. Se dice que la antena es resonante a una frecuencia f_o si la parte imaginaria es nula ($X_A = 0$). Una antena presenta muchas resonancias.
La parte real de la impedancia de entrada (R_r) representa la densidad de potencia activa que la antena radia en zonas del espacio alejadas de ésta (campo lejano). En este sentido R_Ω representa la parte de potencia disipada en forma de calor. La parte imaginaria de la impedancia de entrada (X_A) representa la densidad de potencia reactiva que se encuentra almacenada en zonas alrededor de la antena (campo cercano). Como veremos en el tercer capítulo, la distancia a la antena para la cual las densidades de potencia activa y reactiva son iguales para el caso de un dipolo ideal es de $\lambda/2\pi$.

La impedancia de entrada es un parámetro de gran trascendencia ya que condiciona el valor de tensión que debe suministrar el generador para obtener una corriente determinada en la antena y, en consecuencia, una potencia radiada concreta:

- Si X_A aumenta, implica el aumento de la tensión del generador para obtener una corriente apreciable.
- Si R_r disminuye, la corriente tiene que ser muy grande para obtener una potencia radiada apreciable.

Ejemplo: en un sistema de radiodifusión se desea obtener una potencia radiada de 100 kW. La impedancia de entrada de la antena es 20-j100 Ω. Calcula la tensión que debe suministrar el generador.

$$P_r = \frac{1}{2} I^2 R_r \ ; \ I = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^3}{20}} = 100 \text{ A}$$
$$V_g = I \cdot Z_A = 100 \cdot \sqrt{20^2 + 100^2} = 10200 \text{V}$$

Si se compensa la parte reactiva de la antena ($X_A = 0$):

$$V_g = I \cdot Z_A = 100 \cdot 20 = 2000 \text{V}$$

Los valores elevados de corriente producen pérdidas óhmicas importantes, y los valores elevados de tensión pueden producir fugas y descargas entre diversas partes de la antena o con tierra. En definitiva y de forma general, interesan valores de R_r más grandes que R_Ω (y preferiblemente cercanos a la impedancia de referencia Z_o) y valores bajos de X_A.

Adaptación de la antena trasmisora

Habitualmente interesa que la antena esté adaptada al generador. De este modo la potencia del generador pasa a la antena y ésta se radia al espacio. Si la antena no está adaptada, parte de la potencia incidente procedente del generador se refleja hacia él mismo. Esto puede dañar las etapas de amplificación del generador si las potencias de transmisión fuesen elevadas.

Para que la antena radie el máximo de potencia con las mínimas pérdidas posibles, ambos, transmisor y antena, deben adaptarse para una transferencia de potencia máxima en el sentido clásico de circuitos:

$$\begin{aligned} R_r + R_\Omega &= R_g \\ X_A &= -X_g \end{aligned} \qquad (6)$$

En este caso, de toda la potencia suministrada por el generador, la mitad se disipa en la resistencia del generador y la otra mitad se entrega en la antena.

Habitualmente el transmisor puede encontrarse alejado de la antena y la conexión se realiza mediante una línea de transmisión o guía de ondas, que participa también en esta adaptación, considerando su impedancia característica, atenuación y longitud.

Por debajo de un determinado valor, como por ejemplo ROE < 3 en los casos menos restrictivos, puede considerarse que una antena está bien adaptada.

- Coeficiente de onda estacionaria: VSWR, ROE Є [1,∞)
- Coeficiente de reflexión: ρ, S11 Є [-1,1]
- Adaptación perfecta: ρ = 0 ; ROE = 1
- Desadaptación total: |ρ| = 1 ; ROE = ∞

$$\mathrm{ROE} = \frac{1+|\rho|}{1-|\rho|}$$
$$\rho = \frac{Z_L - Z_O}{Z_L + Z_O} \tag{7}$$

Donde Z_L es la impedancia de antena y Z_0 la impedancia de referencia

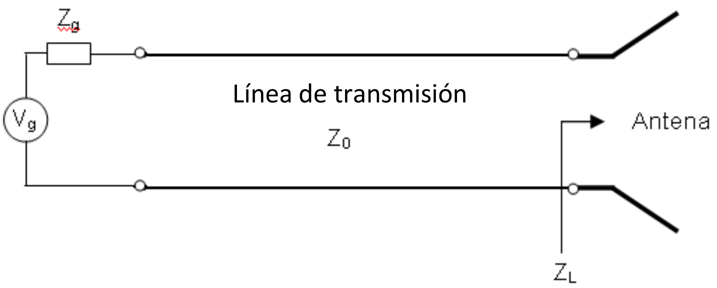
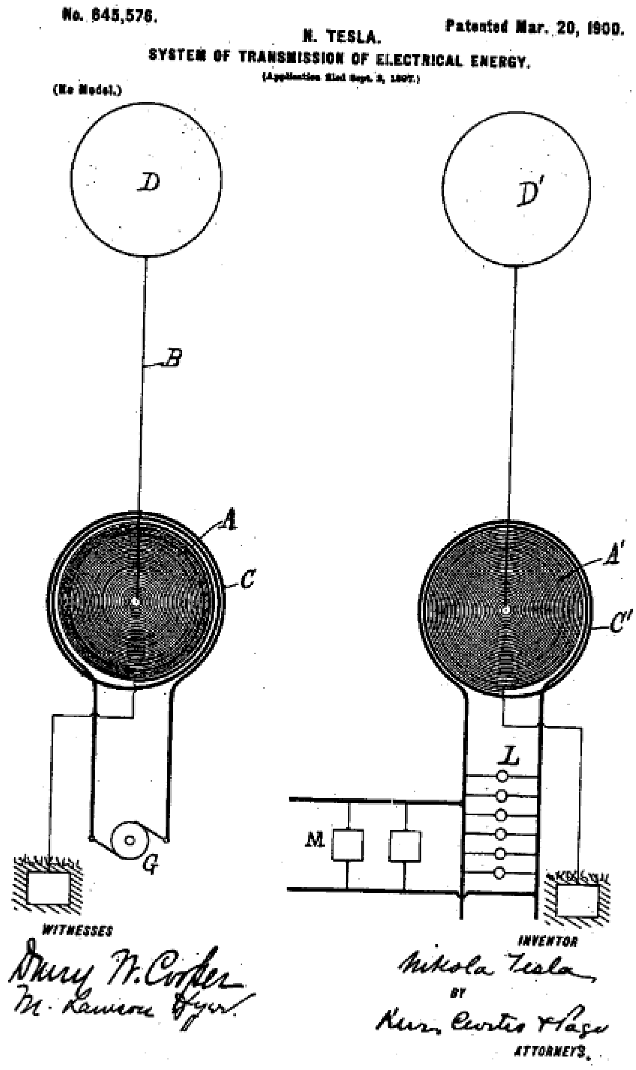


Fig. 17 Coeficiente de reflexión en una antena transmisora.



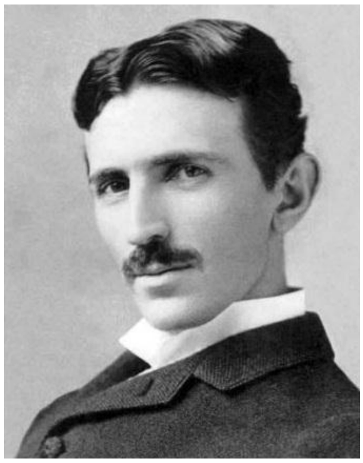


Fig. 18 Nicola Tesla (1856-1943), Ingeniero mecánico y eléctrico croata que inventó sistemas de transmisión entre otras invenciones patentadas.

Coeficiente de desadaptación de impedancias en transmisión

El coeficiente de desadaptación de impedancias de una antena transmisora (C_{aT}) establece la relación entre la potencia que se entrega a la antena (PAN) y la potencia que se hubiera podido entregar si ésta hubiera estado perfectamente adaptada en condiciones de máxima transferencia de potencia (P_{AMAX}):

$$Ca_T = \frac{P_A}{P_{AMAX}} = 1 - |\rho|^2 = 1 - \left|\frac{ROE - 1}{ROE + 1}\right|^2 \quad (8)$$

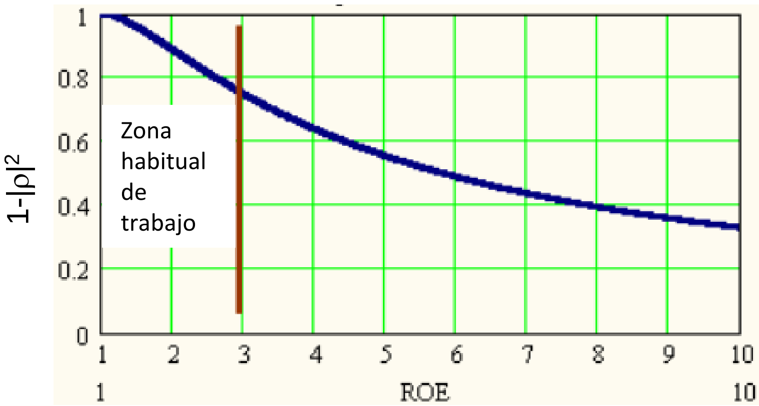


Fig. 19 Coeficiente de desadaptación de impedancias en función de ROE.

Ejemplo de sistema de medida

Para la medida de la impedancia de entrada (coeficiente de reflexión, ROE) se utiliza un analizador de redes que puede realizar un barrido frecuencial para determinar la variación de los parámetros en función de la frecuencia (Fig. 20). La medida de la impedancia se realiza habitualmente en entornos anecoicos o semi anecoicos para evitar que reflexiones en pared puedan enmascarar la medida. Esto resulta especialmente crítico en antenas directivas (>10dB aprox.).



Fig. 20 Analizador de redes para la medida del coeficiente de reflexión de antenas. El ejemplo muestra la medida de una antena enganchada a la mejilla de un *phantom head* (maniquí de cabeza humana) que contiene líquidos que emulan el tejido humano. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona.

Eficiencia de radiación

La impedancia de entrada de una antena tiene una parte real y otra imaginaria, tal como se ha descrito anteriormente. La parte real se puede dividir en dos: una llamada resistencia de radiación (R_r) y otra llamada resistencia de pérdidas (R_Ω). La primera es la resistencia en la que se disipa la potencia en el espacio (potencia radiada) y la segunda tiene en cuenta la potencia que se disipa en forma de calor a causa de pérdidas en el material, ya sea en el conductor o/y en el dieléctrico que forma la antena. Se define eficiencia de radiación como la relación entre la potencia radiada (P_r) y la potencia entregada a la antena (P_r+P_Ω):

$$\eta_r = \frac{P_r}{P_r + P_\Omega} = \frac{I^2 \cdot R_r}{I^2 (R_r + R_\Omega)} = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} \qquad (9)$$

Donde P_Ω es la potencia disipada a causa de pérdidas en la antena, pérdidas en el dieléctrico o en el conductor, y P_r es la corriente en los terminales de la antena.

Habitualmente se expresa en tanto por ciento, aunque también se puede expresar en dB una vez hemos aplicado $10 \cdot \log_{10}(\cdot)$, ya que es una relación de potencias. Naturalmente interesa en que la eficiencia sea del 100%.

A menudo se usa el concepto de eficiencia total, que es el resultado de multiplicar la eficiencia de radiación por el coeficiente de desadaptación de impedancias. De esta forma resulta:

$$\eta_t = \eta_r \cdot \left(1 - |\rho|^2\right) \qquad (10)$$

Por lo tanto, se debe intentar maximizar el producto adaptando la antena y, al mismo tiempo, usando materiales y estructuras geométricas eficientes.

Se define un nuevo término llamado *mismatch loss*, que indica cuánta potencia se refleja y, por lo tanto, podemos decir que se pierde ya que no se aprovecha para radiar, de aquí el nombre de pérdidas por desadaptación. Como orden de magnitud, una ROE (en inglés SWR)=2, significa una pérdida por desadaptación de 0.5dB. Por lo tanto, en el mejor de los casos (eficiencia de radiación del 100%), se radiará un 88.9% de la potencia entregada a la antena (Tabla 2).

SWR	S11, ρ [dB]	Entregada a antena:1-$\|\rho\|^2$ [%]	Mismatch Loss 1-$\|\rho\|^2$ [dB]
6	-2.9	49.0	-3.1
3	-6.0	75.0	-1.2
2	-9.5	88.9	-0.5
1.5	-14.0	96.0	-0.2
1.1	-26.4	99.8	-0.01

Tabla 2 Relación entre ROE (SWR), el coeficiente de reflexión y *mismatch loss.*

Ejemplo de sistema de medida

Existe la posibilidad de medir la eficiencia de radiación y total mediante un método sencillo denominado caja de Wheeler (Wheeler *cap*) el cual consiste básicamente en cubrir la antena con una estructura metálica de forma que no se altere el campo cercano y al mismo tiempo se cancele el campo radiado (Fig. 21). Con esto se puede medir la impedancia de la antena y juntamente con la impedancia sin la caja de Wheeler procesar los datos debidamente para obtener las eficiencias [14-16].

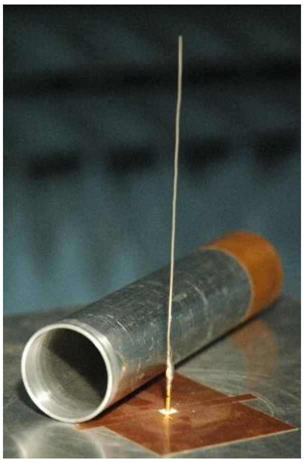


Fig. 21 Antena de hilo tipo monopolo con una versión cilíndrica de la caja metálica de Wheeler. Gentileza de Pavel Miškovský del CTTC (Centre Tecnològic de Telecomunicacions de Catalunya), Castelldefels.

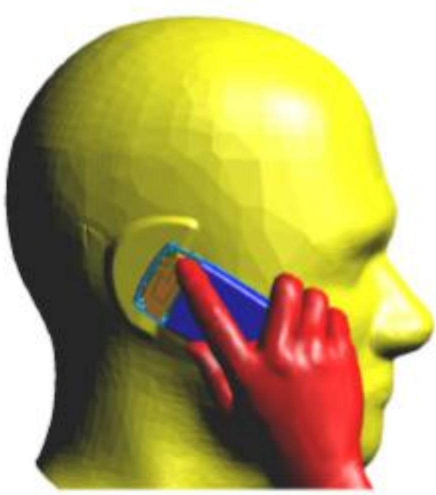


Fig. 22 La eficiencia de radiación y de antena se pueden ver reducidas por la presencia de factores externos como la cabeza y la mano humana. La utilización de simuladores electromagnéticos resulta clave para un análisis sistemático: diferentes posiciones de la mano, del dedo sobre la antena, por ejemplo. En la figura, modelo numérico FDTD de cabeza, mano y antena de teléfono móvil. Con los simuladores es posible determinar la eficiencia (entre otros muchos parámetros como los descritos en este capítulo) de la antena en presencia de un medio complejo.
Gentileza de María del Mar Miñana de la empresa Schmid & Partner Engineering AG en Suiza

Intensidad de radiación

Una de las características fundamentales de una antena es su capacidad para radiar con una cierta direccionalidad, es decir, para concentrar la energía radiada en ciertas direcciones del espacio. Por lo tanto, será conveniente cuantificar este comportamiento con algún parámetro que permita establecer una comparación entre diferentes antenas: intensidad de radiación [17].
Previo a este paso, se tiene que definir el marco de referencia en el que se encuentra situada la antena con la que se quiere caracterizar. Para dicho efecto, se utiliza un sistema de coordenadas que permite definir cómodamente una dirección en el espacio: coordenadas esféricas. El sistema de coordenadas esféricas define los vectores unitarios $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi}$, que forman una base ortogonal.

La onda electromagnética radiada por una antena se compone de una intensidad de campo eléctrico $\vec{E}$ [V/m] y una intensidad de campo magnético $\vec{H}$ [H/m], ambas magnitudes vectoriales ligadas por las ecuaciones de Maxwell.

A partir de los campos eléctrico y magnético se obtiene la densidad de flujo por unidad de superficie, o también densidad de potencia radiada:

$$\vec{\wp}(\theta,\varphi) = \frac{1}{2}\Re\left\{\vec{E}\times\vec{H}^*\right\} \text{ [W/m}^2\text{]} \qquad \textbf{(11)}$$

Donde se ha supuesto para los campos una variación temporal armónica de tipo $e^{jw_o t}$.

En campos radiados o campos lejanos (distancia del punto de observación en la antena muy superior a la longitud de onda y a la dimensión del elemento radiante) las ondas electromagnéticas se pueden aproximar por ondas planas, y por lo tanto los módulos de campo eléctrico y magnético están relacionados por la impedancia característica del medio (η), que en el vacío vale 120π Ω. Expresado matemáticamente:

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta}\hat{r}\times\vec{E} \qquad (12)$$

De lo que se deriva que E y H son perpendiculares a la dirección de propagación y que:

$$H_\varphi = \frac{E_\theta}{\eta} \qquad H_\theta = -\frac{E_\varphi}{\eta} \qquad (13)$$

Teniendo en cuenta (13), el módulo de la densidad de potencia radiada también se puede calcular a partir de los componentes transversales del campo eléctrico:

$$\vec{\wp}(\theta,\varphi) = \frac{1}{2}\Re\left\{\vec{E}\times\vec{H}^*\right\} = \frac{1}{2}\Re\begin{vmatrix}\hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi}\\ 0 & E_\theta & E_\varphi\\ 0 & H_\theta^* & H_\varphi^*\end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\hat{r}\Re\left\{E_\theta H_\varphi^* - E_\varphi H_\theta^*\right\} = \frac{1}{2}\hat{r}\Re\left\{E_\theta\frac{E_\theta^*}{\eta} + E_\varphi\frac{E_\varphi^*}{\eta}\right\} = \frac{1}{2}\hat{r}\frac{|E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2}{\eta}\hat{r} \qquad (14)$$

$$\left|\vec{\wp}(\theta,\varphi)\right| = \frac{1}{2}\frac{|E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2}{\eta}$$

La potencia total radiada se obtiene como la integral de la densidad de potencia en una superficie esférica que envuelva a antena:

$$P_r = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi}\wp(\theta,\varphi)dA = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\wp(\theta,\varphi)r^2\sin\theta d\theta d\varphi \qquad (15)$$

Donde dA es el diferencial de superficie: $dA = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$

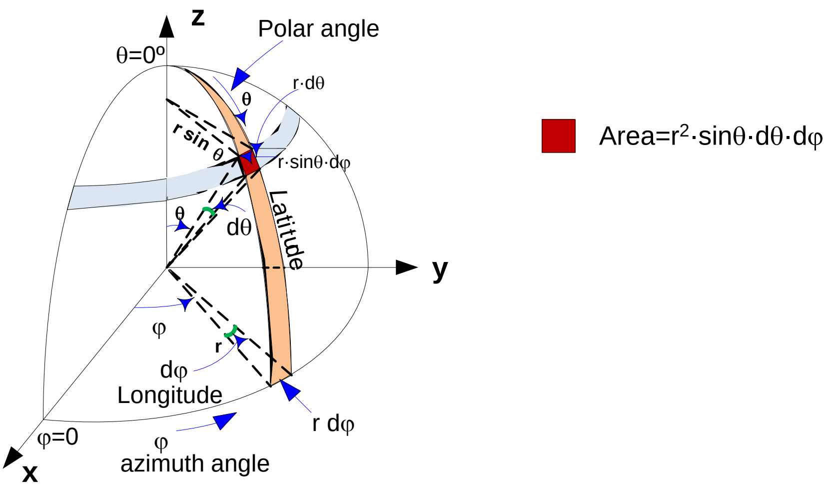


Fig. 23 Sistema de coordenadas y diferenciales de superficie.

La intensidad de radiación es la potencia radiada por unidad de ángulo sólido en una determinada dirección. A grandes distancias tiene la propiedad de ser independiente de la distancia a la cual se encuentra la antena.

$$K(\theta,\varphi) = r^2 \wp(\theta,\varphi) \ \text{[W/str]} \qquad \textbf{(16)}$$

La potencia total radiada también se puede calcular integrando la intensidad de radiación en todas las direcciones del espacio:

$$P_r = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} K(\theta,\varphi)\cdot d\Omega \qquad (17)$$

Donde $d\Omega$ es el diferencial de ángulo sólido: $d\Omega = \text{sen}\theta d\theta d\varphi$

Diagrama de radiación

Un diagrama de radiación es una representación gráfica de las propiedades de radiación de la antena en función de las diferentes direcciones del espacio (sistema de coordenadas esférico) a una distancia fija. Con la antena situada en el origen y manteniendo constante la distancia, expresa el campo eléctrico en función de las variables angulares θ y ϕ. El diagrama de radiación cobra relevancia en la zona de campo lejano, es decir, en la zona donde la forma del diagrama es invariante en función de la distancia [17].
Como el campo magnético se deriva directamente del campo eléctrico, la representación podría realizarse a partir de cualquiera de los dos, siendo norma habitual que los diagramas se refieran al campo eléctrico.
En campo lejano, la densidad de potencia es proporcional al cuadrado del módulo del campo eléctrico, algo que hace que la representación gráfica de un diagrama de potencia contenga la misma información que un diagrama de radiación de campo.

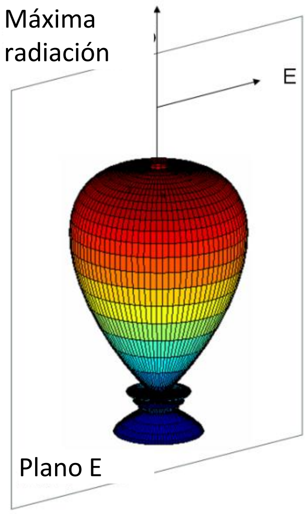


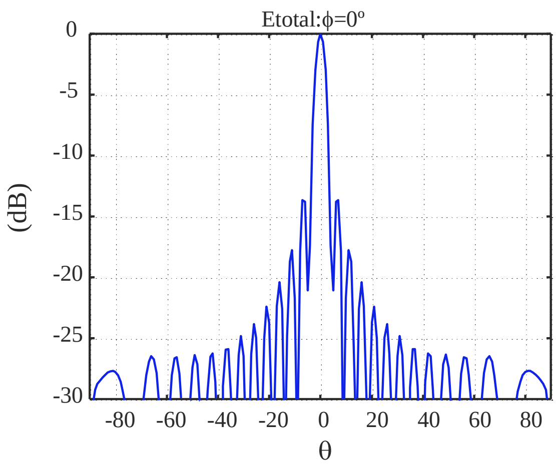
Fig. 24 Diagrama de radiación 3D. Plano E.

En antenas linealmente polarizadas se definen los planos E y H:

- Plano E: formado por la dirección de máxima radiación y el campo eléctrico en esta dirección.
- Plano H: formado por la dirección de máxima radiación y el campo magnético en esta dirección.

Ambos planos son perpendiculares (en campo lejano, el campo eléctrico y el magnético se comportan como una onda plana, son perpendiculares) y su intersección determina una línea que define la dirección de máxima radiación de la antena.

El diagrama de radiación de una antena suele representarse mediante cortes extraídos del diagrama tridimensional para una φ constante y/o una θ constante (planos principales). Estos cortes se pueden representar en coordenadas polares o cartesianas.



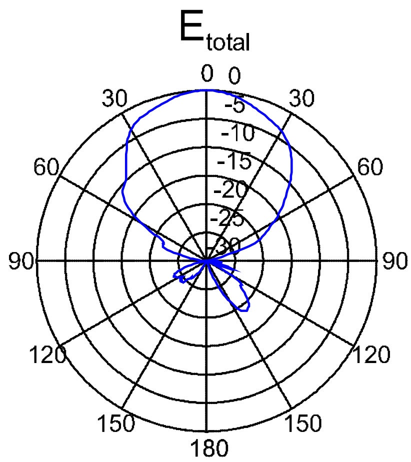


Fig. 25 Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas y polares

El campo se puede representar de forma absoluta o relativa (normalizando el valor máximo a la unidad). También es bastante habitual la representación del diagrama en escala logarítmica. Un diagrama relativo logarítmico tiene el máximo en 0 dB y el resto de direcciones del espacio con dB negativos. Cuando la escala es logarítmica, los diagramas de campo y de potencia son idénticos.

Algunas definiciones relacionadas con el diagrama de radiación [17]:

- Lóbulo principal: zona en la que la radiación es máxima.
- Lóbulos laterales: zona que rodea los máximos de menor amplitud.
- Lóbulo secundario: lóbulo lateral de mayor amplitud
- Lóbulo posterior: zona diametralmente opuesta al lóbulo principal.
- Ancho de haz a mitad de potencia ($\Delta_{\theta\text{-}3dB}$): separación angular de las direcciones en las que el diagrama de radiación de potencia toma el valor mitad del máximo. En campo eléctrico en 0'707 del máximo.
- Ancho de haz entre ceros ($\Delta_{\theta Z}$): separación angular en las direcciones del espacio en las cuales el lóbulo principal toma un valor nulo.
- Relación delante-detrás (D/D): cociente entre el lóbulo principal y el lóbulo posterior [dB].
- Relación lóbulo principal a secundario (NLPS): cociente entre el lóbulo principal y el lóbulo secundario, que suele ser adyacente al lóbulo principal [dB]. Generalmente se encuentra el acrónimo NLPS como SLL del inglés *Side Lobe Level*.

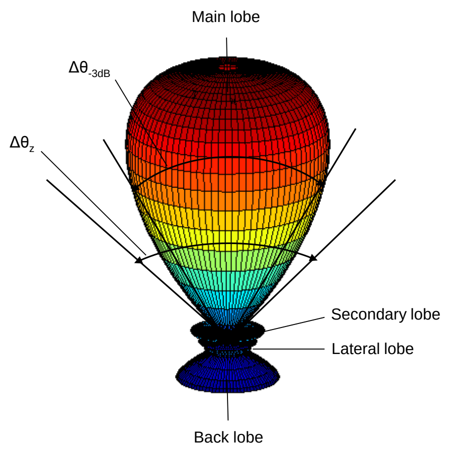


Fig. 26 Parámetros del diagrama de radiación.

Los rayos procedentes de las diferentes partes de una antena llegan al campo lejano con diferente magnitud y fase a causa de las variaciones de corriente sobre la estructura del elemento radiante. La interferencia de estos rayos en las diferentes direcciones del espacio puede ser constructiva o destructiva, de aquí que aparezcan zonas donde la radiación es mayor y otros donde es menor (lóbulos).

Un radiador isotrópico se define como una hipotética antena sin pérdidas que radia de la misma manera en todas direcciones. Se adopta este modelo de radiación como referencia para expresar la directividad de otras antenas. La potencia radiada por una antena isotrópica es:

$$P_r = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \wp(\theta,\varphi) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi r^2 \wp \qquad (18)$$

Una antena direccional tiene la propiedad de radiar o recibir ondas electromagnéticas de manera más eficiente en unas direcciones que en otras. Si un diagrama de radiación presenta simetría de revolución en torno a un eje, se dice que la antena es omnidireccional: toda la información contenida en el diagrama tridimensional puede representarse en un único corte que contenga el eje.

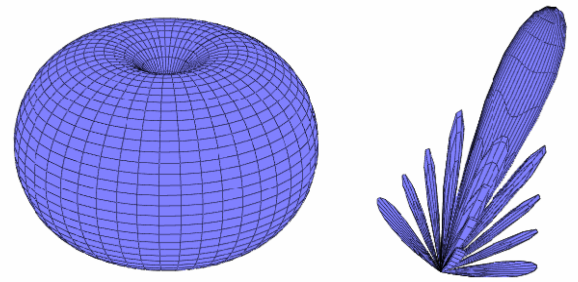
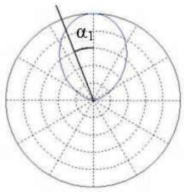


Fig. 27 Diagrama de radiación omnidireccional (izquierda) y directivo (derecha).

Un parámetro que se utiliza para juzgar la eficiencia del haz (*beam efficiency*), que es la relación entre la potencia transmitida dentro de un cono de ángulo α_1 y la potencia total transmitida por la antena:



$$BE = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\alpha_1} \wp(\theta,\varphi) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \wp(\theta,\varphi) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi} \quad (19)$$

Directividad

La directividad de una antena se define como “la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección, a una distancia dada, y la densidad de potencia que radiaría a esta misma distancia una antena isotrópica que radiase la misma potencia que la antena transmisora” [17].
De manera gráfica, podemos decir que si una antena es muy directiva, es capaz de concentrar la potencia que radia (o recibe) en una determinada dirección. Por ejemplo, una antena tipo reflector parabólico para observación astronómica tiene mucha directividad (~50dB). Esto le permite apuntar en una determinada dirección para recibir la señal y no recibir otras direcciones. Otro ejemplo: interesa que una antena de radiodifusión FM sea poco direccional ya que tiene que intentar distribuir la potencia en muchas direcciones. Las antenas de televisión que encontramos en los edificios, denominadas Yagi-Uda y que estudiaremos, pueden ponderar la energía procedente de una determinada dirección (donde se encuentra la fuente que radia) y no recibir la de otras.

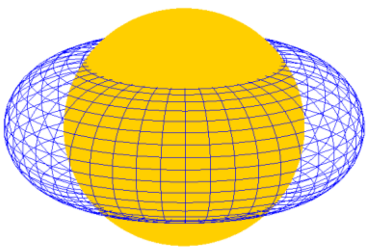


Fig. 28 Directividad: la radiación isotrópica (D=1, mínima directividad posible) se utiliza como referencia. Una antena con una directividad superior a la isotrópica radiará más potencia en la dirección del máximo, en detrimento de otras direcciones, donde radiará menos.

$$D(\theta,\varphi) = \frac{\wp(\theta,\varphi)}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} \quad (20)$$

Si no se especifica la dirección angular, se sobreentiende que la directividad se refiere a la dirección de máxima radiación[1]:

$$D = \frac{\wp_{max}}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} \qquad (21)$$

Si una antena es muy directiva, es capaz de concentrar la potencia que radia (o recibe) en una determinada dirección.
Como puede observarse en las ecuaciones anteriores, la directividad puede obtenerse a partir del conocimiento del diagrama de radiación de la antena. Si se define el diagrama de radiación normalizado mediante:

$$t(\theta,\varphi) = \frac{\wp(\theta,\varphi)}{\wp_{max}} = \frac{K(\theta,\varphi)}{K_{max}} = \frac{D(\theta,\varphi)}{D} \qquad (22)$$

La expresión de la directividad puede escribirse de la forma:

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} t(\theta,\varphi)d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_e} \qquad (23)$$

donde Ω_e se define como ángulo sólido equivalente:

$$\Omega_e = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} t(\theta,\varphi)d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} t(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi \qquad (24)$$

“El ángulo sólido equivalente de una antena que radia una potencia total (P_r) con una densidad de potencia ($\wp(\theta,\varphi)$) es el ángulo sólido que cubriría una antena ficticia que radiase la misma potencia P_r uniformemente para todos los ángulos de éste y con una densidad de potencia igual a K_{max}”.

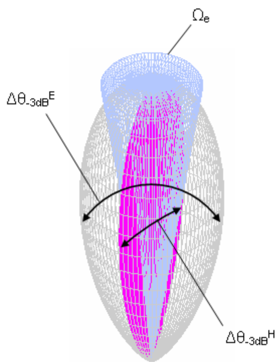


Fig. 29 Ángulo sólido equivalente.

$\Delta\theta^E_{-3dB}$ y $\Delta\theta^H_{-3dB}$: anchos de haz a mitad de potencia en los dos planos principales.

[1] La terminología que utiliza la bibliografía para referirse al tópico directividad es a veces confusa. La directividad puede ser función de la dirección del espacio ($D_{(\theta,\varphi)}$) o puede venir dada en la dirección de máxima radiación (D). Formalmente, el término “ganancia directiva” se utilizó para la directividad en función de la dirección, pero la IEEE no recomienda su utilización.

Para antenas con un lóbulo principal estrecho y lóbulos laterales negligibles, Ωe es prácticamente igual al producto de los anchos de eje a mitad de potencia de los dos planos perpendiculares (planos E y H en caso de polarización lineal):

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_e} = \frac{4\pi}{\Delta\theta^E_{-3dB} \cdot \Delta\theta^H_{-3dB}} \qquad (25)$$

Si el diagrama de radiación tiene simetría de revolución, los anchos de eje a mitad de potencia son iguales en los dos planos perpendiculares; por lo tanto:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_e} = \frac{4\pi}{\left(\Delta\theta_{-3dB}\right)^2} \qquad (26)$$

La ecuación anterior es una aproximación para el cálculo de la directividad, teniendo en cuenta que el diagrama de radiación tiene un lóbulo principal y posibles lóbulos laterales completamente negligibles. Para un modelo de radiación con dos lóbulos principales idénticos, el valor de la directividad que se obtiene utilizando esta ecuación, sería dos veces el valor actual. Para modelos con lóbulos laterales significantes, la directividad también sería superior a la real.

A continuación se compara el valor de la directividad de una antena obtenida a partir de las expresiones exacta y aproximada. La antena tiene un único lóbulo de radiación dado por $t(\theta,\varphi) = \cos^n\theta$; $\theta \in \left[0, \pi/2\right]$. Cuanto mayor es el exponente n, más directivo es el diagrama de radiación y menor es la diferencia entre las directividades (real y aproximada). Puede considerarse que la expresión aproximada para el cálculo de la directividad es válida para valores superiores a 10 dB

n	D exacta [dB]	D aprox [dB]	Δ [dB]
1	6	4.5	1.5
2	7.8	7	0.9
3	9	8.7	0.6
4	10	9.8	0.4

Tabla 3 Comparación entre directividad exacta y aproximada en función de la directividad del diagrama. Podemos considerar que la expresión aproximada es válida para D> 10dB.

Nota adicional de interés:
Físicamente es posible conseguir una antena con una directividad D=1, es decir, que el diagrama de radiación es una esfera perfecta [24].

Ganancia

Como se ha demostrado en el apartado anterior, la directividad es una magnitud que describe sólo propiedades de direccionalidad de la antena, y depende únicamente del patrón de radiación. Otro parámetro importante que está directamente relacionado con la directividad es la ganancia de la antena.

Es importante subrayar que tanto la directividad como la ganancia son funciones que dependen de las coordenadas esféricas θ y φ. Solemos referirnos a directividad y ganancia máxima cuando no es más que el máximo de la función.

Su definición es similar, pero la comparación no se establece con la potencia radiada, si no con la potencia entregada a la antena. La ganancia pone de manifiesto el hecho de que una antena real no radia toda la potencia que se le suministra, si no que parte de ésta se disipa en forma de calor (R_Ω). Por lo tanto, la ganancia y la directividad están relacionadas por la eficiencia de la antena:

$$G(\theta,\varphi) = \frac{\wp(\theta,\varphi)}{\frac{P_A}{4\pi r^2}} = \frac{P_r}{P_A} \cdot \frac{\wp(\theta,\varphi)}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} = \eta_r \cdot D(\theta,\varphi) \qquad (27)$$

$$G = \eta_r \cdot D \qquad (28)$$

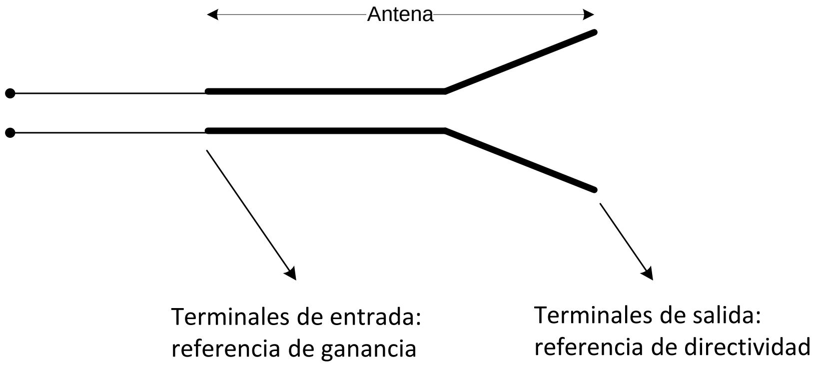


Fig. 30 Ganancia y directividad en las terminales de la antena.

No debe confundirse este concepto de ganancia con el que solemos trabajar en el caso de amplificadores. La antena es un dispositivo pasivo y, por lo tanto, no amplifica la señal. Si el generador le entrega 1 W de potencia, la antena radiará 1 W en el mejor de los casos (eficiencia 100%). Si este 1 W se distribuye de manera igual en el espacio, la antena tendrá una directividad de D=1 y G=1 (si la eficiencia es del 100%). Veamos un ejemplo sencillo utilizando términos acústicos: al hablar podemos llegar a comunicarnos con una persona a una determinada distancia. Si repetimos el caso hablando con la misma intensidad pero ayudándonos con las manos para focalizar la voz, el remitente percibirá una señal más fuerte. En este caso, hemos aumentado la directividad y la ganancia de la fuente.

Polarización

La polarización de una antena en una dirección dada se define como “la polarización de la onda radiada cuando ésta se encuentra excitada”. La polarización generalmente se define en la dirección en la que la antena radia el máximo de potencia, ya que los enlaces se diseñan para que sean eficientes en la dirección de máxima radiación. La polarización de la onda radiada varía con la dirección respecto al centro de la antena, por lo que diferentes partes del diagrama de radiación pueden tener diferentes polarizaciones [1].

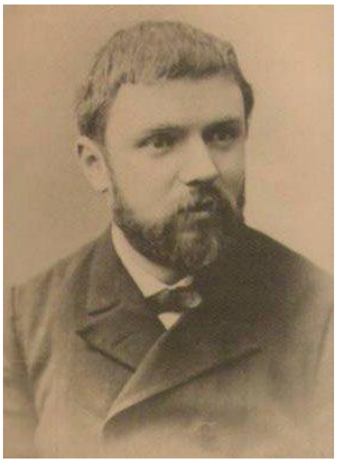


Fig. 31 Henri Poincaré (1854-1912). Matemático francés, pionero en el campo de la óptica polarimétrica.

En cada punto del espacio existe un vector de campo eléctrico $\vec{E}_{(\vec{r},t)}$; función de la posición y el tiempo. La polarización de una onda es la figura geométrica descrita, con el paso del tiempo, por el extremo del vector de campo eléctrico en un punto del espacio en el plano perpendicular a la dirección de propagación.

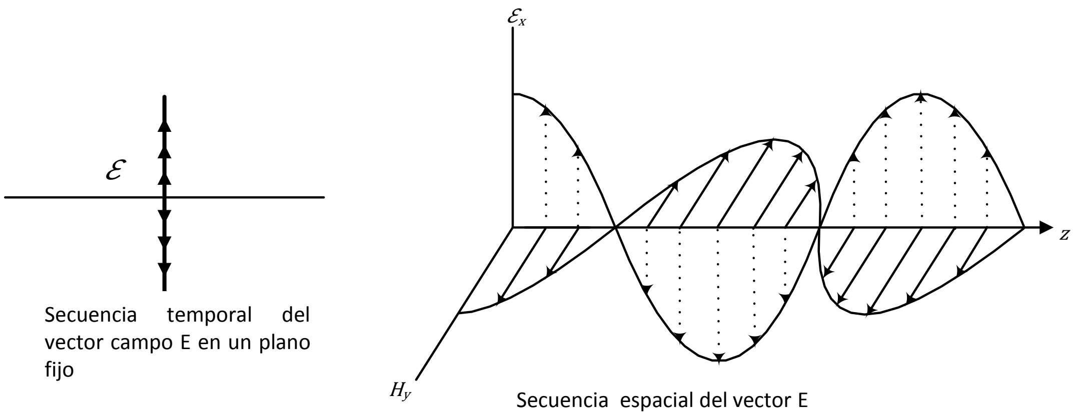


Fig. 32 Onda polarizada verticalmente [18]

La figura Fig. 32 izquierda representa una onda plana formada por los campos eléctrico (sólido) y magnético (puntos) perpendiculares al sentido de propagación (z). Ésta sería una fotografía en tres dimensiones de la onda plana en un determinado instante de tiempo. A medida que el tiempo progresa (Fig. 32 derecha), el campo eléctrico (E_x) en un punto fijo oscila hacia arriba y hacia abajo a lo largo de una línea vertical. En este plano ortogonal al sentido de propagación se pone de manifiesto la trayectoria que describe el vector de campo eléctrico con el transcurso del tiempo.

Éste ha sido un ejemplo de polarización lineal pero, en general, la figura que describe el campo eléctrico es una elipse, por lo tanto, se dice que el campo se encuentra polarizado elípticamente. Otras polarizaciones como la lineal y la circular no son más que casos particulares de la polarización elíptica

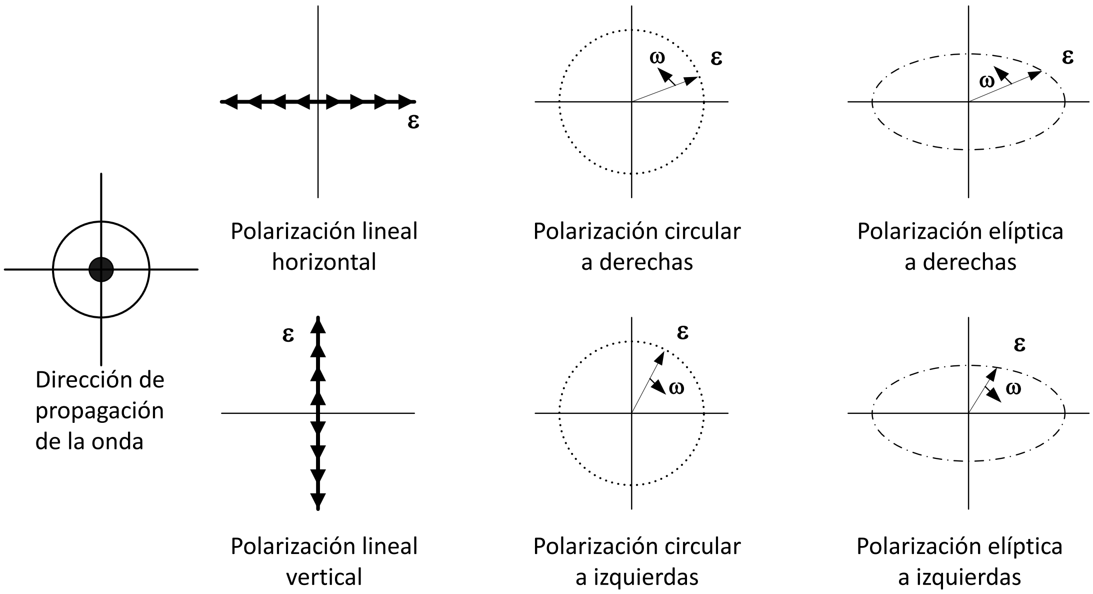


Fig. 33 Polarización lineal, circular y elíptica.

El sentido de giro de campo eléctrico, tanto en polarización circular como elíptica, es hacia la derecha cuando la onda se aleja del observador, rota el campo en el sentido de las agujas del reloj, y hacia la izquierda si el sentido es contrario.

Uso de fasores

Antes de analizar los tres tipos de polarización (lineal, circular y elíptica), hay que tener presente la notación fasorial de una magnitud vectorial como es el campo eléctrico.

Expresión instantánea de una cantidad escalar:

$$E(t) = E_o \cos(\omega t + \varphi) \qquad (29)$$

E(t): campo eléctrico E_o: amplitud camp eléctrico ω: frecuencia angular [rad/s] φ: ángulo de fase respecto de la función coseno.

Se ha tomado la función coseno como referencia, pero podría haber sido la función seno

$$E(t) = E_o \sin(\omega t + \varphi + \tfrac{\pi}{2}) \qquad (30)$$

Fasor de una magnitud escalar:

$$E(t) = \Re\left\{E_o e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right\} = \Re\left\{E_o \cos(\omega t + \varphi) + jE_o \sin(\omega t + \varphi)\right\} = E_o \cos(\omega t + \varphi) \quad (31)$$

Por lo tanto, el término $E_o e^{j\varphi}$ es la expresión fasorial de la corriente. El fasor contiene información de amplitud y fase, pero es independiente del tiempo (t).

Expresión instantánea de una magnitud vectorial:

$$\vec{E}_{(x,y,z,t)} = E_x \cos(\omega t - kz)x + E_y \cos(\omega t - kz)y + E_z \cos(\omega t - kz)\hat{z} \qquad (32)$$

Si se supone una onda plana que se propaga en dirección z y sólo tiene campo definido en x:

$$\vec{E}_{(z,t)} = E_o \cos(\omega t - kz)x \qquad (33)$$

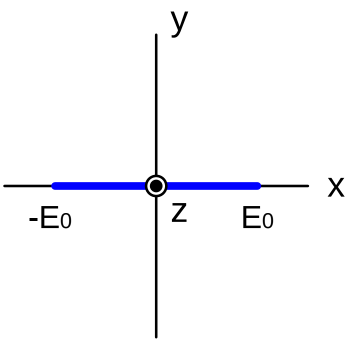


Fig. 34 Onda plana que se propaga en la dirección z

Fasor de una magnitud vectorial:

$$\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz} x \qquad (34)$$

$$\vec{E}_{(z,t)} = \Re\left\{\vec{E}_{(z)} e^{j\omega t}\right\} \qquad (35)$$

Términos de las expresiones vectoriales temporal y fasorial:

Temporal: $\vec{E}_{(z,t)} = E_o \cos(\omega t - kz + \varphi)x$ (36)

Fasorial: $\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz} e^{j\varphi} x$ (37)

Eo: amplitud del campo

e^{-jkz} → k: número de onda ; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega}{v_p}$ [rad/s]

→ -z: sentido de propagación hacia z +

φ: desfase de la señal respecto de la función referencia coseno

x: vector unitario en el eje x

Polarización lineal

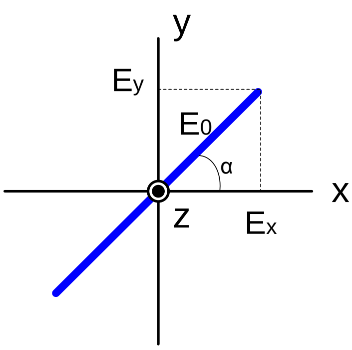


Fig. 35 Polarización lineal

$$\vec{E}_{(z)} = E_x e^{-jkz} x + E_y e^{-jkz} y = \left(E_x x + E_y y\right) e^{-jkz} = E_o \left(\cos\alpha x + \sin\alpha y\right) e^{-jkz} \qquad (38)$$

En esta expresión, ambos componentes se encuentran en fase con la función de referencia coseno, pero se podría tener una expresión más general como la siguiente:

$$\vec{E}_{(z)} = E_x e^{-jkz} e^{j\varphi_x} x + E_y e^{-jkz} e^{j\varphi_y} y \qquad (39)$$

Para que la onda tenga polarización lineal, la diferencia de fase entre los dos componentes tiene que ser:

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = n\pi \quad ; \quad n = 0,1,2,3... \qquad (40)$$

Ejemplo de polarización lineal con los dos componentes desfasados π radianes:

$$\vec{E}_{(z)} = 2e^{-jkz} x + 3e^{-jkz} e^{j\pi} y = \left(2x - 3y\right) e^{-jkz} \qquad (41)$$

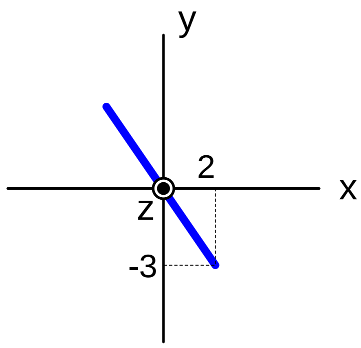


Fig. 36 Polarización lineal con componentes desfasadas π radianes

Polarización circular

La relación espacio-tiempo en una polarización circular es difícil de apreciar. La figura Fig. 37 muestra una vista en perspectiva de una onda polarizada circularmente hacia la izquierda. En la parte de arriba se muestra la secuencia espacial de los vectores de campo en un determinado instante de tiempo. La propagación de las señales es z+. En la misma figura puede observarse la trayectoria que describe el campo eléctrico en un plano perpendicular al sentido de propagación con el paso del tiempo. Se dice que esta onda está polarizada a izquierdas porque a medida que la onda se aleja del observador, el campo gira en sentido contrario al de las agujas del reloj.

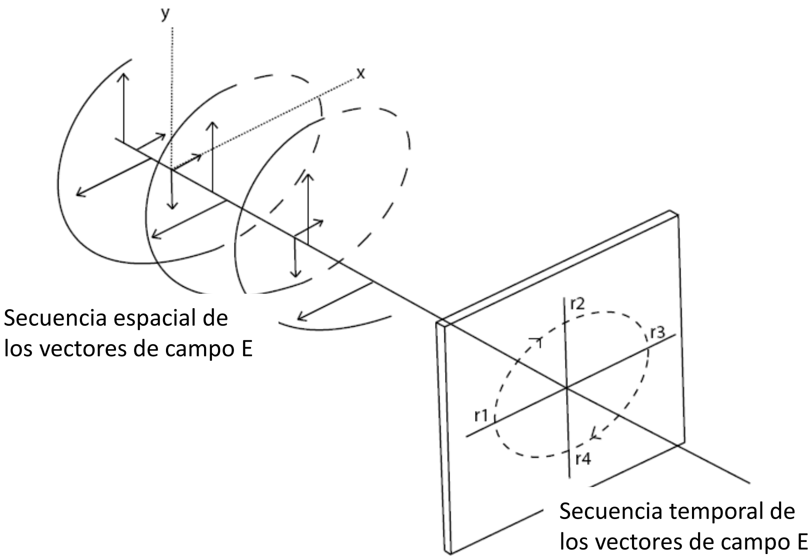


Fig. 37 Polarización circular

Polarización a DERECHAS (DEXTRÓGIRA)

La onda gira en sentido de las agujas del reloj (CW: *clockwise*) cuando se aleja del observador.

Temporal:

$$\vec{E}_{(z,t)} = \vec{E}_{x(z,t)} + \vec{E}_{y(z,t)} \quad (42)$$

$$\vec{E}_{x(z,t)} = E_o \cos(\omega t - kz)\, x \quad (43)$$

$$\vec{E}_{y(z,t)} = E_o \sin(\omega t - kz)\, y = E_o \cos\left(\omega t - kz - \pi/2\right) y \quad (44)$$

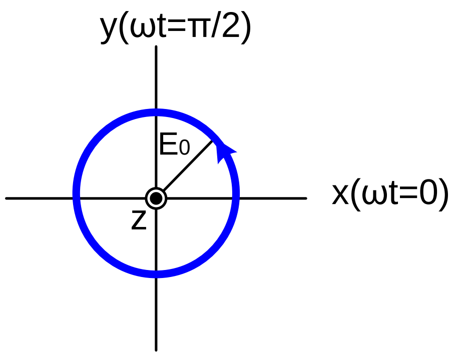


Fig. 38 Polarización circular a derechas (dextrógira)

Fasorial:

$$\vec{E}_{(z)} = \vec{E}_{x(z)} + \vec{E}_{y(z)} \quad (45)$$

$$\vec{E}_{x(z)} = E_o e^{-jkz}\, x \quad (46)$$

$$\vec{E}_{y(z)} = E_o e^{-jkz} e^{-j\pi/2}\, y \quad (47)$$

$$\vec{E}_{(z)} = E_o \left(x - jy\right) e^{-jkz} \quad (48)$$

Polarización a IZQUIERDAS (LEVÓGIRA)

La onda gira en sentido contrario al de las agujas del reloj (CCW: *counterclockwise*) cuando se aleja del observador.

Temporal:

$$\vec{E}_{(z,t)} = \vec{E}_{x(z,t)} + \vec{E}_{y(z,t)} \tag{49}$$

$$\vec{E}_{x(z,t)} = E_o \cos(\omega t - kz)\, x \tag{50}$$

$$\vec{E}_{y(z,t)} = E_o \cos\left(\omega t - kz + \pi/2\right) y \tag{51}$$

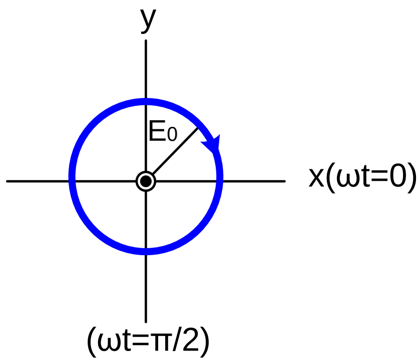


Fig. 39 Polarización circular a izquierdas (levógira)

Fasorial:

$$\vec{E}_{(z)} = \vec{E}_{x(z)} + \vec{E}_{y(z)} \tag{52}$$

$$\vec{E}_{x(z)} = E_o e^{-jkz} x \tag{53}$$

$$\vec{E}_{y(z)} = E_o e^{-jkz} e^{j\pi/2} y \tag{54}$$

$$\vec{E}_{(z)} = E_o \left(x + jy\right) e^{-jkz} \tag{55}$$

Resumen:

$$\vec{E}_{(z)} = E_x e^{-jkz} e^{j\varphi_x} \hat{x} + E_y e^{-jkz} e^{j\varphi_y} \hat{y} \tag{56}$$

$$E_x = E_y$$

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \begin{Bmatrix} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi \;\; ; \;\; n = 0,1,2\ldots \;\; \text{for CW} \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi \;\; ; \;\; n = 0,1,2\ldots \;\; \text{for CCW} \end{Bmatrix} \tag{57}$$

Polarización elíptica

La polarización elíptica se da cuando:

La diferencia de fase entre los dos componentes de campo ortogonales es múltiplo impar de $\pi/2$ y las amplitudes son diferentes:

$$\vec{E}_{(z)} = E_x e^{-jkz} e^{j\varphi_x} \hat{x} + E_y e^{-jkz} e^{j\varphi_y} \hat{y} \qquad (58)$$

$$E_x \neq E_y$$

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \begin{Bmatrix} +\left(\dfrac{1}{2} + 2n\right)\pi \;\; ; \;\; n = 0,1,2... \;\; \text{for CW} \\ -\left(\dfrac{1}{2} + 2n\right)\pi \;\; ; \;\; n = 0,1,2... \;\; \text{for CCW} \end{Bmatrix} \qquad (59)$$

La diferencia de fase entre los dos componentes no es igual a múltiplos de $\frac{\pi}{2}$:

$$\Delta_\varphi = \varphi_y - \varphi_x \neq \pm\frac{\pi}{2} n = \begin{Bmatrix} > 0 \;\; \text{for CW} \\ < 0 \;\; \text{for CCW} \end{Bmatrix} ; n = 0,1,2... \qquad (60)$$

La figura descrita más habitual de una polarización elíptica en el plano perpendicular al sentido de propagación es el de una elipse con *tilt* (inclinación):

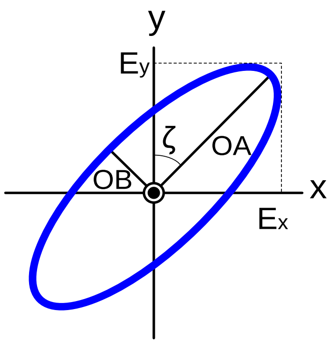


Fig. 40 Polarización elíptica

Relación axial (*axial ratio*): $AR = \dfrac{OA}{OB} \;\; ; \;\; 1 \leq AR \leq \infty$ (61)

$$OA = \sqrt{\frac{1}{2}\left[E_x^{\,2} + E_y^{\,2} + \sqrt{E_x^{\,4} + E_y^{\,4} + 2E_x^{\,2}E_y^{\,2}\cos(2\Delta\varphi)}\right]} \qquad (62)$$

$$OB = \sqrt{\frac{1}{2}\left[E_x^{\,2} + E_y^{\,2} - \sqrt{E_x^{\,4} + E_y^{\,4} + 2E_x^{\,2}E_y^{\,2}\cos(2\Delta\varphi)}\right]} \qquad (63)$$

La inclinación de la elipse, relativa al eje y, se representa mediante el ángulo ζ, y da:

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left[\frac{2E_x E_y}{E_x^{\ 2} - E_y^{\ 2}}\cos(\Delta\varphi)\right] \tag{64}$$

Conversión de polarizaciones

Cualquier onda puede descompasarse en dos polarizaciones lineales ortogonales, o en dos ondas polarizadas circularmente, una a izquierdas y la otra a derechas.

Conversión de ELÍPTICA a CIRCULAR

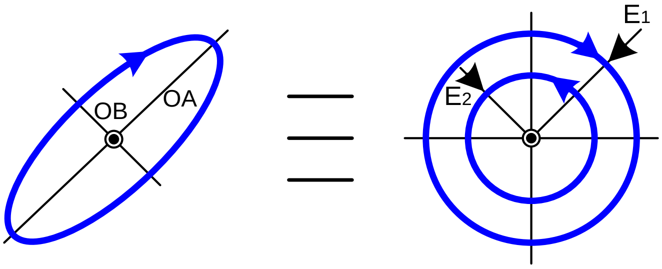


Fig. 41 Conversión de polarización: de elíptica a circular

El sentido de giro de la polarización circular predominante es el mismo que el de la elipse.

$$\begin{aligned} OA &= E_1 + E_2 \\ OB &= E_1 - E_2 \\ E_1 &= \frac{OA + OB}{2} \\ E_2 &= \frac{OA - OB}{2} \end{aligned} \tag{65}$$

En general, una onda polarizada elípticamente con unos ejes no alineados con los de coordenadas se escribe como:

$$\vec{E}_{(z)} = \left[E_x \hat{x} + E_y e^{j\varphi}\hat{y}\right]e^{-jkz} \tag{66}$$

Esta onda elíptica puede descomponerse como la suma de dos ondas circulares, una a derechas (CW) y la otra a izquierdas (CCW):

$$\vec{E}_{(Z)} = \left[A(\hat{x} + j\hat{y}) + B(\hat{x} - j\hat{y})\right]e^{-jkz}$$

$$\underset{\text{CCW}}{\downarrow} \qquad \underset{\text{CW}}{\downarrow} \tag{67}$$

A y B son, en general, números complejos. Igualando ambas expresiones:

$$E_x x + E_y(\cos\varphi + j\sin\varphi)y = A(x + jy) + B(x - jy)$$
$$E_x = A + B$$
$$E_y \cos\varphi + jE_y \sin\varphi = jA - jB$$
(68)

Si aplicamos $\begin{cases} A = a + jb \\ B = c + jd \end{cases}$ resulta lo siguiente:

$$E_x = (a + c) + j(d + b) \rightarrow \quad \begin{matrix} d = -b \\ a + c = E_x \end{matrix}$$ (E_x es un escalar no complejo)

$$E_y \cos\varphi + jE_y \sin\varphi = j(a + bj) - j(c + jd) = (d - b) + j(a - c) \tag{69}$$

$$E_y \cos\varphi = (d - b) = 2d \rightarrow d = \frac{E_y \cos\varphi}{2} \;;\; b = -\frac{E_y \cos\varphi}{2}$$
$$\left.\begin{matrix} E_y \sin\varphi = a - c \\ E_x = a + c \end{matrix}\right\} a = \frac{E_x + E_y \sin\varphi}{2} \;;\; c = \frac{E_x - E_y \sin\varphi}{2} \tag{70}$$

Conversión de LINEAL a CIRCULAR

Una onda polarizada linealmente que se propaga en z>0 es puede escribirse de la siguiente forma:

$$\vec{E}_{(z)} = E_o(\cos\alpha x + \sin\alpha y)e^{-jkz} \tag{71}$$

$$\vec{E}_{(z)} = E_o\left[\frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}x + \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}y\right]e^{-jkz} = \frac{E_o}{2}\left[e^{j\alpha}\left(x + \frac{y}{j}\right) + e^{-j\alpha}\left(x - \frac{y}{j}\right)\right]e^{-jkz} \tag{72}$$

$$\vec{E}_{(z)} = \frac{E_o}{2}\left[e^{j\alpha}(x - jy) + e^{-j\alpha}(x + jy)\right]e^{-jkz} \tag{73}$$

$\downarrow$ CW $\quad\quad$ $\downarrow$ CCW

Discriminación de polarización cruzada

A nivel práctico, las antenas se diseñan para radiar polarización lineal o circular. A pesar de esto, una antena suele tener una polarización elíptica, es decir, si se diseña para ser lineal siempre hay una componente no deseada que deteriora la polarización.
Polarización de referencia o copolar: polarización deseada.
Polarización cruzada o contrapolar: polarización no deseada ortogonal a la referencia.

Una antena radia una onda electromagnética dada por la siguiente expresión:

$$\vec{E}_{(z)} = \left[A(x + jy) + B(x - jy)\right]e^{-jkz} \;;\; A = 0.75 \;;\; B = 0.25 \tag{74}$$

Si se define el sentido copolar (referencia) como el circular a izquierdas, esta onda tiene un componente de polarización contrapolar (cruzada), que es la circular a derechas.

El cociente entre el componente copolar y el contrapolar nos da una idea de la pureza de la polarización, y se le conoce como Discriminación de Polarización Cruzada (XPD: Cross Polarization Discrimination):

$$XPD = 20\log\frac{A}{B} \qquad (75)$$

En el caso de una polarización lineal vertical, la vertical es la copolar y al residuo de componente que aparece en sentido horizontal se le denomina contrapolar. Para una antena que se diseña para tener una componente circular a derechas, la componente contrapolar es la parte de radiación que se encuentra en la polarización circular a izquierdas. Para una antena que se diseña para tener polarización inclinada a +45º, la componente contrapolar es la polarización inclinada a -45º.

Veamos un ejemplo.

Dada una polarización $\vec{E} = \hat{x} + j0.5\hat{y}$, calculemos cuál es la relación axial. Por otro lado, imaginemos que la antena ha sido diseñada para obtener una polarización circular a izquierdas; calculemos cuál es la XPD (rechazo a la polarización cruzada).

Si descomponemos la polarización como suma de circular, tenemos $A = 0.75\sqrt{2}$ y $B = 0.25\sqrt{2}$. Por lo tanto, la relación axial es $RA = \frac{A+B}{A-B} = \frac{\sqrt{2}}{0.5\sqrt{2}} = 2$ que en dB es RAdB=20logRA=6dB. LA XPD resulta: el componente copolar es de referencia que se desea en la antena, es decir, la circular a izquierdas que vale $A = 0.75\sqrt{2}$ y la contrapolar es la polarización ortogonal, es decir, la circular a izquierdas que vale $B = 0.25\sqrt{2}$. Entonces, la XPD es $XPD = \frac{0.75}{0.25} = 3$ que en dB resulta $XPDdB = 20\log XPD = 9.5dB$

El diseño ideal hubiera sido que la relación axial fuera cercana a 0dB y la XPD>30dB. A partir de aquí podemos definir un ancho de banda de polarización. Veremos esta definición cuando hablemos de ancho de banda).

RESUMEN

Los parámetros introducidos son útiles para realizar un balance de potencias y ver cómo cada uno de ellos afecta en la ecuación que relaciona la potencia transmitida por una antena y recibida por otra.

La adaptación de una antena y su eficiencia de radiación determinan cuánta potencia se radiará en el espacio (por reciprocidad, cuánta se recibe del espacio y se entrega el receptor). El diseño de la antena determina su adaptación, que puede complementarse tanto con redes de adaptación o con elementos discretos (ej.: bobina y condensadores) y/o distribuidos (ej.: líneas de transmisión).

El hecho de que las ondas electromagnéticas se puedan polarizar aporta la ventaja, entre otros, de poder transmitir información para dos polarizaciones ortogonales sin tener que consumir ancho de banda extra.
El concepto de directividad indica la capacidad de una antena para concentrar la radiación, tanto la que se radia en el espacio como la que se recibe. En aquellas aplicaciones donde no se sabe dónde está localizado un emisor, se suele utilizar antenas de poca directividad como es el caso de antenas de radiodifusión comercial (FM). En caso de que de tener un receptor fijo, la antena suele tener más directividad como por ejemplo, las antenas de TV utilizadas en los tejados de los edificios.

Sesión 3: Parámetros en recepción. Ecuación de transmisión

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 3 horas
- **Dedicación**: 4 horas

OBJETIVOS

Alcanzar el conocimiento en los parámetros que caracterizan la antena en recepción y poder enlazar estos parámetros con los de transmisión mediante la ecuación de transmisión. Entender su utilidad como herramienta útil para realizar un balance de potencias de un radioenlace.

CONTENIDOS

En esta sesión describiremos la impedancia de la antena en recepción y cuál tiene que ser la condición para que se pueda transferir la máxima potencia recibida en el receptor. Definiremos nuevos parámetros: el área efectiva, la longitud efectiva y el ancho de banda.

2.1.2. Parámetros de la antena en recepción

En este apartado de teoría describiremos la impedancia de la antena en recepción y cuál tiene que ser la condición para que se pueda transferir la máxima potencia recibida en el receptor. Definiremos nuevos parámetros: el área efectiva, la longitud efectiva y el ancho de banda.

Impedancia en recepción

Igual que hemos visto en la sección 0, en recepción podemos modelar la antena como una impedancia conectada directamente al receptor. La impedancia de una antena en transmisión es la misma que en recepción, como ya explicaremos en el capítulo siguiente. La pregunta es: si suponemos que llega a la antena un frente de onda, ¿qué condición debe cumplir la impedancia de la antena para poder transferir la máxima potencia al receptor? La respuesta es que la impedancia de la antena tiene que ser la *traspuesta* conjugada del generador. En este caso, decimos que la antena está adaptada al generador. Si se cumple esta condición, en transmisión también se cumple que la entrega de toda la potencia posible a la antena.

La impedancia de una antena receptora es la misma que la impedancia de esta misma antena cuando actúa como transmisora (siempre y cuando no haya elementos no recíprocos en la antena). Este hecho puede demostrarse mediante el Teorema de Reciprocidad, que se introducirá en próximos capítulos.

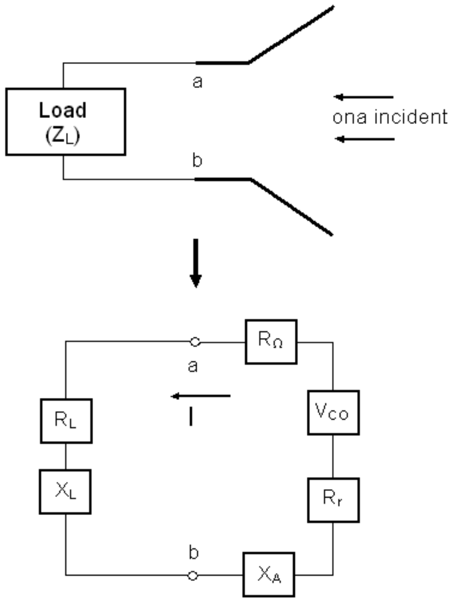


Fig. 42 Antena en modo recepción y equivalente de Thevenin

Coeficiente de desadaptación de impedancias en recepción

En el caso particular de que no existiera adaptación total entre la antena y la línea de transmisión o el receptor, la potencia que llegaría a la carga sería:

$$P_L = P_{LMAX} \cdot Ca_R \tag{76}$$

donde Ca_R es el coeficiente de desadaptación de impedancias:

$$Ca_R = \left(1 - |\rho|^2\right) = \frac{4\left(R_r + R_\Omega\right)R_L}{\left(R_r + R_\Omega + R_L\right)^2 + (X_A + X_L)^2} \tag{77}$$

$$Ca_R = \frac{\text{Potència lliurada a la càrrega}}{\text{Potència lliurada a la càrrega en condicions de MAX TRANS POT}} = \frac{P_L}{P_{LMAX}} =$$

$$= \frac{|I|^2 R_L}{\frac{|V_{co}|^2}{4R_A}} = \frac{\frac{|V_{co}|^2 R_L}{(R_A + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2}}{\frac{|V_{co}|^2}{4R_A}} = \frac{4R_A R_L}{(R_A + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2}$$

(78)

Eficiencia

Eficiencia de una antena receptora es la relación entre la potencia liberada en una carga adaptada y la potencia liberada también en una carga adaptada pero suponiendo una antena sin pérdidas ($R_\Omega = 0$).

$$\eta_r = \frac{\frac{|V_{co}|^2}{4R_A}}{\frac{|V_{co}|^2}{4R_r}} = \frac{R_r}{R_A} \qquad (79)$$

$$\eta_r = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} \qquad (80)$$

Como en la transmisión, en la recepción interesa una resistencia de radiación muy superior a la resistencia de pérdidas para obtener la máxima eficiencia posible. El fenómeno de pérdidas produce un calentamiento de los materiales que conforman la antena: metales y/o dieléctricos.

Área efectiva

La antena extrae potencia del frente de onda incidente, por lo que presenta una determinada área de captación o área efectiva (A_{ef}). El área efectiva se define como la relación entre la potencia que entrega la antena a su carga (suponiendo una antena sin pérdidas y adaptada a la carga) y la densidad de potencia de la onda incidente.

$$A_{ef}(\theta,\varphi) = \frac{P_L}{\wp_i(\theta,\varphi)} \qquad (81)$$

El área efectiva representa físicamente la porción del frente de onda que la antena intercepta y drena toda su potencia hacia la carga. El área efectiva depende de la dirección angular en la que inciden las ondas, de una forma similar a la directividad, pero este parámetro está definido por la dirección en la que la antena receptora capta máxima señal:

$$A_{ef} = \frac{P_L}{\wp_i} \quad \left[m^2\right] \qquad (82)$$

$$A_{ef}(\theta,\varphi) = A_{ef} \cdot t(\theta,\varphi) \qquad (83)$$

El área efectiva de una antena no es necesariamente la misma que su área física. Por ejemplo, el área efectiva de una antena de cable es mayor que su área física, si se toma ésta como el área que resulta de hacer un corte longitudinal al cable a lo largo de su diámetro. Gracias a este hecho, el cable puede captar mucha más potencia que la interceptada por su área física.

El Teorema de Reciprocidad relaciona los parámetros de transmisión y recepción de una antena de la siguiente manera:

$$\frac{A_{ef}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \qquad (84)$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{\Omega_e} \qquad (85)$$

De estas expresiones pueden extraerse conclusiones interesantes:

El área efectiva (A_{ef}) y el ángulo sólido equivalente (Ω_e) son inversamente proporcionales. Es decir, si el área efectiva aumenta (como resultado de incrementar la medida de la antena), el ángulo sólido equivalente disminuye, lo que significa que la potencia se concentra en una región angular menor y, por lo tanto, la antena es más directiva.
Para un área efectiva fija (se mantiene la geometría de la antena), si la longitud de onda decrece (frecuencia aumenta), el ángulo sólido equivalente se hace menor, por lo que la directividad también es mayor.

Longitud efectiva

La longitud efectiva de una antena polarizada linealmente que recibe una onda plana en una dirección dada se define como “la relación entre la tensión en circuito abierto que aparece en los terminales de la antena y la intensidad de campo eléctrico en la dirección de la polarización de la antena”.

La longitud efectiva es la longitud de un conductor lineal recto orientado perpendicularmente a la dirección dada y paralelo a la polarización de la antena, que tiene una corriente uniforme igual a la de los terminales de la antena y que produce la misma intensidad en campo alejado que la antena en esta dirección.

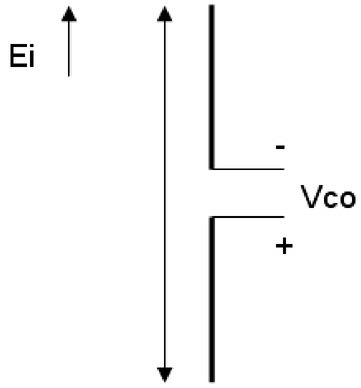


Fig. 43 El camp incidente y la tensión en el puerto de la antena definen la longitud efectiva

$$l_{ef} = \frac{|V_{co}|}{|E_i|} \text{ [m]} \tag{86}$$

La longitud efectiva no tiene por qué coincidir con la longitud real de la antena. La longitud efectiva depende de la dirección angular y está definida en la dirección en la cual la antena receptora capta máxima señal.

$$l_{ef}(\theta,\varphi) = l_{ef} \cdot \sqrt{t(\theta,\varphi)} \tag{87}$$

La relación entre área efectiva y longitud efectiva es:

$$A_{ef} = \frac{P_L}{\wp_i} = \frac{|V_{co}|^2}{4R_r} \cdot \frac{1}{\wp_i} = \frac{|V_{co}|^2}{4R_r} \cdot \frac{\eta}{|E_i|^2} = l_{ef}{}^2 \frac{\eta}{4R_r}$$

$$A_{ef} = \frac{\eta}{4R_r} l_{ef}^{\ 2} \qquad (88)$$

donde η es la impedancia del medio, en este caso 120π Ω.

Coeficiente de desadaptación de polarización

El coeficiente de desacople de la polarización (C_p) se define como la relación entre la potencia recibida por la antena cuando incide sobre ella una onda plana de polarización conocida y la que recibiría la misma antena al incidir sobre ella una onda plana con la misma dirección de propagación y densidad de potencia pero con un estado de polarización tal que maximice la potencia recibida (adaptación de polarización):

$$C_p = \left. \frac{Potencia\ transferida\ a\ la\ antena}{Potencia\ máxima\ transferible} \right|_{según\ polarización} \qquad (89)$$

Todas las antenas polarizan los campos de una determinada manera cuando actúan en transmisión. En recepción, la antena capta la máxima potencia si la polarización de la onda que recibe es la misma que la de la antena.

Cálculo de Cp mediante densidades de potencia

Sea una onda plana que se propaga en la dirección del vector unitario $\hat{z}$, entonces:

Densidad de potencia en cualquier punto del espacio: $\vec{\wp}_{AV} = \frac{1}{2}\Re\left\{\vec{E}_{(z)} \times \vec{H}^{*}_{(z)}\right\}$

Relación entre los campos eléctrico y magnético en campo lejano: $\eta = \frac{\left|\vec{E}_{(z)}\right|}{\left|\vec{H}_{(z)}\right|}$

Módulo densidad de potencia en campo lejano: $\wp_{AV} = \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{E}_{(z)}\right|^2}{\eta}$

Polarización lineal:

$$\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz}\,x$$

$$\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz}\,y$$

$$\wp_{AV} = \frac{E_o^{\ 2}}{2\eta}$$

Polarización circular:

$$\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz}\,x \pm jE_o e^{-jkz}\,y$$

$$\wp_{AV} = \frac{E_o^{\ 2}}{\eta}$$

Polarización elíptica: $\vec{E}_{(z)} = E_o e^{-jkz}\,x + E_y e^{-jkz} e^{j\varphi_y}\,y$

$$\wp_{AV} = \frac{E_x^2 + E_y^2}{2\eta}$$

Ejemplo: Un campo eléctrico del tipo $\vec{E}_i = E_o\left(x - j3y\right)e^{jkz}$ incide sobre una antena receptora situada en z = 0. Cuál será el coeficiente de desadaptación de polarización (C_p) si la antena receptora:

a) Está polarizada linealmente según $\hat{x}$:

Densidad de potencia total de la onda o densidad de potencia máxima transferible a la antena:

$$\wp_{AV\,ona} = \frac{E_o^2 + 9E_o^2}{2\eta} = \frac{5E_o^2}{\eta}$$

Densidad de potencia transferida a la antena:

$$\wp_{AV\,x} = \frac{E_o^2}{2\eta}$$

Coeficiente de desadaptación de polarización:

$$Cp = \frac{\wp_{AV\,x}}{\wp_{AV\,ona}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

b) Está polarizada linealmente según $\hat{y}$:

$$\wp_{AV\,y} = \frac{9E_o^2}{2\eta}$$

$$Cp = \frac{\wp_{AV\,y}}{\wp_{AV\,ona}} = \frac{9}{10} = 0.9$$

c) Está polarizada circularmente a derechas:

$$\vec{E}_i = E_o\left(x - j3y\right)e^{jkz} = \left[-E_o\left(x + jy\right) + 2E_o\left(x - jy\right)\right]e^{jkz}$$

$$\wp_{AV\,CW} = \frac{E_o^2}{\eta}$$

$$Cp = \frac{\wp_{AV\,CW}}{\wp_{AV\,ona}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

d) Está polarizada circularmente a izquierdas:

$$\wp_{AV\,CCW} = \frac{4E_o^2}{\eta}$$

$$Cp = \frac{\wp_{AV\,CCW}}{\wp_{AV\,ona}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

Cálculo de Cp mediante vectores de polarización

Fasor de campo eléctrico que representa la polarización de una onda electromagnética:

$$\vec{E}_{(z)} = E_o \cdot \hat{e} \cdot e^{\pm jkz} \qquad (90)$$

E_o: amplitud

$\hat{e}$: Vector de polarización (unitario y ortogonal al sentido de propagación)

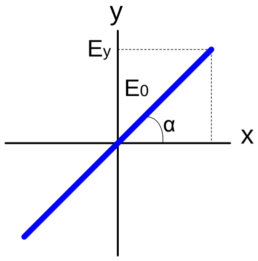
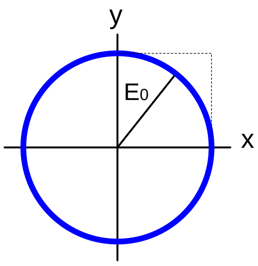
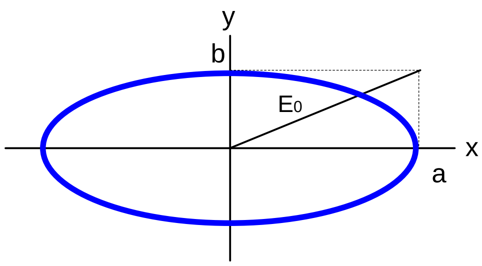
Polarización	Amplitud E_o	Vector polarización ($\hat{e}$)
Lineal		$\hat{e} = \cos\alpha\hat{x} + \sin\alpha\hat{y}$
Circular		$\hat{e} = \frac{\hat{x} \pm j\hat{y}}{\sqrt{2}}$
Elíptica		$\hat{e} = \frac{a\hat{x} \pm jb\hat{y}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Tabla 4 Vectores de polarización.

El coeficiente de desadaptación de polarización C_p se puede encontrar a partir de la siguiente ecuación:

$$C_p = |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r|^2$$
$$C_p = 10\log(C_p)\ [dB] \qquad (91)$$

Donde:

$\hat{e}_t$: Vector de polarización de la antena receptora. Es el vector de polarización que generaría esta antena si actuase como transmisora. $\hat{e}_t$ depende de la dirección.

Ejemplo: antena polarizada circularmente a derechas, situada en el plano XY y con máximo de radiación en la dirección $\hat{z}$ positiva.

$$\hat{e}_t = \frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}}$$

$\hat{e}_r$: Vector de polarización de la onda incidente sobre la antena receptora. Ejemplo: sobre la antena anterior incide una onda plana polarizada circularmente a derechas (sentido de propagación según $\hat{z}$ negativo):

$$\hat{e}_r = \frac{\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{2}}$$

En la expresión anterior $C_p = |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r|^2 = 1$, y se dice que existe adaptación de polarización. Asimismo, si la onda incidente está polarizada circularmente a izquierdas $\left(\hat{e}_r = \frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}}\right)$ se obtiene una desadaptación total con un $C_p = 0$.

Finalmente, si incide una onda linealmente polarizada $(\hat{e}_r = \hat{x})$ resulta un $C_p = 0.5$ o "pérdida" por desadaptación de polarización de 3 dB. En este caso la antena sólo interacciona con una de las dos componentes ortogonales de polarización en que se puede descomponer la onda.

A continuación se dan algunos ejemplos de vectores y coeficientes de polarización para una onda incidente con sentido de propagación en z – ($\hat{e}_r$):

Antena receptora situada en el plano XY con máximo de radiación en el sentido z+($\hat{e}_r$)

Polarización	$\hat{e}_t$	$\hat{e}_r$
Lineal	$\cos\alpha\hat{x} + \sin\alpha\hat{y}$	$\cos\alpha\hat{x} + \sin\alpha\hat{y}$
Circular a derechas	$\frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{2}}$
Circular a izquierdas	$\frac{\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}}$
Elíptica a derechas	$\frac{a\hat{x} - jb\hat{y}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$\frac{a\hat{x} + jb\hat{y}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
Elíptica a izquierdas	$\frac{a\hat{x} + jb\hat{y}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$\frac{a\hat{x} - jb\hat{y}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Tabla 5 Ejemplos vectores y coeficientes de polarización.

Antena receptora polarizada linealmente: $\hat{e}_t = \hat{y}$

Polarización onda incidente	$\hat{e}_r$	C_p
Lineal	$\hat{x}$	0
Lineal	$\hat{y}$	1

Circular a derechas	$\frac{\hat{x}+j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
Circular a izquierdas	$\frac{\hat{x}-j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$

Tabla 6 Ejemplos vectores y coeficientes de polarización.

Antena receptora polarizada circularmente a derechas: $\hat{e}_t = \frac{\hat{x}-j\hat{y}}{\sqrt{2}}$

Polarización onda incidente	$\hat{e}_r$	C_p
Lineal	$\hat{x}$	$\frac{1}{2}$
Lineal	$\hat{y}$	$\frac{1}{2}$
Circular a derechas	$\frac{\hat{x}+j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	1
Circular a izquierdas	$\frac{\hat{x}-j\hat{y}}{\sqrt{2}}$	0

Tabla 7 Ejemplos vectores y coeficientes de polarización.

Si una onda incidente o antena transmisora tiene polarización lineal vertical ($\hat{y}$) y la receptora la tiene horizontal ($\hat{x}$), el coeficiente de polarización C_p = 0 (indica que no está recibiendo nada). Este hecho puede resultar muy útil porque se pueden tener en una misma frecuencia dos informaciones completamente independientes al mismo tiempo, cada una de ellas depositada sobre una de las dos polarizaciones ortogonales. Este método de transmisión se conoce como diversidad de polarización.
En un entorno de propagación hostil como es el de las comunicaciones móviles se puede pensar en transmitir información redundante para disminuir la probabilidad de desvanecimientos de señal en el receptor. Esto se podría hacer transmitiendo la misma señal en dos bandas de frecuencia diferentes, con el consecuente desaprovechamiento del escaso espectro radioeléctrico, o bien utilizando la diversidad de polarización, donde se puede transmitir la misma información para dos polarizaciones ortogonales. Ésta es una técnica empleada en los sistemas de comunicación móvil GSM.

Ancho de banda

Existen diversas definiciones dependiendo del parámetro al que hagamos referencia. De una manera general podemos hablar de ancho de banda de impedancia o de diagrama. Respecto al primero, puede definirse ancho de banda como margen frecuencial al que la antena está adaptada con una relación de onda estacionaria (ROE) menor a un valor prefijado. En cuanto al segundo, podemos encontrar varias acepciones. La más habitual es la que se refiere a la ganancia de la antena; se define como aquel margen de frecuencias en el que la ganancia de la antena no decae de un cierto valor respecto el máximo. Esta definición es la que solemos utilizar en el campo de los amplificadores, y lo conocemos como el ancho de banda a –3dB. Hablando de diagrama, no sólo se suele definir este ancho de ganancia; a veces se habla de ancho de banda de polarización.

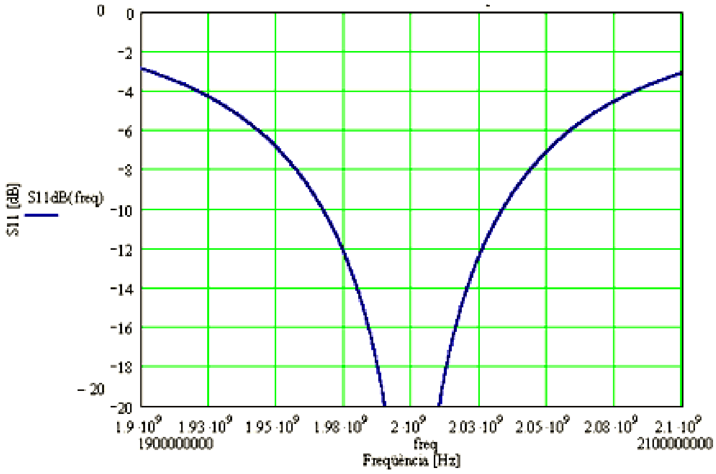


Fig. 44 Curva de adaptación de una antena en función de la frecuencia.

En la Fig. 44 se está representado el parámetro S_{11} de una antena en función de la frecuencia. Si la antena es un de un solo puerto, el parámetro S_{11} es directamente el cociente de reflexión. La antena está adaptada alrededor de 2 GHz: la reflexión es mínima hacia el generador. A partir de aquí se puede definir el ancho de banda de impedancia. En antenas, el ancho de banda es siempre relativo y nunca suele hablarse en términos absolutos, es decir:

$$BW(\%) = \frac{f_2 - f_1}{f_o} \times 100 \qquad (92)$$

donde f_2 y f_1 son las frecuencias en las que el S_{11} tiene un valor determinado y f_o la frecuencia central. Por ejemplo, el ancho de banda referido a un S_{11}=-9.5 dB (ROE=2) es (2.038 GHz-1.965 GHz)/2 GHz*100=3.65%. Si el ancho de banda extendido se refiriera a un nivel menor que S_{11}, por ejemplo –14dB, el ancho de banda sería menor. El nivel al que se refiere el ancho de banda depende de las restricciones del sistema. Para sistemas que tienen poca potencia reflejada, se suele especificar el ancho de banda a S_{11}<-14dB, como es el caso de las antenas de estación base. Esto quiere decir que se está asegurando que la reflexión esté bajo cierto valor para no dañar etapas de salida.
Aunque la definición de ancho de banda de impedancia suele ser la más habitual, nos podemos encontrar otras que también tienen su interés como, por ejemplo, el ancho de banda de polarización. Hemos visto, al hablar de polarización, que el parámetro relación axial RA caracteriza a la misma. Imaginemos que hemos diseñado una antena para que tenga polarización circular, es decir, RA=0dB. Esto sucederá a la frecuencia a la que se ha realizado el diseño pero, a medida que nos apartan de la frecuencia de diseño, la RA se degrada, es decir, la antena deja de radiar con polarización circular. Entonces podemos definir un ancho de banda de polarización circular como aquel margen frecuencial en el que RA<3dB.

Ejemplo de sistema de medida

Para ilustrar a aplicabilidad de las ecuaciones, se muestra a continuación un sistema compacto de mesura que utiliza las ecuaciones descritas en este capítol para caracterizar electromagnéticamente las antenas.

La Fig. 45 muestra una cámara anecoica con un sistema de medida formado por un anillo circular con 32 sondas de doble polarización distribuidas a lo largo del anillo. En el centro del anillo se sitúa la antena a medir. Mediante un barrido electrónico en elevación y mecánico en azimut se puede medir los parámetros de radiación de una antena con un tiempo reducido (5-10 minutos). El sistema mide las dos componentes de campo E_θ y E_φ. A partir de esta medida se obtiene el diagrama de radiación y con ec.(17) la potencia radiada. Como se sabe la potencia inyectada, se puede calcular la eficiencia total de antena (η_t) con ec. (9) y (10). Si aparte se sabe la medida del coeficiente de reflexión de la antena, se puede calcular la eficiencia de radiación (η_r) a partir de ec. (10). Finalmente, la directividad se puede calcular con los datos medidos con ec.(20) y (21).

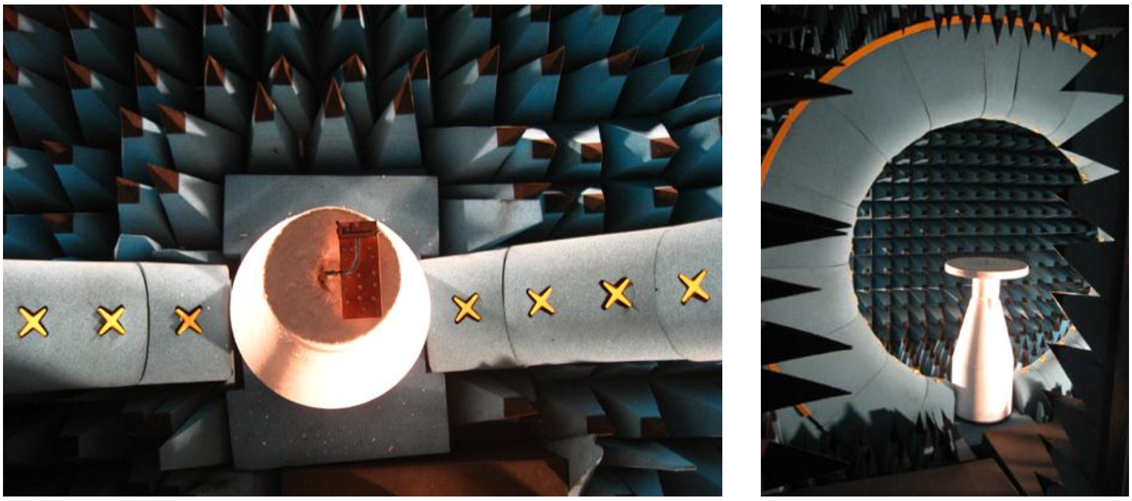


Fig. 45 Cámara anecoica y sistema de medida formado por un anillo circular con 32 sondas de doble polarización (Satimo StarGate-32). Sistema compacto de aproximadamente 3mx3mx2.5m. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona

Ecuación de transmisión



La ecuación de transmisión nos permite hacer un balance de potencias de un sistema de comunicación. Supongamos una antena transmisora caracterizada por sus parámetros en transmisión y una receptora separadas una determinada distancia. La pregunta es: a partir de la potencia transmitida por la transmisora, ¿qué potencia tenemos en la receptora?

Fig. 46 Harald T. Friis (1883-1976), ingeniero danés-americano pionero en el campo de la propagación dando como transcendentes resultados las ecuaciones de Friis en cuanto al balance de potencias y de ruido [19]

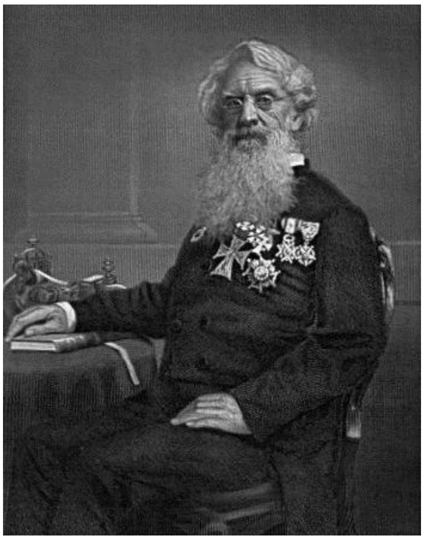


Fig. 47 Samuel Morse (1791-1872), artista americano inventor del telégrafo. La comunicación entre dos individuos distantes ha sido una constante a lo largo de la historia

Se debe subrayar que utilizamos una ecuación que relaciona la directividad con el área afectiva. Es importante apuntar que tiene sentido hablar de directividad de una antena en recepción. Si una antena tiene una cierta directividad en transmisión, la directividad en recepción es la misma (veremos que es cierto si la antena es recíproca, caso habitual en las antenas que estudiaremos en este curso). La utilidad de la ecuación que relaciona directividad y área efectiva, aparte de poder hacer el balance de potencia, es que a veces es más sencillo calcular el área efectiva de una antena que la directividad.

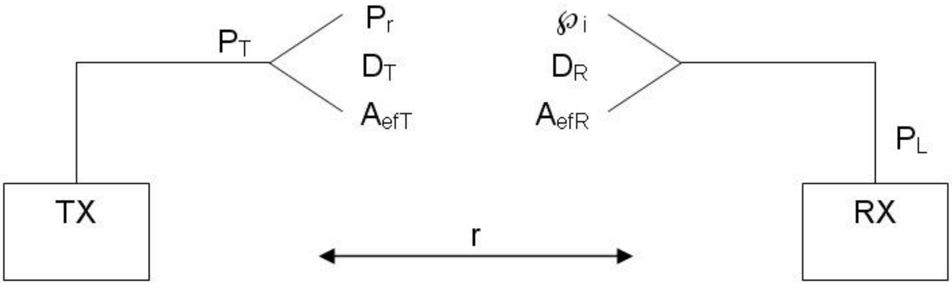


Fig. 48 Parámetros relevantes en la ecuación de transmisión.

Densidad de potencia radiada que incide sobre la antena receptora:

$$\wp_i = \frac{P_r}{4\pi r^2} D_T = \frac{P_T}{4\pi r^2} G_T \qquad (93)$$

Potencia entregada a la carga suponiéndola adaptada y antena receptora sin pérdidas:

$$P_L = \wp_i \cdot A_{efR} = \frac{P_T G_T}{4\pi r^2} A_{efR} \qquad (94)$$

Como el Teorema de Reciprocidad relaciona los parámetros de transmisión y recepción de una antena ($A_{efR} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_R$), la ecuación anterior puede escribirse de la siguiente manera:

$$P_L = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 P_T G_T D_R$$

Potencia liberada en la carga suponiéndola adaptada y antena con pérdidas:

$$P_L = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 P_T G_T G_R \quad (95)$$

Que se conoce como ecuación de Friis para la transmisión.
Sólo falta contemplar en esta ecuación los siguientes coeficientes:
Coeficientes de desadaptación de impedancias en transmisión Ca_T y recepción Ca_R.

Coeficiente de desadaptación de polarización (C_p).

Factor de pérdidas del medio de propagación (C_m), si éste las introduce (lluvia, nieve...).
Para caracterizar este parámetro adicional existen tablas en las que, en función de la frecuencia y el tipo de agente meteorológico que lo causa, puede encontrarse el valor de este nuevo término de la ecuación.

$$\frac{P_L}{P_T} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_T G_R C_X \qquad C_X = C_{a_T} \cdot C_{a_R} \cdot C_p \cdot C_m \quad (96)$$

Conclusiones:
La relación entre potencia recibida y potencia radiada recibe el nombre de *pérdidas de transmisión* entre antenas, y suele indicarse en dB.

El término $\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2$ se denomina *pérdidas de transmisión* en el espacio libre, y corresponde a la pérdida de transmisión entre antenas isotrópicas.

En esta demostración se ha utilizado la ecuación que relaciona la directividad con el área efectiva. Es importante destacar que también tiene sentido hablar de directividad de una antena en recepción. Si una antena tiene cierta directividad en transmisión, la directividad en recepción es la misma (siendo esto cierto si la antena es recíproca). La ecuación que relaciona directividad y área efectiva, aparte de para hacer el balance de potencia, es útil para encontrar la directividad de la antena a partir de su área efectiva, ya que a veces es más sencillo encontrarla que a la directividad.

Algunos comentarios:
Imaginemos que tenemos una antena en transmisión mal adaptada en la que ROE=6. Esto querría decir que estaríamos radiando el 50% de lo que podríamos radiar si la antena estuviera perfectamente adaptada. En recepción ocurre el mismo efecto.
Si, por ejemplo, la polarización de la antena transmisora y receptora no fuesen iguales, habría que introducir otro parámetro ponderador que denominamos coeficiente de polarización. Explicado de manera gráfica, imaginemos que la antena transmisora tiene una polarización lineal vertical y que la receptora la tiene horizontal. El coeficiente de polarización valdría 0, indicando que no se estaría recibiendo nada (¡!). Fijaos en lo útil que resulta, ya que podemos estar trabajando a la misma frecuencia y tener una información en un frente de onda con una polarización y otra información en la polarización ortogonal. A este método de diversidad se le denomina diversidad de polarización. Otra situación: supongamos un entorno de propagación hostil como el de

las comunicaciones móviles; se puede pensar en transmitir información redundante para disminuir la probabilidad de desvanecimientos de señal en el receptor. Se podría transmitir la misma señal en dos bandas de frecuencia diferente. Esto implica poco aprovechamiento del espectro. Una solución que existe hoy en día para las antenas de comunicación móvil como GSM es la utilización de la diversidad de polarización donde puede transmitirse la misma señal para dos polarizaciones ortogonales.

Otras limitaciones que podrían añadirse serían términos debidos a pérdidas adicionales a las del espacio libre, ya sea por lluvia, nieve, etc. Para caracterizar este parámetro adicional existen tablas en las que, en función de la frecuencia y el tipo de agente meteorológico causante, se puede encontrar este nuevo término.



Fig. 49 Francisco Salvà Campillo (1751-1828), médico, físico e inventor catalán. Redactó un artículo titulado "La telegrafía de chispas como invento de origen español" el 16 de desembre del 1795, que promulgaba que no es necesaria ninguna cuerda para comunicarse entre dos puntos distantes: "los físicos eléctricos podrán disponer en Mallorca una superficie o cuadro grande cargado de electricidad, y otro en Alicante, privado de ella, con un alambre que desde la orilla del mar llegue cerca de la tal superficie. Otro alambre que desde la orilla de mar de Mallorca se extienda y toque el cuadro, que se supone allí cargado de electricidad, podrá completar la comunicación entre las dos superficies; y corriendo el fluido eléctrico por el mar, que es un conductor excelente, desde la superficie positiva dará con su estallido el aviso que se requiere" [20].

Ejemplo de sistema de medida

Aparte de la utilidad que tiene la ecuación de transmisión para realizar un balance de potencias de un radioenlace, es útil para medir la ganancia de antenas. En efecto, si se supone un enlace formado por dos antenas con igual ganancia que es lo que se quiere medir, la ecuación (96) permite calcular la ganancia de la antena ya que se puede saber la potencia transmitida, la recibida, la distancia, la frecuencia de operación y adaptación de antena. Yendo más allá se puede simplificar más el sistema y utilizar sólo una antena y un conductor (Fig. 50).

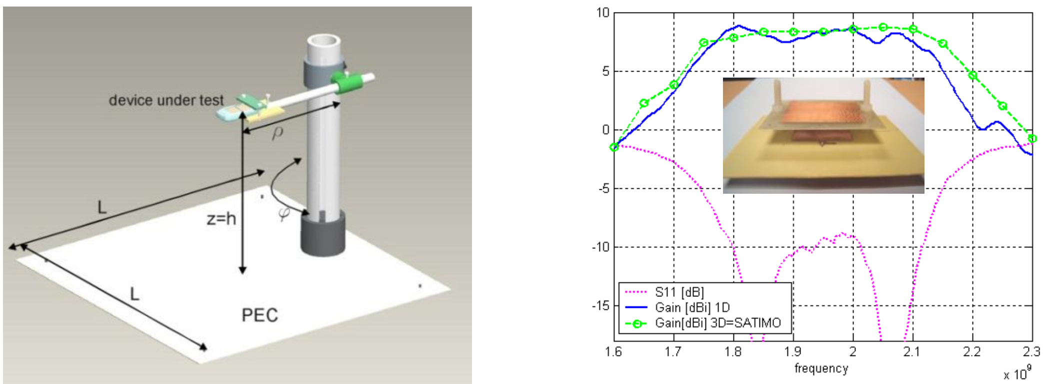


Fig. 50 Izquierda: sistema de medida de ganancia de antena a partir de una antena y un plano eléctrico conductor (PEC) a partir de la ecuación de transmisión. Derecha: comparativa de la medida de ganancia en una dirección para una antena tipo microstrip medida con el sistema 1D y con el sistema 3D de la Fig. 45 [21].

Ecuación del radar

Un caso particular de la ecuación de transmisión es el cálculo de la potencia reflejada por un blanco que capta una antena de radar. En el caso de un radar biestático (aquél en el que el receptor está situado en una posición diferente a la del transmisor), se produce de la forma ilustrada en la Fig. 51:

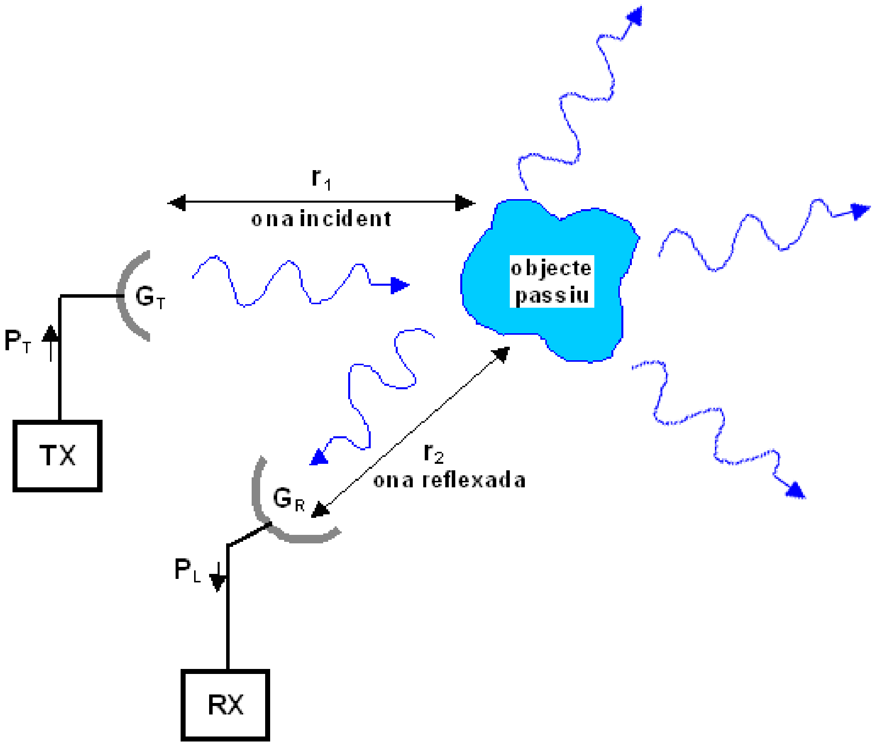


Fig. 51 Radar biestático

El transmisor conectado a la antena emite un pulso. La onda generada por este pulso incide sobre un objeto pasivo (a una distancia r_1 del transmisor), que dispersa la onda electromagnética. La potencia interceptada por el blanco es:

$$P_{blanc} = \frac{P_T G_T}{4\pi r_1^2} A_{blanc} \qquad (97)$$

El término GT no es necesariamente la ganancia máxima de la antena transmisora. GT es la ganancia en la dirección que la antena apunta el blanco. Naturalmente será deseable que la antena apunte al objeto por la dirección de máxima radiación, es decir, donde la ganancia es máxima.

El objeto pasivo (no amplifica la señal) capta la potencia de la antena transmisora, por lo que se le puede asociar un área efectiva (A_{blanc}).

La potencia que el objeto ha interceptado es radiada en todas direcciones (dispersión) con una cierta directividad, captando la antena receptora la onda reflejada:

$$P_L = \frac{P_{blanc} D_{blanc}}{4\pi r_2^2} A_{efR} \qquad (98)$$

El blanco refleja la señal de una forma direccional dependiendo de su geometría. No será lo mismo si el blanco es una esfera o si es un diedro. Entonces se puede decir que la potencia que refleja el objeto en una determinada dirección está asociada a una directividad.

Al producto del área efectiva por la directividad del blanco se le conoce como sección recta de radar (σ, RCS), que depende básicamente de la geometría del objeto.

$$\sigma = A_{blanc} \cdot D_{blanc} \ [m^2]$$

Combinando las expresiones anteriores se encuentra la potencia en recepción:

$$P_L = \frac{P_T G_T}{4\pi r_1^2} \sigma \frac{A_{efR}}{4\pi r_2^2}$$

Operando la expresión anterior se encuentra la ecuación de radar biestático:

$$\frac{P_L}{P_T} = \frac{\sigma G_T G_R}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi r_1 r_2} \right)^2 \qquad (99)$$

En un radar monoestático, la antena receptora es la misma que la transmisora (Fig. 52), por lo que $r_1 = r_2 = r$, y resulta:

$$\frac{P_L}{P_T} = \frac{\sigma G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 r^4} \qquad (100)$$

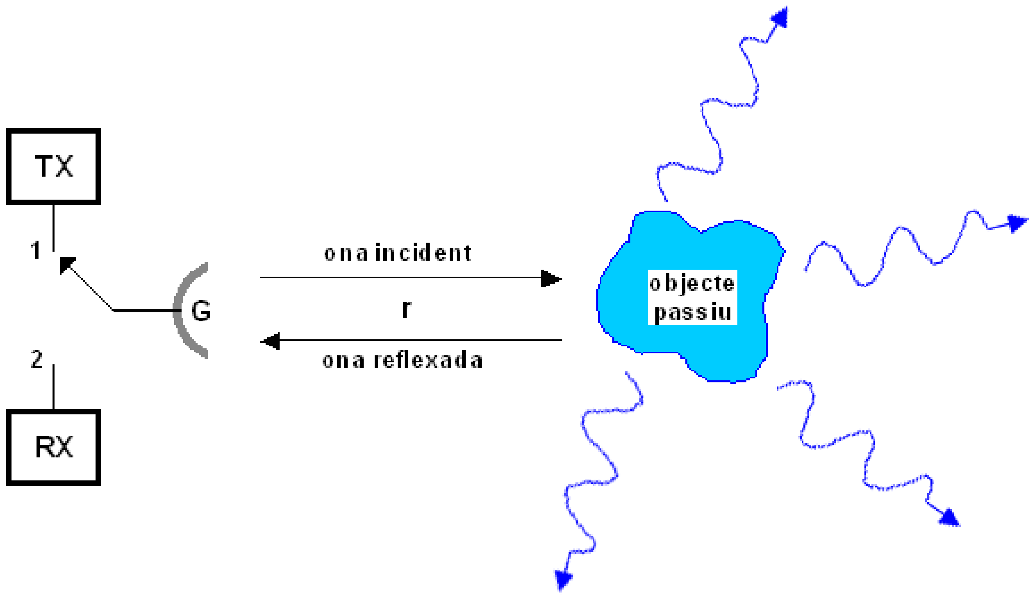


Fig. 52 Radar monoestático

Es importante observar la dependencia de esta ecuación con la distancia al objeto ($1/r^4$), algo que implica:

- Emisión a alta potencia.
- Gran sensibilidad del receptor

En las ecuaciones de radar presentadas, se pueden aplicar los términos correctivos necesarios, como por ejemplo desadaptaciones en las antenas, pérdidas adicionales en el medio por fenómenos meteorológicos etc.

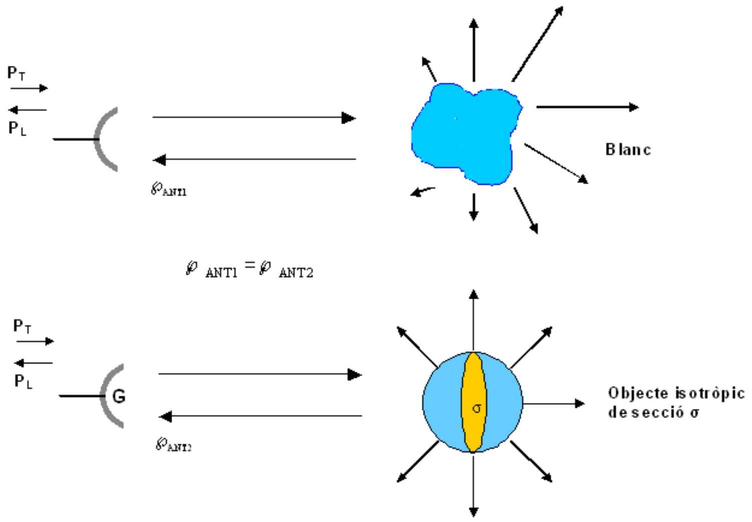


Fig. 53 Sección recta de radar

La sección recta de radar (σ, RCS) del blanco es el área que debería tener un objeto que, extendiendo la potencia interceptada uniformemente (isotrópico) en todas direcciones, produjera en el radar (antena) un eco igual al que produce el blanco real.(Fig. 53).

Para una esfera metálica de radio *a* y reflexión perfecta, la RCS coincide con el área de un corte diametral ($\sigma = \pi a^2$), si el rayo encuentra en el margen óptico ($2\pi a/\lambda >> 1$), radiando por igual en todas direcciones. Si la esfera no es perfecta, la RCS es menor.

La sección recta de radar de un blanco complejo, como puede ser un avión, un barco... presenta una complicada dependencia con la frecuencia, la forma, la orientación, el material de construcción o el ángulo de incidencia del rayo.

Objeto	RCS [m^2]
Bombardero	40
Avión Jumbo	100
Persona	1
Insecto	10^{-5}

Tabla 8 RCS de algunos objetos a una frecuencia de 10 GHz [25]

En aplicaciones en las que se desea que el blanco sea “invisible” se busca reducir al máximo la sección recta de radar. En otras situaciones se utiliza una técnica denominada *chaff* que cosiste en crear una nube de dipolos elementales que en su conjunto pueden generar una RCS comparable a la del avión perseguido. EL *chaff* es provocado por el avión perseguido, el cual lanza un conjunto de partículas metálicas (ej.: dipolos) que, dispersas en el aire y por el efecto del viento, crean una nube con la finalidad de despistar al radar enemigo o a un posible misil perseguidor (Fig. 54).

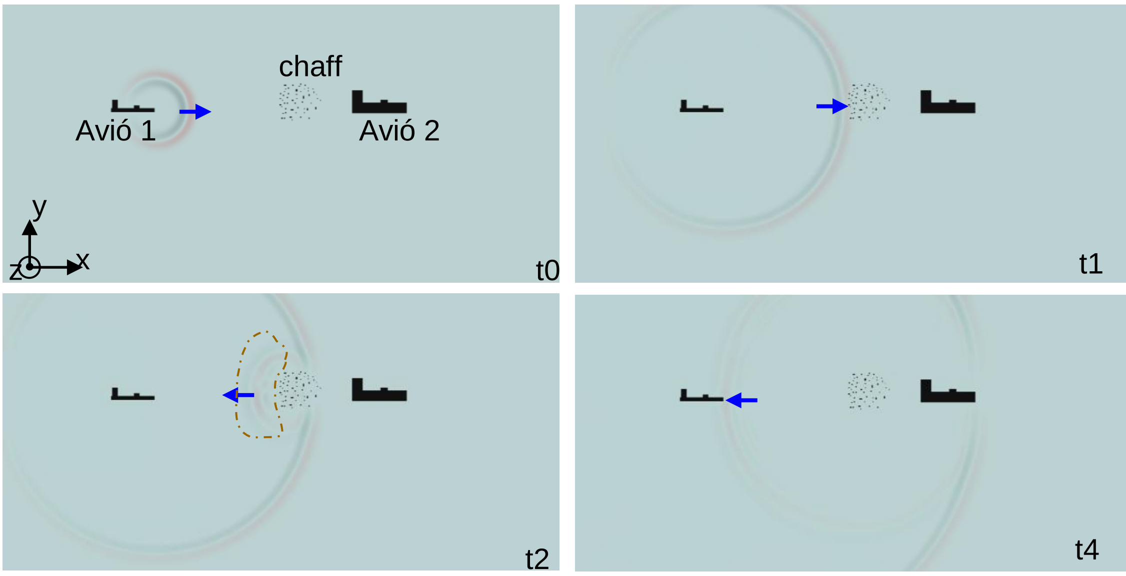


Fig. 54 El avión emite un pulso electromagnético en el tiempo to. El avión 2 ha creado el *chaff*. El pulso llega al *chaff* al t1. En t2, el polvo es reflejado por el avión 1, el cual detectará más tarde un blanco fantasma. En t3 la parte del frente de onda continúa desplazándose pero no llega a la zona del avión 2. Simulación realizada mediante FDTD 2D, donde el polvo se considera una onda TE (polarización normal en el plano de la figura, en z). El *chaff*, representado en la figura como un cúmulo de puntos, es a nivel de simulación, infinitos en extensión en la dirección normal en el plano (z). De esta forma la polarización de la onda y la del *chaff* es la misma. Nota: el ejemplo es meramente académico ya que la antena del avión 1 es poco directiva

En la Fig. 55 se muestra un ejemplo similar al mostrado en la Fig. 54, pero en este caso las polarizaciones del frente de onda emitidas por el avión 1 y la de los elementos del *chaff* son perpendiculares, provocando que este último sea transparente. En esta situación ideal el avión 2 es detectado. En la práctica las partículas en suspensión del *chaff* están alineadas en cualquier dirección y, por tanto, se supone que el *chaff* es efectivo para cualquier polarización.

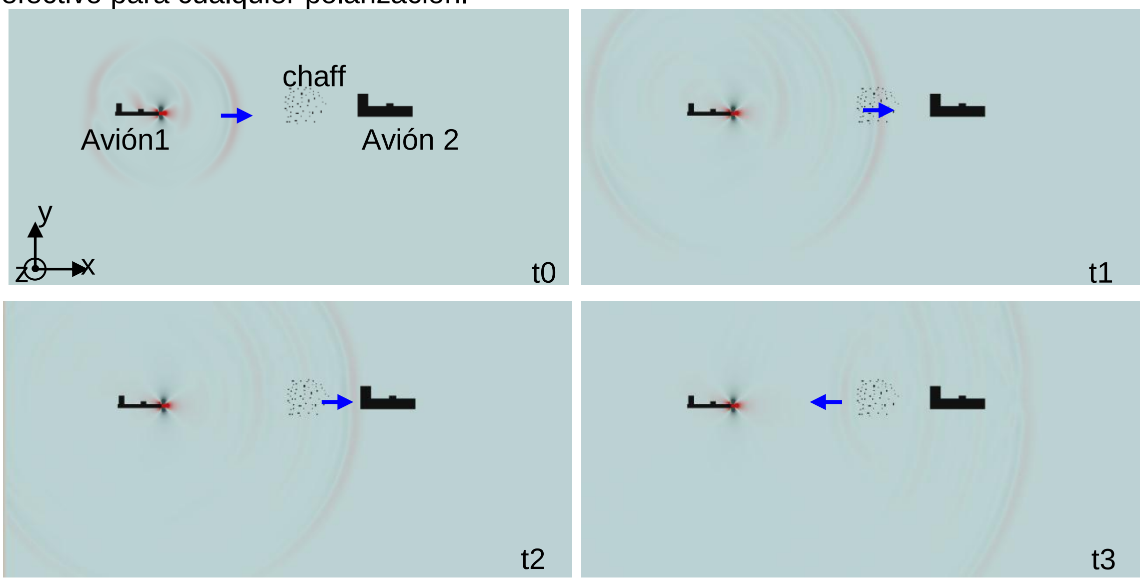


Fig. 55 Ejemplo igual que el mostrado en la Fig. 54 pero en este caso el pulso es una onda TM, es decir, con polarización en v y en z (teniendo en cuenta el frente de onda que se propaga en la dirección x). El modelo 2D del *chaff* presenta polarización en z. En este caso, las polarizaciones de los pulsos y del *chaff* son perpendiculares y el *chaff* resulta transparente a la radiación. En este caso el avión 1 detectará al avión 2

Temperatura de antena. Ruido de antena

Un sistema receptor está formado, generalmente, por una antena, un receptor y una línea de transmisión que los conecta. El ruido es un factor crítico en todos los elementos de la cadena y un nuevo determinante en la sensibilidad y la relación señal/ruido del sistema receptor.



Fig. 56 Ludwig Boltzmann (1844-1906), físico austríaco a quien debemos el valor de la constante k, que lleva su nombre ($k=1.38\cdot10^{-23}$ J/K).

RESUMEN

Hemos descrito los parámetros de la antena en recepción que juntamente con los de transmisión permite realizar el balance completo de un sistema de telecomunicación. En los próximos capítulos veremos cómo calcular estos parámetros para diferentes tipos de antenas. De esta forma se puede ver la importancia de una antena en un enlace de telecomunicación y poder además seleccionar la antena adecuada.

De la ecuación de Friis se puede derivar la posibilidad de utilizarla para realizar cálculos de potencias en un radioenlace y por tanto pasa a ser útil para dimensionar las antenas. Por ejemplo, si las potencias de transmisión están fijadas en un umbral máximo, y las sensibilidades de los equipos de recepción son conocidas, es posible determinar la ganancia necesaria de las antenas para asegurar un correcto funcionamiento.

Por otro lado, la ecuación es también útil por poder calcular la ganancia de una antena. Si se dispone de dos antenas iguales, se tiene una ecuación con una incógnita, la ganancia, pues que el resto de parámetros como potencia emitida, recibida, distancia y frecuencia de operación son conocidas. Si se monitoriza, se puede calcular la ganancia de forma automática para cualquier dirección del espacio. Con este tipo de medida por tanto se puede tener no solo la ganancia, sino la directividad y la eficiencia por integración del diagrama. Esta técnica es empleada en sistemas de medida en cámara anecoica. Se debe tener en cuenta que este método es válido si la antena receptora se coloca en campo lejano. Si no, hay técnicas que miden el campo próximo y permiten transformar en campo lejano como el sistema descrito de anillo con sondas a lo largo de la periferia.

Sesión 4: Ruido de antena

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Entender como una antena capta y genera ruido y como eso repercute en la relación señal a ruido de un sistema formado por una antena y otros dispositivos de una cadena.

CONTENIDOS

En esta sesión describiremos la temperatura de antena. Analizaremos la señal generada y captada por una antena y cómo ésta repercute en la relación señal-ruido de un sistema.

2.1.3. Temperatura de antena. Ruido externo captado por la antena

Un sistema produce en sus terminales una potencia eléctrica de ruido a causa de la agitación térmica de sus moléculas.

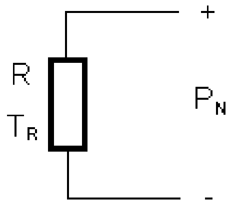


Fig. 57 Potencia de ruido de una resistencia.

$P_N = KT_R B$ [W]

K: constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K)
T_R: temperatura física de la resistencia [K]
B: ancho de banda [Hz]

Si se sustituye la resistencia por una antena sin pérdidas colocada en una cámara de anecoica a una temperatura T_C, la potencia de ruido disponible en los terminales de la antena será:

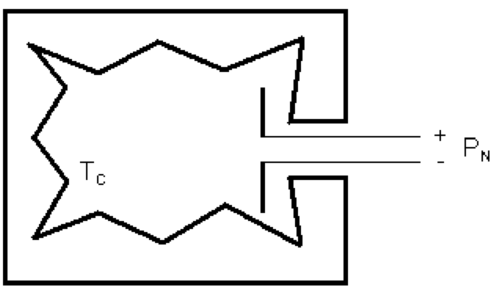


Fig. 58 Potencia de ruido de una antena en una cámara anecoica

$$P_N = KT_C B$$

Si se saca la antena de la cámara anecoica y se apunta hacia el cielo, que se encuentra a una temperatura T_S, la potencia de ruido disponible en los terminales de la antena continua siendo:

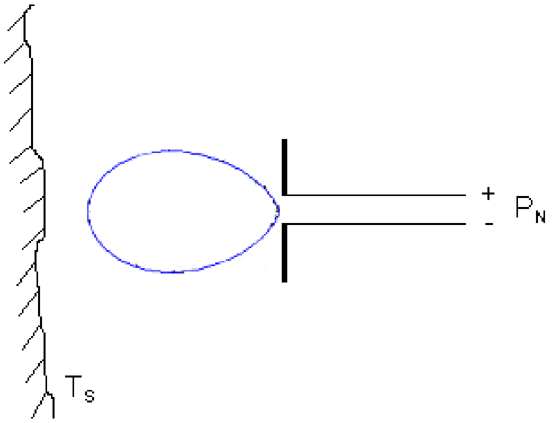


Fig. 59 Potencia de ruido de una antena apuntando al cielo.

$$P_N = KT_S B$$

Si ahora la antena directiva está enfocando un objeto de temperatura T_O, de manera que las direcciones significativas de su diagrama de radiación quedan cubiertas por el objeto, entonces la potencia de ruido disponible en los terminales de la antena vuelve a ser:

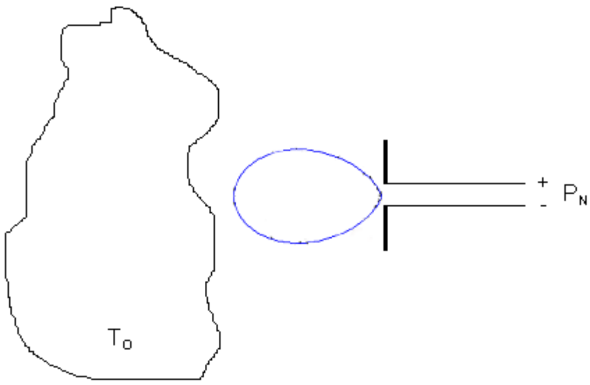


Fig. 60 Potencia de ruido de una antena que apunta a un objeto.

$$P_N = KT_O B$$

En todos estos casos se puede decir que la antena tiene una temperatura de ruido (T_A) igual en el resto de temperaturas presentadas: $T_A = T_C = T_S = T_O$. También es importante destacar que la potencia de ruido (P_N) no depende de la distancia ni de la posición relativa entre la antena y el objeto, ya que el diagrama de radiación de la antena queda completamente cubierto por el objeto.

Si la fuente de ruido no cubre el ancho de haz de la antena, entonces la potencia de

ruido disponible en los terminales de la antena es proporcional al ángulo sólido cubierto:

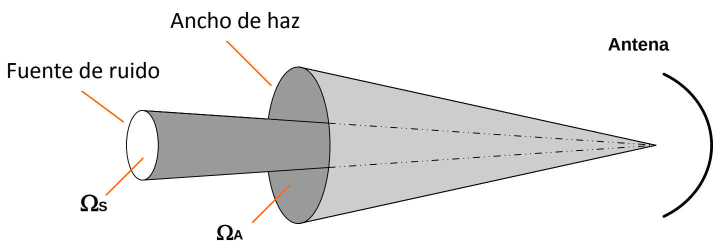


Fig. 61 Fuente de ruido (Ω_S) < ancho de haz de la antena (Ω_A).

$$P_N = KTB\frac{\Omega_S}{\Omega_A}$$

Ω_A : Ángulo sólido cubierto por el diagrama de radiación de la antena (Ω_e)

Ω_S : Ángulo sólido cubierto por la fuente de ruido

Todos los objetivos con temperatura diferente al cero absoluto (0 K) emiten una radiación que puede ser captada por una antena.

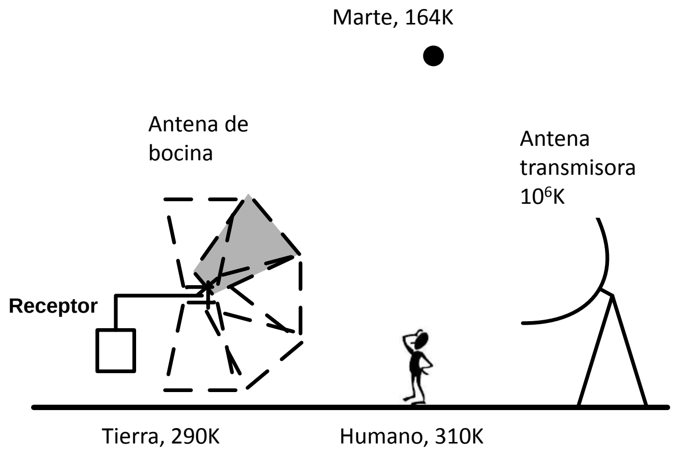


Fig. 62 Temperatura de antena (T_A) de una bocina para diferentes fuentes de ruido.

Por lo tanto, si la antena se encuentra en un ambiente externo uniforme de temperatura T_A ($\Omega_S > \Omega_A$), la potencia de ruido entregada por una antena sin pérdidas a una carga adaptada se determina por la relación de *Nyquist*:

$$P_N = \frac{V_N^{\ 2}}{4R_r} = KT_AB \qquad (101)$$

Pero, en general, la antena no se encuentra en un ambiente uniforme, con lo cual la potencia incidente por unidad de ángulo sólido en cada dirección del espacio $\left(\wp_N(\theta,\varphi)\right)$ no es constante. Por lo tanto, se puede asociar una temperatura de brillo $\left(T_B(\theta,\varphi)\right)$ a la fuente o ruido incidente en una dirección.

La potencia total de ruido recibida por la antena será la suma de las intensidades de ruido incidentes ponderadas por la respuesta de la antena en cada dirección, es decir, por su área efectiva $\left(A_{ef}(\theta,\varphi)\right)$ La temperatura de antena estará pues, en un caso general:

$$T_A = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} T_B(\theta,\varphi)A_{ef}(\theta,\varphi)d\Omega}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} A_{ef}(\theta,\varphi)d\Omega} \quad (102)$$

Por lo tanto, para calcular la temperatura de antena es necesario determinar en primer lugar qué fuentes de ruido son relevantes en la banda de trabajo, T_A de cada una de ellas y con qué ancho se reciben.

El ruido externo ocurre a causa de la emisión radioeléctrica de otras fuentes diferentes a la que se desea recibir, y que se pueden agrupar de la siguiente manera:

1. Fuentes extraterrestres: ruido galáctico, radiación solar.
2. Emisión radioeléctrica de la tierra y de la atmósfera.
3. Ruido de origen atmosférico a causa de descargas eléctricas.
4. Ruido de origen humano e industrial.

Las fuentes de ruido extraterrestre más importantes son el sol y el ruido galáctico. El sol presenta temperaturas de brillo muy elevadas, entre 10^4 y 10^5 K, que pueden aumentar notablemente en periodos de fuerte actividad solar, si bien sólo se tiene que considerar cuando el haz principal o un lóbulo secundario de la antena apuntan hacia el sol.

El ruido galáctico sólo es importante a frecuencias inferiores a 2GHz, mientras que a frecuencias superiores y excepto radiofuentes puntuales, solamente es significativo el ruido cósmico de fondo de 2.7K.

2.1.4. Ruido generado por la antena

Si la antena receptora tiene pérdidas, con el fin de estar sometida a una temperatura ambiente (T_{AMB}), la resistencia de pérdidas (R_Ω) añadirá una potencia de ruido térmico a la carga, que se añade al ruido externo captado por la antena.

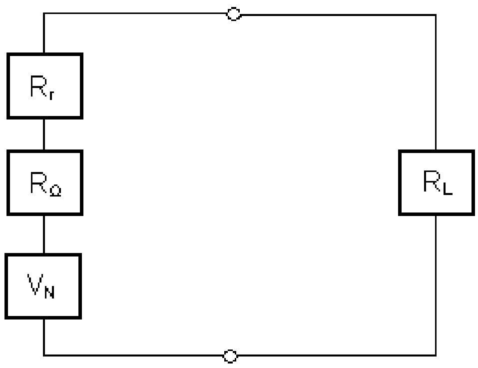


Fig. 63 Potencia de ruido generada por la antena

$$P_N = \frac{V_N^{\ 2}}{4R_L} \quad (103)$$

Si existe adaptación perfecta: $R_L = R_r + R_\Omega$

$$P_N = \frac{V_N^{\ 2}}{4(R_r + R_\Omega)} = \frac{V_N^{\ 2}}{4R_\Omega} \cdot \frac{R_\Omega}{(R_r + R_\Omega)} = KT_{AMB}B(1-\eta_r)$$

La potencia de ruido generada per R_Ω y liberada en el receptor es:

$$P_N = KT_{AMB}B(1-\eta_r) \quad (104)$$

La potencia de ruido que recae sobre el receptor será la suma del ruido externo captado por la antena y el propio ruido generado por ella misma:

$$P_N = KT_A B\eta_r + KT_{AMB}B(1-\eta_r) \quad (105)$$

En estas ecuaciones se supone que carga y antena están adaptadas. En caso contrario, se tendría que multiplicar todo por el coeficiente de adaptación de impedancias (Ca_R).

Si la temperatura de antena T_A) es igual o ligeramente menor que la temperatura ambiente (T_{AMB}), la eficiencia de radiación la antena (η_r) tiene que tender a la unidad para no causar un empeoramiento apreciable de la relación señal/ruido. Si la temperatura de antena es muy superior a la temperatura ambiente, por poco eficiente que sea la antena no empeorará mucho la relación señal/ruido.

2.1.5. Ruido generado por una línea de transmisión

Una antena es parte de un sistema receptor, que está formado por una antena, un receptor y una línea de transmisión que los conecta.

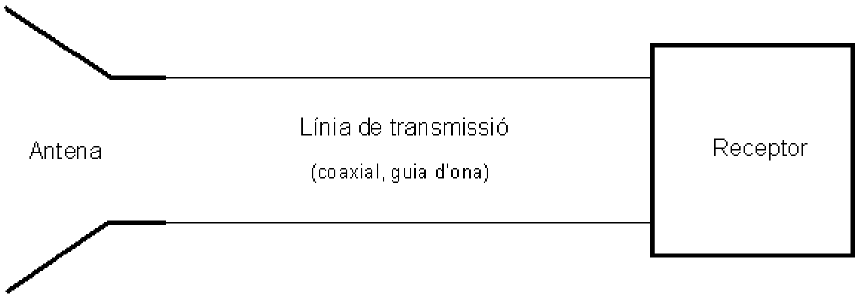


Fig. 64 El sistema receptor no siempre se encuentra cerca de la antena y se necesita una línea de transmisión para conectar antena y receptor

La línea de transmisión es un elemento que tiene pérdidas, es decir, parte de la potencia de entrada se disipa en forma de calor. Hablar de la atenuación que sufre la línea de transmisión es equivalente a hablar de su eficiencia:

$$\eta_{LTX} = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{1}{L}$$

La atenuación es producto de un efecto resistivo (resistencia de pérdidas), por lo tanto el fenómeno es exactamente el mismo que con una antena de eficiencia η_r: hay una potencia de ruido generada en la línea que será entregada al receptor:

$$P_N = KT_{AMB}B\left(1-\frac{1}{L}\right) \quad (106)$$

La potencia de ruido en la salida de una línea de transmisión es la suma de la potencia de ruido presente en la entrada atenuada y de la potencia de ruido que genera la propia línea:

$$P_{NOUT} = P_{NIN}\frac{1}{L} + KT_{AMB}B\left(1-\frac{1}{L}\right) \quad (107)$$

2.1.6. Figura de ruido y temperatura equivalente de ruido

Figura de ruido (F)

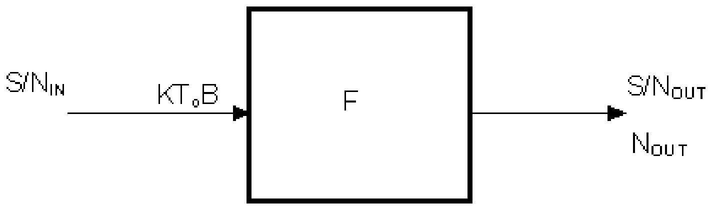


Fig. 65 Figura de ruido.

La figura de ruido de un elemento (p.ej. un amplificador) es un parámetro que da idea de cómo éste empeora la relación señal/ruido en la salida (S/N_{OUT}) respecto de la relación señal/ruido presente en la entrada (S/N_{IN}). La figura del ruido (F) se da cuando se supone que en la entrada hay una temperatura de ruido (T_O) de 290 K.

$$F = \left.\frac{\frac{S}{N}_{IN}}{\frac{S}{N}_{OUT}}\right|_{T_O=290K} \quad (108)$$

Si analizamos la definición de figura de ruido interesa que ésta sea tan pequeña como se pueda para que la relación señal/ruido en la salida sea buena.

Otra posible definición de la figura de ruido de un elemento es la siguiente: relación entre la potencia de ruido en la salida del elemento (N_{OUT}) y la potencia de ruido que habría en la salida si la red fuera no ruidosa (N_{OUT}). En ambos casos se carga la entrada del elemento con una temperatura del ruido de T_O = 290 K.

$$F = \left. \frac{N_{OUT}}{N_{OUT}'} \right|_{T_O = 290K} \quad (109)$$

La figura de ruido es el empeoramiento en la relación señal/ruido; si la temperatura de ruido en la entrada es T_O, situación habitual en circuitos pero que no sucede en antenas, donde T_A es prácticamente siempre diferente a la temperatura de referencia T_O.

Temperatura equivalente de ruido (Te)

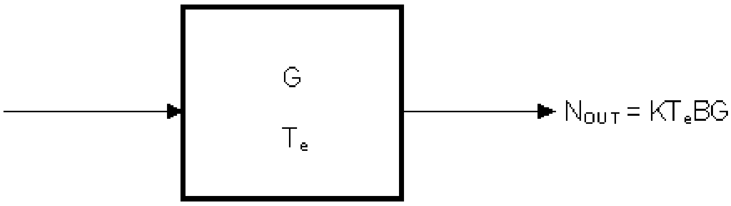


Fig. 66 Temperatura equivalente de ruido

Si un amplificador de ganancia de potencia G genera una potencia de ruido en su salida N_{OUT}, la temperatura equivalente de ruido de éste es:

$$T_e = \frac{N_{OUT}}{KBG} \quad (110)$$

En otras palabras, el ruido a la salida del amplificador se ve como si viniera de una fuente de entrada con una temperatura Te.

Relación entre F y Te

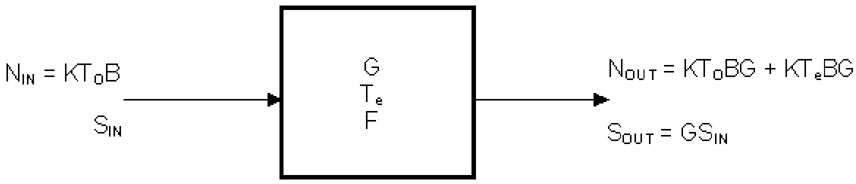


Fig. 67 Relación entre F y Te.

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{OUT} = \frac{GS_{IN}}{KT_O BG + KT_e BG} = \frac{S_{IN}}{KT_O B + KT_e B}$$

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{IN} = \frac{S_{IN}}{KT_O B}$$

$$F = \left. \frac{\frac{S}{N_{IN}}}{\frac{S}{N_{OUT}}} \right|_{T_O = 290K} = \frac{\frac{S_{IN}}{KT_O B}}{\frac{S_{IN}}{KT_O B + KT_e B}} = \frac{T_O + T_e}{T_O}$$

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_O} \quad ; \quad T_O = 290\ \text{K} \qquad (111)$$

Si se utiliza la segunda definición de figura de ruido en vez de la primera para encontrar la relación entre F y Te:

$$F = \left.\frac{N_{OUT}}{N_{OUT}'}\right|_{T_O = 290K} = \frac{KT_OBG + KT_eBG}{KT_OBG} = 1 + \frac{T_e}{T_o}$$

Se puede demostrar que la figura de ruido de una línea de transmisión es igual a su atenuación (F = L) cuando $T_O = T_{AMB} = 290$ K.

Elementos en cascada

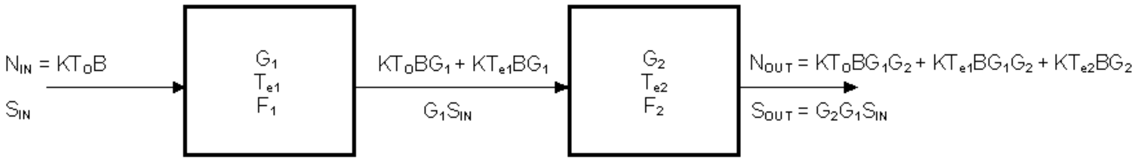


Fig. 68 Elementos en cascada

$$F_T = \left.\frac{N_{OUT}}{N_{OUT}'}\right|_{T_O = 290K} = \frac{KT_OBG_1G_2 + KT_{e1}BG_1G_2 + KT_{e2}BG_2}{KT_OBG_1G_2}$$

$$F_T = 1 + \frac{T_{e1}}{T_O} + \frac{T_{e2}}{T_OG_1} + \frac{T_{e3}}{T_OG_1G_2} + \frac{T_{e4}}{T_OG_1G_2G_3} + \ldots$$

$$F_T = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1G_2G_3} + \ldots \qquad (112)$$

Ecuaciones debidas a Friis (Fig. 46). Se observa que la contribución más importante en la determinación de la figura de ruido total de todos los elementos en cascada es la de la primera etapa. El resto de contribuciones están divididas por las ganancias de potencia de las etapas posteriores, por lo tanto, para que F_T sea pequeña, T_{e1} ha de ser pequeña y G_1 grande. Es por este motivo que habitualmente se encuentra el preamplificador antes que la línea de transmisión en un esquema receptor.

En el caso de un teléfono móvil se desea tener una antena eficiente para que la autonomía del teléfono sea aceptable (Fig. 69). En caso contrario, el sistema de radiofrecuencia necesita emitir más potencia malgastando potencia y por lo tanto, la batería se consume más rápido. Aparte, el teléfono tiene que tener una buena sensibilidad (poder recibir señales débiles) con el fin de poder recibir en zonas de poca cobertura. En este sentido los parámetros de ganancia y factor de ruido estudiados en esta sección juegan un papel significativo.

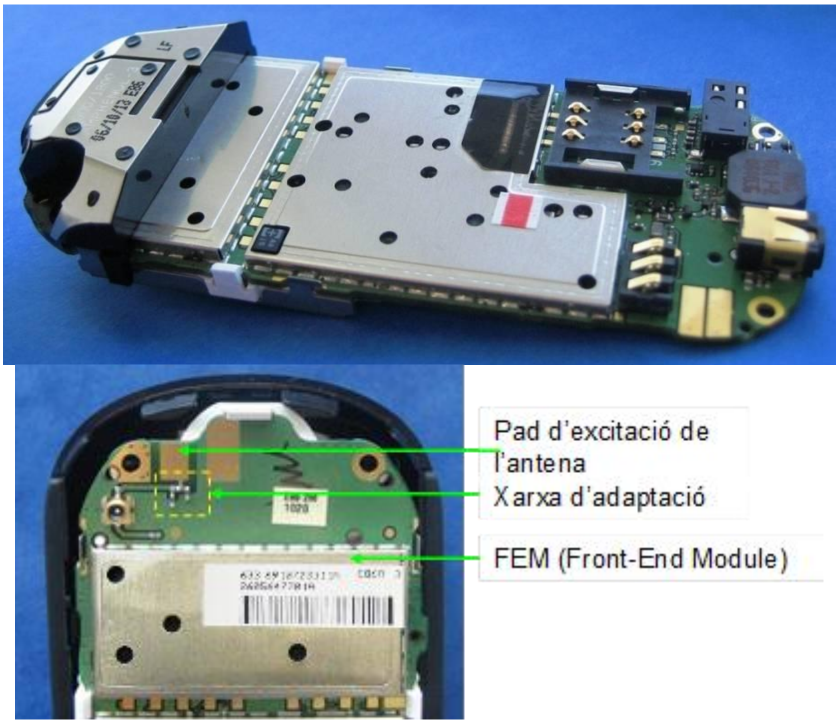


Fig. 69 Teléfono móvil que muestra la antena (extremo izquierda) y detalle de la PCB (Printed Circuit Board).

2.1.7. Alcance máximo de una señal

El alcance máximo de una señal viene determinado por la sensibilidad del receptor, que es la mínima potencia que tiene que llegar a los terminales de la antena para que el receptor reproduzca los datos correctamente. De esta forma la relación señal a ruido ha de estar por encima de un umbral. A partir de la ecuación de transmisión y el ruido, se puede determinar el alcance máximo a partir del cual la señal estará por debajo del umbral mínimo y como consecuencia no se podrá tener la información con los mínimos preestablecidos.

$$\frac{S}{N} = \frac{P_T \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_T G_R}{K T_A B} \geq \frac{S}{N}_{min}$$

$$r_{MAX} \leq \sqrt{\frac{P_T G_T G_R}{K T_A B S}} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right) \qquad (113)$$

Ejemplo de sistema de medida: TRP y TIS

En el campo de las antenas integradas en teléfonos móviles (Fig. 69) existe una medida que caracteriza de forma activa al dispositivo. Este procedimiento de medida se realiza en una fase posterior a la del diseño pasivo de una antena, donde se diseña la antena teniendo en cuenta los parámetros estudiados de coeficiente de reflexión, ancho de banda, eficiencia total y diagramas de radiación. Una vez finaliza esta fase, se procede a medir la antena en un teléfono móvil teniendo en cuenta toda la

electrónica. En este sentido dos son los parámetros relevantes: TRP (Total Radiated Power) y TIS (Total Isotropic Sensivity). Para realizar estas medidas se monitoriza el teléfono móvil con un radiocomunicador que envía las órdenes pertinentes a través de una bocina, que conjuntamente con el teléfono a testear forma un enlace (Fig. 70). El parámetro TRP es proporcional a la eficiencia total ec.(10). Es deseable un teléfono con TRP elevado ya que quiere decir que presenta pocas pérdidas óhmicas. El TIS en cambio además de evaluar la bondad de la eficiencia total, tiene en cuenta el ruido. A modo de símil acústico: una persona habla otra en un entorno sin ruido. El emisor va disminuyendo la potencia acústica hasta que el receptor no oye la información correctamente. Ésta es la sensibilidad. Si ahora se repite el experimento pero el emisor y receptor se encuentran en un entorno con más gente, la potencia por la que el receptor empezará a tener problemas para descifrar el mensaje será mayor. En este caso, la sensibilidad es peor. De aquí se deriva que la sensibilidad no depende únicamente de la antena sino del ruido del entorno como los producidos por la propia electrónica del dispositivo y que es necesario mitigar. Interesa por lo tanto un TIS pequeño indicador que puede recibir potencias muy pequeñas y el móvil es capaz de descifrar correctamente el mensaje.



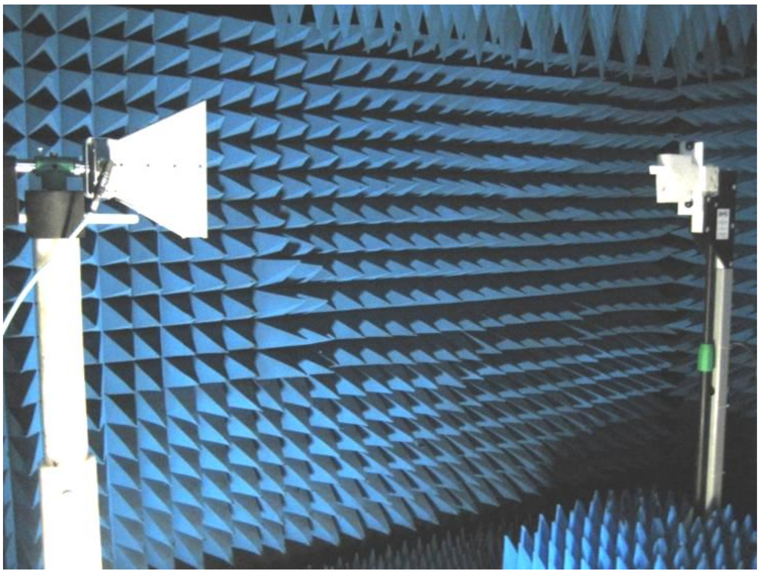


Fig. 70 Sistema de medida 3D de parámetros activos de antenas de telefonía móvil: TRP y TIS. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona.

Problema de aplicación

Un enlace punto a punto consta de dos antenas parabólicas idénticas de 120 cm de diámetro trabajando en 15GHz y separadas por una distancia de 2 Km. La temperatura ambiente es de 310 K. Sabemos que la potencia emitida es 5 W y que el área efectiva es igual al producto del área física del reflector por un parámetro denominado eficiencia de iluminación (se estudiará en detalle en el capítulo de relectores) el cual es es del 60%, calcula:

Directividad de las antenas en dB.
Densidad de potencia en la antena receptora.

Si consideramos que en una antena parabólica no hay pérdidas óhmicas, calculemos el nivel de ruido en la entrada del receptor si la temperatura de antena es Ta=150 K y la anchura de lado del canal es de 27 MHz.

Relación señal/ruido en la salida del receptor si la figura de ruido del receptor es F=4 dB y la ganancia es de 3 dB.
¿Cómo afectaría al resultado del apartado d) si la ganancia del receptor fuera de 6 dB?
¿Tiene la temperatura ambiente alguna influencia en los resultados?

Solución:
La directividad se puede calcular a partir de la longitud de onda y del área efectiva. Esta área efectiva equivale al área física multiplicada por la eficiencia total de la apertura parabólica.

f = 15GHz → $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8}{15\cdot 10^9} = 0.02$ m

$$A_{ef} = A_{fisica} \cdot \eta_{il} = \pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \cdot 0.6 = 0.68 \text{ m}^2$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{0.02^2} 0.68 = 21318.35 \rightarrow \boxed{D_{\text{dB}} = 10\log D = 43.2 \text{ dB}}$$

La densidad de potencia se puede poner en función de la directividad, la potencia emitida y la distancia en el punto donde se quiere calcular.

$$\text{P}_{\text{L}}(\theta,\phi) = \frac{P_r}{4\pi\cdot r^2}\cdot D = \frac{5}{4\pi\cdot(2000)^2}\cdot 10^{4.33} = 2.12\cdot 10^{-3} \quad \text{W/m}^2$$

$$\boxed{\text{P}_{\text{LdB}} = 10\log(\text{P}_{\text{L}}) = 10\log(2.12\cdot 10^{-3}) = -26.73 \text{ dBW/m}^2}$$

El nivel de ruido en la entrada del receptor viene determinado por la siguiente expresión:

$$P_{N_i} = k\cdot T_a \cdot B\cdot \eta_r + k\cdot T_{amb}\cdot B\cdot(1-\eta_r)$$

donde k es la constante de Boltzmann ($k=1.38\cdot 10^{-23}$ J/K),
B es el ancho de banda del canal,
T_a es la temperatura de antena,
T_{amb} representa la temperatura ambiente,
η_r es la eficiencia de radiación de la antena: $\eta_r = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega}$.

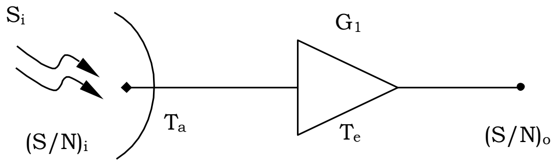
Si la antena no tiene pérdidas óhmicas (R_Ω=0), la eficiencia de radiación vale $\eta_r = 1$.

Por tanto, la expresión se simplifica sólo al primer término:

$$P_{N_i} = k \cdot T_a \cdot B \cdot \eta_r = (1.38 \cdot 10^{-23}) \cdot 150 \cdot (27 \cdot 10^6) \cdot 1 = 5.59 \cdot 10^{-14} \quad \text{w}$$

$$\boxed{P_{N_i}\Big|_{\text{dB}} = 10 \cdot \log(5.59 \cdot 10^{-14}) = -132.53 \quad \text{dBW}}$$

Para calcular la relación señal/ruido en la salida del receptor, habrá que relacionar los siguientes parámetros:



donde S_i es la señal que llega a la antena

$$S_i = P_L(\theta,\phi) \cdot A_{ef} \cdot \eta_L = (2.12 \cdot 10^{-3}) \cdot (0.68) \cdot 1 = 1.44 \cdot 10^{-3} \quad \text{w}$$

G1 es la ganancia del receptor. En este caso vale 3 dB.

Te es la temperatura del equipo receptor, que se puede calcular con la figura de ruido

$$F_{\text{dB}} = 4\,\text{dB} \;\Rightarrow\; F = 2.5 \;; \qquad F = 1 + \frac{T_e}{T_0}$$

$$T_e = T_0 \cdot (F-1) = 290 \cdot (2.5-1) = 435\,\text{K}$$

donde T_o es la temperatura de referencia=290K.

La relación señal/ruido sigue la siguiente expresión, teniendo en cuenta que $\eta_L = 1$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_O = \frac{S_i \cdot G_1}{kT_aB \cdot G_1 + kT_eB \cdot G_1} = \frac{S_i}{k \cdot (T_a + T_e) \cdot B} =$$

$$= \frac{1.44 \cdot 10^{-3}}{(1.38 \cdot 10^{-23}) \cdot (150 + 435) \cdot (27 \cdot 10^6)} = 6.9 \cdot 10^9$$

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_O\Big|_{\text{dB}} = 10 \cdot \log(6.9 \cdot 10^9) = 98\text{dB}}$$

Una ganancia de 6 dB en el receptor no modificaría esta relación señal/ruido en la salida del receptor.

Tal como se observa a la expresión anterior, la ganancia del receptor amplifica de la misma manera tanto la señal que llega a la antena como el ruido que llega a la antena y también el ruido generado en el propio receptor. Por esta razón, se cancela tanto el numerador como el denominador y por lo tanto la relación señal/ruido no queda afectada.

Pero si el receptor estuviera formado por más de un elemento, entonces esta ganancia sí que afectaría a la temperatura equivalente del receptor. La expresión sería la siguiente:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_O = \frac{S_i}{k\cdot(T_a + T_{eq_total})\cdot B}$$

T_{eq_total} representa la temperatura equivalente de todos los elementos, relacionados de la siguiente forma:

$$T_{eq_total} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1\cdot G_2} + \cdots$$

donde se puede ver cómo un valor elevado de la ganancia del primer elemento hace que $T_{eq_total} \approx T_{e1}$ y entonces el valor de la potencia de ruido no se incremente más a causa del resto de elementos.

La temperatura ambiente influye en el cálculo de la temperatura equivalente del receptor, según se observa en la ecuación de la figura de ruido del receptor.

Cuando sí que podría influir más es a la hora de encontrar la potencia de ruido, tal y como se observa en la expresión del apartado c). Pero como en este caso no hay pérdidas óhmicas, este término se anula y la relación señal/ruido no queda afectada de forma notable en caso de que varíe la temperatura ambiente.

RESUMEN

La eficiencia de radiación depende de la calidad de los materiales utilizados para construir la antena. Como se ha presentado en el capítulo primero, una antena puede estar formada por conductores, dieléctricos o una combinación de ambos. Las pérdidas de estos materiales (pérdidas ocasionadas por la conductividad finita en los conductores y la tangente de pérdidas diferentes de cero en los dieléctricos) determinan la resistencia de pérdidas. También hay que tener en cuenta que una antena cerca de un medio (cuerpo humano) puede tener otros mecanismos de pérdidas como la absorción, que hace aumentar la resistencia de pérdidas. Por otra parte, el diseño de la antena determina la resistencia de radiación. Las antenas pequeñas en términos de la longitud de onda presentan en general una pobre resistencia de radiación y, por lo tanto, si es comparable a las pérdidas, serán poco eficientes. Hay que recurrir a técnicas de miniaturización efectivas para tener radiadores pequeños y eficientes.

Todos los parámetros analizados entran a formar parte de la ecuación de transmisión que es un buen punto de partida para realizar cálculos de potencias. En situaciones más sofisticadas (reflexionas en el suelo, atenuaciones por propagación en medios con pérdidas como efecto de lluvia), hay que añadir unos términos correctivos a la ecuación.

Sesión 5: Fundamentos de radiación. Radiación producida por elementos de corriente

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

El objetivo de esta sesión es entender el mecanismo matemático para calcular la radiación producida por una antena a partir de las corrientes sobre la misma.

CONTENIDOS

Ecuaciones de Maxwell para la obtención de la ecuación que relaciona los campos E y H con la corriente sobre la antena.
Definición del dominio de radiación en dos zonas principales: la próxima a la antena o zona de campo próximo y la lejana o zona de campo lejano, llamado también de Fraunhofer.

3. Antenas de hilo

En este capítulo deduciremos la ecuación de onda a partir de las ecuaciones de Maxwell. Aunque la formulación es abundante, intentaremos únicamente subrayar las conclusiones importantes de las que ellas se derivan. Lo que interesa finalmente es la ecuación que relaciona la corriente sobre la antena (habitualmente conocida) para poder calcular los campos radiados. A partir de los campos radiados, podremos calcular la directividad, diagrama de radiación, polarización, anchos de haz y resistencia de radiación.
En este capítulo además se analizan las antenas como los dipolos eléctricamente pequeños y comparables con la longitud de onda y se discute sobre los límites de las antenas pequeñas y multifrecuencia. Se estudia el efecto que los materiales tienen sobre las antenas. Se analizan las espiras, los monopolos, dipolos en presencia de planos conductores, efectos de una antena sobre otra, cargas sobre antenas y sistemas de alimentación.

3.1. Las ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell, juntamente con la ecuación de continuidad, son las que gobiernan el fenómeno de radiación electromagnética. Operando debidamente sobre estas ecuaciones puede llegarse a una ecuación que será la que utilizaremos a lo largo de este capítulo y en posteriores para dada una distribución de corrientes sobre la antena, poder calcular todos los parámetros antes mencionados cuando se nos da una distribución de corrientes sobre la antena.



$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$
$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J}$$
$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (114)$$
$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

Fig. 71 El físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879) publica por primera vez las ecuaciones que hoy llevan su nombre en el *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* en el año 1865. Con sus ecuaciones Maxwell resumió el trabajo previo de Oersted, Gauss, Ampère, Faraday y otros [26].

3.1.1. Ecuaciones generales de los campos reactivos y radiados

De una manera formal, podemos encontrar todo el desarrollo matemático en [2,18,17] Resumiendo el proceso: las expresiones de los campos eléctrico E y magnético H se pueden calcular a partir de la distribución de corriente sobre la antena. Las ecuaciones de los campos se pueden dividir en dos dominios: campos inducidos y radiados. Los primeros predominan si kR<<1 donde $k=2\pi/\lambda$ y R es la distancia de un puente fuente en un punto del espacio (punto donde queremos calcular el campo). Los campos inducidos E y H están en cuadratura de fase, lo que quiere decir que son eléctricamente cercanos a la antena y que predomina el campo reactivo. Es esta zona la que determina el comportamiento reactivo de la antena. Los campos radiados, por otra parte, permiten calcular el diagrama de radiación, directividad, resistencia de radiación y polarización.

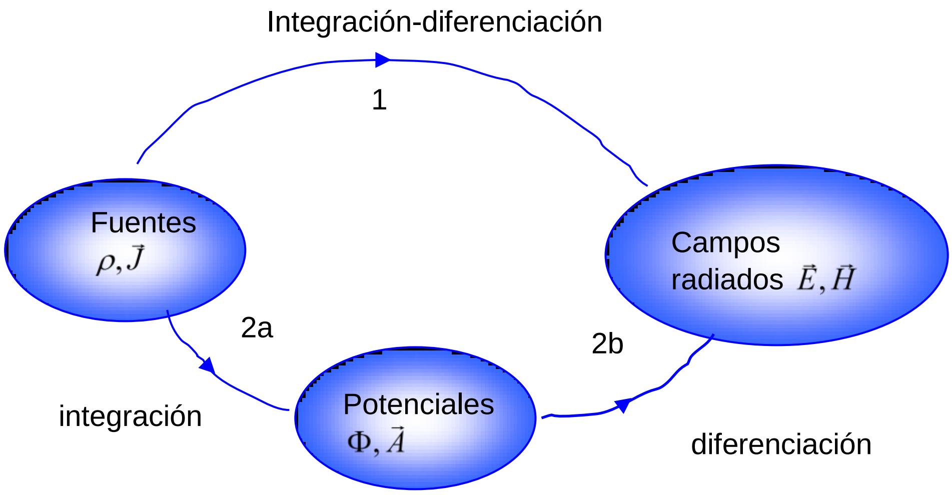


Fig. 72 Para calcular los campos radiados hay dos alternativas. Optaremos por la segunda ya que matemáticamente es la más sencilla.

En la Fig. 72 se muestra cuáles son las vías para, a partir de las fuentes, poder calcular el campo electromagnético radiado. Utilizaremos la vía 2 que utiliza unas funciones auxiliares denominadas potenciales. Estos potenciales son herramientas

matemáticas que simplifican el cálculo de los campos radiados. La Fig. 73 muestra la nomenclatura que utilizaremos: las coordenadas primadas indican posiciones de la fuente, mientras que las no primadas indican puntos del espacio en los que estamos interesados en saber los campos electromagnéticos.

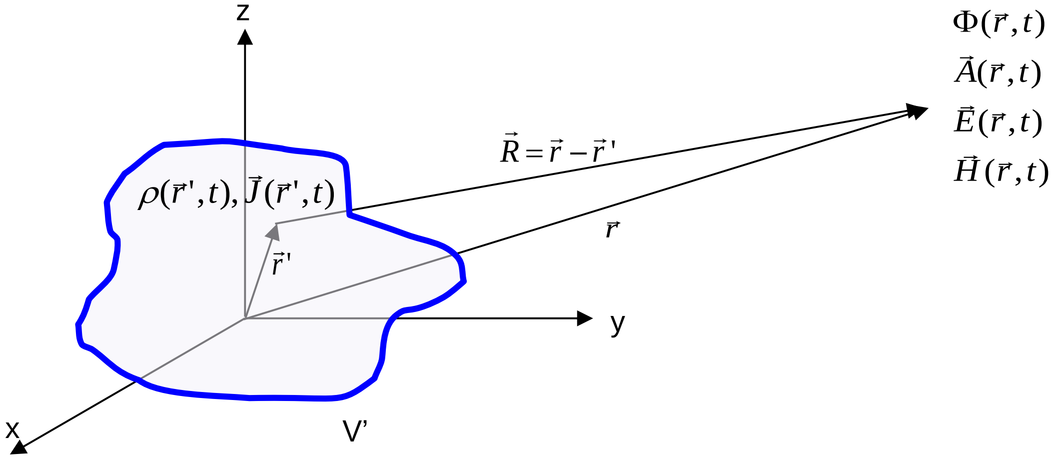


Fig. 73 Sistema de referencia. El vector $\vec r\,'$ tiene en cuenta puntos de un volumen, superficie o línea en el cual están definidas las cargas o corrientes

A partir de las ecuaciones de Maxwell y particularmente del carácter solenoide de H, se define un vector auxiliar A de forma que:

$$\vec H=\frac{1}{\mu}\nabla\times\vec A \qquad (115)$$

ya que $\nabla\cdot\left(\nabla\times\vec A\right)=0$.

Y de las ecuaciones de Maxwell tenemos $\nabla\times\vec E=-j\omega\nabla\times\vec A$ a lo que sigue $\vec\nabla\times(\vec E+j\omega\vec A)=0$

Hay que subrayar que, según las referencias consultadas, la relación H y A puede variar por el escalar μ sin afectar en nada al desarrollo presentado.

El rotacional de un vector igual a cero hace que se pueda definir un escalar Φ puesto que $\nabla\times(\nabla\Phi)=0$ y por tanto $\nabla\Phi=\vec E+j\omega\vec A$.

Fijémonos en que en $\vec E=-j\omega\vec A-\nabla\Phi$ el segundo término recuerda la expresión de electrostática relacionando campo y potencial. La pregunta es qué representa entonces el primer término. Aunque se detalla formalmente acto seguido, el primer término es el que predomina en el campo lejano y el último es el que predomina en campo muy próximo. Al calcular el ejemplo de los campos de un dipolo, las expresiones de campo próximo son justamente las que se obtienen por los procedimientos de electrostática considerando el dipolo como dos cargas s (q,-q).

Queda ahora saber cómo calcular los potenciales auxiliares A y Φ. Volviendo a las ecuaciones de Maxwell y si tenemos en cuenta la relación entre H y A obtenemos:

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{1}{\mu}\nabla\times\nabla\times\vec{A} = j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} \tag{116}$$

Si tenemos en cuenta la identidad vectorial $\nabla\times\nabla\times\vec{A} = \nabla(\nabla\cdot\vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$, se obtiene [27]:

$$\nabla^2\vec{A} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{A} - \nabla(j\omega\mu\varepsilon\Phi + \nabla\cdot\vec{A}) = -\mu\vec{J} \tag{117}$$

Hasta el momento A no está definido, de forma que se puede definir de manera que el término entre paréntesis dé cero $j\omega\mu\varepsilon\Phi + \nabla\cdot\vec{A} = 0$. Esta condición se llama condición de Lorentz.



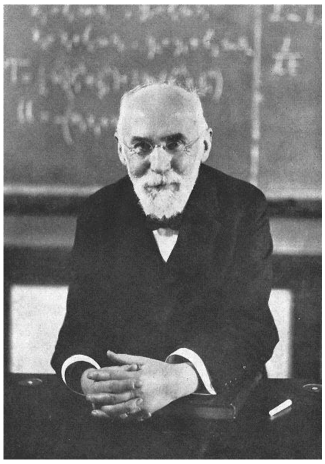


Fig. 74 El matemático y físico danés Ludvig Lorenz (1829-1891) y el físico holandés Hendrik Lorentz (1853-1928). El parecido de sus apellidos ha dado pie a confusiones en la autoría de la condición conocida como de Lorentz aunque realmente es de Lorenz. Lorentz, premio nobel de física, nunca disputó su autoría. Hay que mencionar que Lorentz ha realizado aportaciones trascendentes en el campo de la física como la relación entre fuerza y carga sometida a un campo electromagnético además de demostrar la relatividad del tiempo [28, 29].

La condición de Lorentz permite relacionar $\vec{A}$ con la corriente $\vec{J}$:

$$\nabla^2\vec{A} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{A} = -\mu\vec{J} \tag{118}$$

que es la ecuación de onda vectorial que permite calcular la potencia auxiliar $\vec{A}$ a partir de las corrientes de excitación $\vec{J}$. Es importante subrayar que el carácter vectorial de $\vec{J}$ queda trasladado a $\vec{A}$.

Se puede proceder entonces a calcular $\vec{E}$ de la forma:

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - j\frac{\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)}{\omega\mu\varepsilon} \tag{119}$$

Tenemos ahora una expresión que relaciona $\vec{E}$ únicamente con el potencial vector. Como se ha comentado anteriormente, el primer término es el responsable del campo

a grandes distancias, es decir, que será con este campo con que se calculará el diagrama de radiación, directividad, polarización y resistencia de radiación. Por lo tanto, como el carácter vectorial en esta zona del campo $\vec{E}$ es el mismo que $\vec{A}$ y éste es el mismo que $\vec{J}$, se concluye que el carácter vectorial de la corriente de excitación determina la polarización de la antena.

Se puede proceder análogamente para el potencial o se demuestra que se llega a la misma ecuación de onda pero ahora escalar del Tipo:

$$\nabla^2\Phi + \omega^2 \mu\varepsilon\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (120)$$

Es interesante subrayar que esta expresión resulta ya conocida en los campos electromagnéticos. Por una parte como ecuación homogénea de Helmholtz al hacer el segundo término igual a cero. El hecho de igualar a cero permite resolver problemas de cavidades donde estamos interesados en resolver el modo de la estructura, es decir, un campo que sin fenómeno de pérdidas puede existir sin excitación. En cuanto a la ecuación de onda vectorial tenemos el mismo analogismo. Por ejemplo, al analizar un tipo de antena llamada *microstrip* se utiliza la ecuación de onda vectorial haciendo J=0. De esta forma se están encontrando los campos que corresponden a los modos sin la necesidad de imponer una fuente. El hecho de resolver la ecuación con una fuente es útil para saber la distribución del campo y además para poder calcular la impedancia de entrada en función de la posición de la fuente en la estructura.

También resulta notable que la ecuación de onda escalar particularizada en régimen electrostático, es decir, haciendo la frecuencia cero, se convierte en la ecuación de Poisson y Laplace, ésta última cuando se considera nula la carga
.

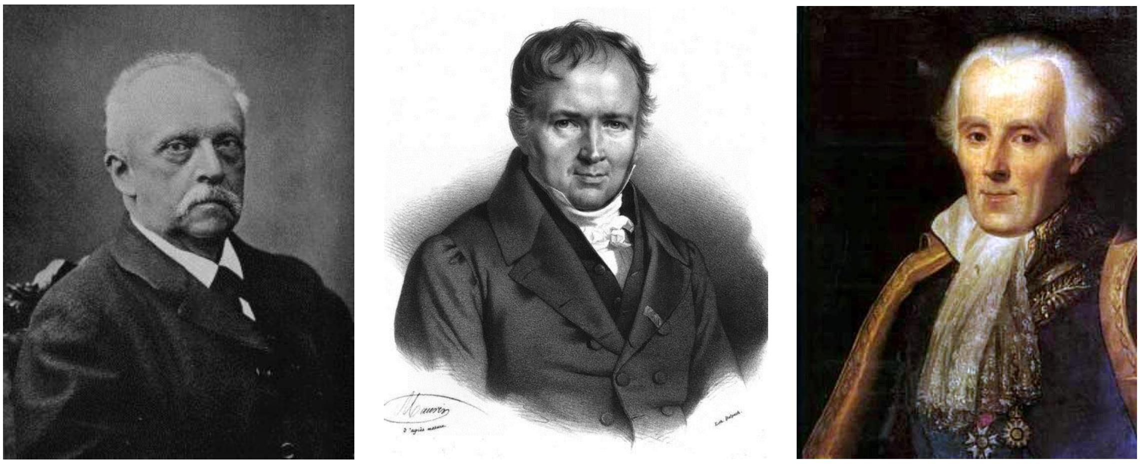


Fig. 75 Helmholtz (1821-1894) físico alemán. Poisson (1781-1840) y Laplace (1749-1827) fisicomatemáticos franceses.

Ahora hay que encontrar la solución a la ecuación de onda de forma que se pueda calcular $\vec{A}$ a partir de $\vec{J}$.
Supongamos que tenemos un elemento infinitesimal de corriente situado al origen y alineado con eje Z. Con esto tenemos que el vector $\vec{A}$ será del tipo $\vec{A}$ será del tipo $\vec{A} = A_z\hat{z}$. La ecuación de onda resulta ahora:

$$\nabla^2 A_z + \omega^2 A_z = 0 \tag{121}$$

Esta ecuación es válida en cualquier punto del espacio excepto en el origen, que es donde se encuentra la fuente. Como el elemento es infinitesimal, el problema presenta simetría esférica de forma que $A_z = A_z(r)$ y la ecuación se reduce a:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dA_z}{dr}\right) + \omega^2\mu\varepsilon A_z = 0 \tag{122}$$

que presenta dos soluciones independientes $\frac{C}{r}e^{-jkr}$ y $\frac{C}{r}e^{jkr}$, donde $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ es la constante de fase y C es una constante que es igual a 1/4π.
Si el medio presenta pérdidas significa que $k = \gamma - j\alpha$. La primera solución tiende a cero cuando la distancia tiende a infinito, mientras que la segunda se pasa a ser muy grande. Queda descartada por lo tanto la segunda solución [30].
Por tanto tenemos que: $A_z = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$.

Si ahora tenemos en cuenta que la fuente está en una posición arbitraria dada por R se obtiene que:

$$A_z = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \tag{123}$$

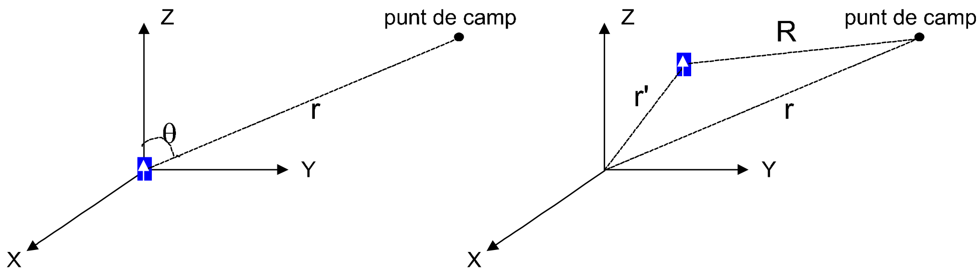


Fig. 76 Si la fuente no está centrada en el origen, el término de fase y de atenuación no es el vector r sino el 'R, el cual tiene como módulo la distancia entre la fuente y el punto de observación.

Ejemplo:

Una fuente infinitesimal (elemento de corriente eléctricamente pequeño, es decir, mucho más pequeño que la longitud de onda) polarizada en z se sitúa en el eje x a una altura h, es decir, sus coordenadas cartesianas de fuente son (x',y',z')=(0,0,h). La expresión del vector $\vec{A}$ vendrá dada por:

$$A_z = \frac{e^{-jk\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2}}}{4\pi\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2}} = \frac{e^{-jk\sqrt{x^2+y^2+(z-h)^2}}}{4\pi\sqrt{x^2+y^2+(z-h)^2}} \tag{124}$$

que en función de coordenadas esféricas resulta

$$A_z = \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+\left(-2r\cos\theta h+h^2\right)}}}{4\pi\sqrt{r^2+\left(-2r\cos\theta h+h^2\right)}} \qquad (125)$$

A partir de aquí se subraya que:

a) Si la fuente está polarizada en x, el vector $\vec{A}$=A_x y si está en y será A_y.

b) Si tenemos más de una fuente, el vector $\vec{A}$ será la suma de cada infinitesimal de corriente, por lo tanto, una integral.

Teniendo en cuenta estas dos consideraciones, se obtiene:

$$\vec{A} = \iiint_{V'} \mu \vec{J} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dV'$$

Y es ésta la solución a la ecuación de onda vectorial y que nos permite resolver el problema de radiación dada una distribución de corrientes sobre la antena. El vector $\vec{J}$ es función de las coordenadas de la fuente, es decir, es del tipo $\vec{J}(\vec{r}')$ y por lo tanto de forma más general se expresa $\vec{A}$ como:

$$\vec{A} = \iiint_{V'} \mu \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dV' \qquad (126)$$

Se muestra la aplicación de ((126) para un dipolo infinitesimal (hilo de corriente de longitud <<λ) en el cálculo de los campos cercanos y lejanos alineando en el eje Z como el que se representa en la Fig. 77.

El ejemplo es tremendamente trascendente ya que permite, por una parte, entender el procedimiento de cálculo de los campos radiados a partir de la corriente sobre la antena. Por otra parte, permite ver el carácter de los campos que están tanto muy cerca como lejos de la antena. Finalmente, cualquier distribución de corriente de una antena se puede considerar como superposición de dipolos infinitesimales. Por lo tanto, si realizamos la superposición de los campos, tenemos la herramienta matemática para poder calcular no sólo los campos lejanos de una distribución de corriente arbitraria sino a más los próximos.

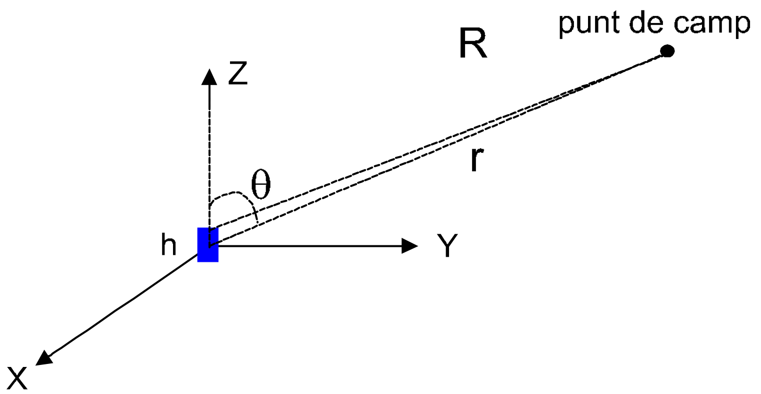


Fig. 77 Dipolo infinitesimal (h<<λ) situado en el origen y alimentado con una corriente constante $\vec{J}(\vec{r}') = I\hat{z}$.

Como el dipolo es infinitesimal se considera que R=r. Con esto

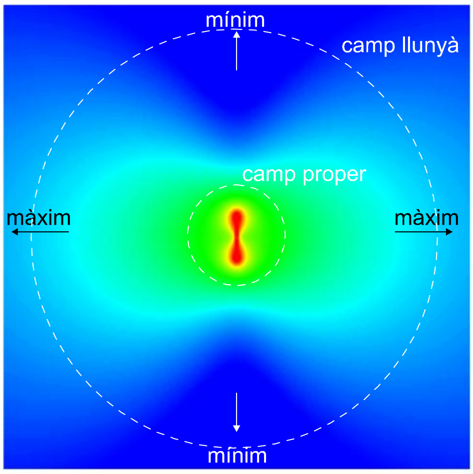
$$\vec{A}=\iiint_{V'}\mu\vec{J}\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}dV'=\int_{L'=-\frac{h}{2}}^{L'=\frac{h}{2}}\mu I\hat{z}\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}dz'=\mu Ih\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\hat{z} \quad (127)$$

Para calcular el campo necesitamos calcular $\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)$ Dado que el problema presenta simetría esférica, es más cómodo realizar el cambio a coordenadas esféricas del vector $\vec{A}$. A partir de la matriz de cambio tenemos que $A_r=A_z\cos\theta$ y $A_\theta=-A_z\sin\theta$. Con eso se llega a:

$$\begin{aligned}&-j\omega\vec{A}=-j\omega\mu I\frac{e^{-jkr}}{r}h\cos\theta\hat{r}-j\omega\mu I\frac{e^{-jkr}}{r}h\sin\theta\hat{\theta}\\&\frac{j\nabla\left(\vec{\nabla}\vec{A}\right)}{\omega\mu\varepsilon}=\frac{-j\mu Ih\sin\theta}{\omega\mu\varepsilon}\frac{1}{r}\left(\frac{e^{-jkr}}{r^2}+jk\frac{e^{-jkr}}{r}\right)\hat{\theta}+\frac{j\mu Ih\cos\theta}{\omega\mu\varepsilon}\left(\frac{-2je^{-jkr}}{r}-\frac{2e^{-jkr}}{r^3}+k^2\frac{e^{-jkr}}{r}\right)\hat{r}\end{aligned} \quad (128)$$

Sumemos los dos términos para calcular el campo total y cálculo del campo $\vec{H}$ a partir del $\vec{E}$:

$$\begin{aligned}E_r&=\frac{Ih}{2\pi}\eta\left[\frac{1}{r}-\frac{j}{kr^2}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\cos\theta\\E_\theta&=\frac{Ih}{4\pi}j\omega\mu\left[1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{(kr)^2}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta\\H_\varphi&=\frac{Ih}{4\pi}jk\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta\end{aligned} \quad (129)$$



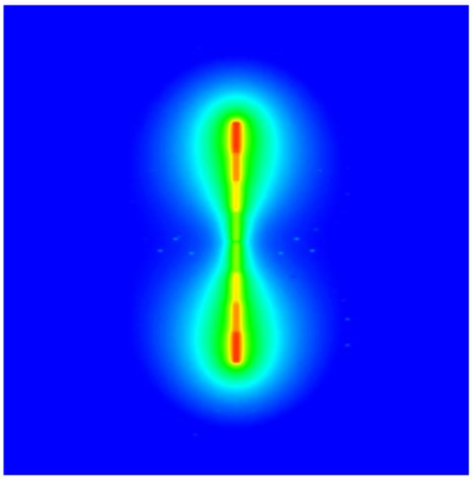


Fig. 78 Simulación de la intensidad de campo eléctrico E de un dipolo eléctricamente pequeño. Izquierda: zona de campo próximo y lejano. Derecha: refinamiento del campo próximo.

Aunque se analiza con detalle el cálculo del diagrama de radiación del dipolo infinitesimal, cabe decir que en campo lejano el máximo del dipolo se encuentra en el plano que divide el dipolo en dos partes y que los nulos de radiación se encuentran alineados con el eje del hilo. Si un observador se sitúa lejos de la antena en esta dirección, no recibirá señal. En el dominio del campo próximo las cosas son muy diferentes, ya que el campo es máximo en los extremos del dipolo y no en la dirección

donde, en campo lejano, tenemos un máximo. Éstos son reactivos y no radiactivos, hecho que se puede comprobar a partir del vector de Poynting a partir de los campos calculados anteriormente [2].
Finalmente, las expresiones de los campos radiados se pueden aproximar si estamos a una gran distancia de la antena (r>>r' donde r es un punto del espacio del que queremos calcular el campo y r' es la coordenada de la fuente).

Generalmente, a lo largo del curso utilizaremos la aproximación de los campos radiados a grande distancias: con estos campos son con los que podremos calcular la directividad, diagrama de radiación, resistencia de radiación y polarización. Si nos quedamos con los términos del tipo 1/r tenemos:

$$\begin{aligned} E_r &= 0 \\ E_\theta &= \frac{Ih}{4\pi} j\omega\mu \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta \end{aligned} \qquad (130)$$

Entonces, se calcula el campo lejano directamente d' $\vec{E} = -j\omega\vec{A}$ pero eliminando la componente radial. El hecho de eliminar la componente radial se puede explicar de la ec.(128). En efecto, $\vec{E} = -j\omega\vec{A}$ presenta componente radial que depende de 1/r. Pero, al sumar el término radial con dependencia con 1/r de $\frac{j\nabla\left(\vec{\nabla}\vec{A}\right)}{\omega\mu\varepsilon}$, desaparece y per tanto podemos decir que el camp lejano se puede obtener de $\vec{E} = -j\omega\vec{A}$ eliminando la componente radial.

En el caso del dipolo infinitesimal y por zona de campo lejano (r>>r), se ha podido aproximar R=r tanto en el numerador cono el denominador de $\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$. Cuando la antena ya no es pequeña en términos de la longitud de onda, sí se puede aproximar el término de atenuación del campo $\frac{1}{4\pi R} \approx \frac{1}{4\pi r}$ en cambio, para el término de la fase se tiene que proceder con atención, ya que si la antena tiene una medida comparable a la longitud de onda, el término de fase puede variar mucho. Por ejemplo, consideramos una antena de longitud λ alineada en el eje z y centrada en el origen. Cada dipolo infinitesimal en que se puede dividir la estructura presenta una atenuación en el campo lejano (r>>r' donde r'=z') se considera igual para todos los elementos. Para el término de fase la cosa es bien diferente, ya que puede valer $e^{-jkz'} = 1$ cuando tratamos el elemento de corriente en el origen (z'=0) pero vale $e^{-jkz'} = -1$. Por lo tanto, en el término de fase la aproximación es más esmerada y se basa en considerar que el vector R y r son paralelos tal como indica la Fig. 79.

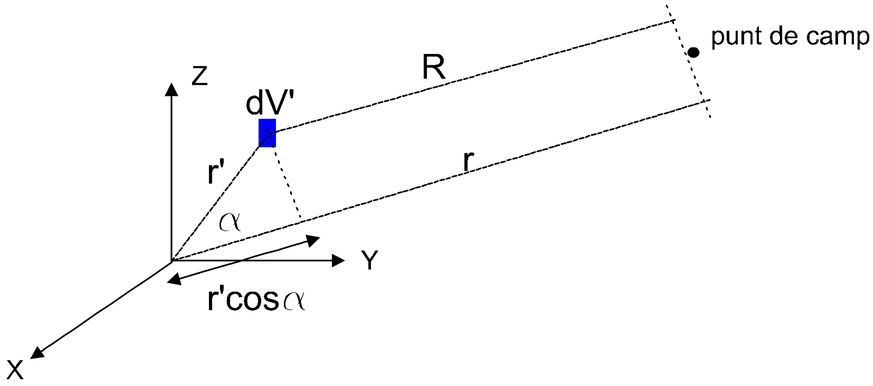


Fig. 79 Aproximación en zona de campo lejano donde r>>r'. Se considera que R=r en cuanto a los términos de atenuación de la onda y R=r-r'cosα para el término de fase, ya que r' recurre el dominio de la antena que no tiene por qué ser pequeño en términos de la longitud de onda.

Expresando R en forma vectorial tenemos que $R=r-\hat{r}\cdot\vec{r}\,'$. Entonces:

$$\vec{A}=\iiint_{V'}\mu\vec{J}(\vec{r}\,')\frac{e^{-jk(r-\hat{r}\cdot\vec{r}\,')}}{4\pi r}dV'=\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\iiint_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')e^{-jk(\hat{r}\cdot\vec{r}\,')}dV'=\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\iiint_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')e^{j\vec{k}\vec{r}\,'}dV' \quad (131)$$

donde

$$\vec{k}\vec{r}\,'=k_x x'+k_y y'+k_z z'$$

donde k_x,k_y, y k_z son las componentes vectoriales del vector de onda *k*:

$$\begin{aligned} k_x &= k\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ k_y &= k\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ k_z &= k\cos(\theta) \end{aligned} \quad (132)$$

Esto nos permite calcular el potencial vector en campo lejano a partir de una distribución de corrientes sobre la antena, la cual será conocida. Esta expresión es la que refleja el camino 2º de la Fig. 72.

Las ecuaciones generales de los campos radiados a grandes distancias a partir de una distribución de corriente conocida sobre la antena después de todas las consideraciones vistas, quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_r &= 0 & H_r &= 0 \\ E_\theta &= -j\omega A_\theta & H_\theta &= j\frac{\omega}{\eta}A_\varphi \\ E_\varphi &= -j\omega A_\varphi & H_\varphi &= -j\frac{\omega}{\eta}A_\theta \end{aligned} \quad (133)$$

No se debe confundir η_r eficiencia de radiación con η impedancia del medio (si es el espacio vacío η=120π)

$\vec{A}$ suele expresarse a menudo en función del vector de radiación $\vec{N}$:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \vec{N} \qquad (134)$$

siendo *N* el vector de radiación:

$$\vec{N} = \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}\,')e^{j\vec{k}\vec{r}\,'} dV' \qquad (135)$$

Aunque pueda parecer complicado a primera vista, veremos que es relativamente sencillo hacer estas integrales. Cuando analicemos las antenas de cable tipo dipolo, utilizaremos estas ecuaciones y es así como comprenderemos la mecánica matemática para calcular los campos radiados. De momento, nos quedamos con el método y con las siguientes conclusiones:

a) El campo eléctrico y magnético están en fase. Esto quiere decir que impedancia en esta zona es real, o sea, de radiación. Por lo tanto, a partir de los campos radiados o campos lejanos (zona de Fraunhofer) podremos calcular la resistencia de radiación. Siguiendo este argumento, aunque no lo veremos, los campos inducidos están en contrafase, lo que quiere decir que la impedancia es puramente reactiva. Por lo tanto, a partir de los campos inducidos se podría calcular la reactancia de la antena.
b) El campo eléctrico y magnético son transversales a la dirección de propagación, es decir, no tienen componente radial.
c) La relación entre el módulo del campo eléctrico y magnético es la impedancia del espacio del medio en el que se propaga la onda. En el espacio libre resulta 120π.
d) La dependencia angular define el diagrama de radiación (lo veremos en detalle en los próximos apartados).
e) El campo eléctrico, magnético y el vector *r* son ortogonales.
f) La dependencia con la distancia *r* de los campos E y H es de tipo 1/*r*; por lo tanto, la potencia decae como $1/r^{2}$.

3.1.2. Regiones de campo: Fresnel y Fraunhofer

Con las ecuaciones, hemos podido ver que hay unos campos denominados inducidos y otros radiados. Pero, ¿cuál es la frontera a partir de la cual predomina el radiado sobre el inducido? Podemos ver el análisis matemático [2,17,18]. Lo más importante que hay que tener en cuenta es:

a) El margen de distancias para el que queda definida una región (Fig. 80).
b) Que en la zona de Fraunhofer, también denominada de campo lejano, el diagrama de radiación es independiente de la distancia y puede considerarse como la transformación espacial de Fourier de las corrientes.
c) Que en la zona de Fresnel, el diagrama es dependiente de la distancia.

Podríamos decir que el espacio actúa como un transformador de Fourier. Esta observación es de gran interés. Consideremos una antena de cable sobre la que existe una corriente uniforme para un caso y una corriente tipo triangular para otro. Aunque lo demostraremos con detalle en los apartados siguientes, ¿cuál de los

siguientes casos presenta unos lóbulos secundarios más pequeños? ¿Cuál tiene más directividad? Si pensamos que el diagrama de radiación es proporcional a la transformada de Fourier de las corrientes, para el primer caso, el diagrama es proporcional a un pulso uniforme mientras que para el segundo es de pulso triangular. Recordando las asignaturas relacionadas con la teoría de la señal, podemos responder a estas preguntas diciendo que para el caso de la distribución uniforme, la antena presenta más directividad ya que el ancho de haz de la transformada, o sea del diagrama de radiación, es más estrecho y que los lóbulos son más elevados que en el caso de la triangular donde los lóbulos son más bajos.

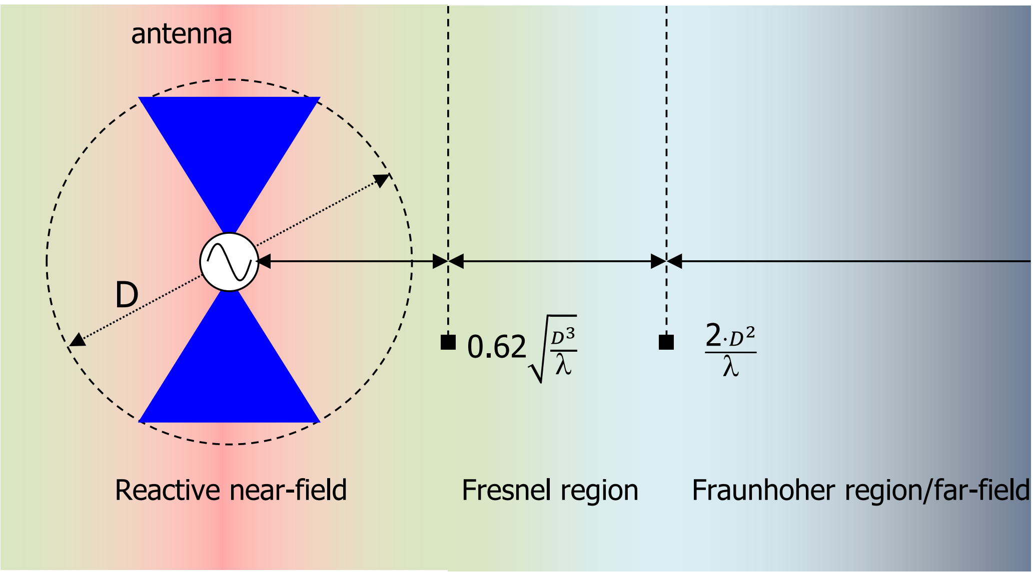


Fig. 80 Regiones de campo. D representa la longitud máxima de la antena y λ la longitud de onda de operación



Fig. 81 Joseph von Fraunhofer (1787-1826), astrónomo y físico alemán destacado en el campo de la difracción. La zona camp a gran distancia de la fuente recibe también el nombre de zona de Fraunhofer.

RESUMEN

En esta sesión hemos visto cuál es la ecuación que permite saber los campos radiados a partir de una corriente sobre la antena. Hemos visto qué característica

tienen los campos radiados. La ecuación relaciona las corrientes sobre una estructura ya sea volumétrica, superficial o lineal. En este capítulo nos centraremos en estructuras de hilo, y por tanto, la integración para calcular los campos radiados se realiza a lo largo del hilo de corriente. De todas formas, para antenas con superficies o volúmenes conocidas, se puede calcular de forma sencilla la corriente, el procedimiento es idéntico excepto una ligera complejidad en el cálculo matemático.

Hemos definido las regiones de campo donde hemos estudiado que el diagrama de radiación no depende de la distancia en la zona de campo lejano o Fraunhofer (se debe enfatizar que lo que es invariante es la forma (diagrama de radiación) y no la magnitud ya que naturalmente a medida que crece la distancia, la magnitud del campo decrece). Son los campos en esta zona los que a lo largo del curso iremos calculando para las diversas antenas. Con estos campos calcularemos la directividad, diagrama de radiación, polarización, anchos de haz y resistencia de radiación.

El campo cercano, por otra parte, determina el comportamiento reactivo de la antena. Es además útil para entender cómo se comporta una antena en presencia de un objeto situado en su campo cercano, como puede ser el cuerpo humano. En el caso del elemento de hilo eléctricamente pequeño, el campo eléctrico próximo presenta una magnitud mucho superior al magnético cosa que cambia para otras antenas como por ejemplo la espira que analizaremos más adelante.

Sesión 6: El dipolo elemental

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 2 horas

OBJETIVOS

Estudiar el tipo de antena más sencillo para ver cuál es la mecánica para calcular el diagrama de radiación, anchos de eje, polarización, directividad y resistencia de radiación. La comprensión de este apartado es primordial para entender con facilidad los posteriores apartados en los que se vuelve a repetir el procedimiento, pero para antenas más complicadas.

CONTENIDOS

Se presenta en esta sesión el modo de calcular los parámetros básicos de un dipolo elemental. Esta sesión servirá para consolidar el mecanismo matemático para calcular los campos radiados. El proceso de cálculo utiliza directamente la expresión del vector potencial a grandes distancias. Además permite entender las particularidades de las antenas eléctricamente pequeñas o miniatura.

3.2. El dipolo elemental

En la sección 3.1.1 se ha introducido el dipolo elemental. En esta sección aparte de encontrar los campos (en la zona de campo lejano), se encuentran los parámetros básicos de la antena.

El dipolo de longitud *l* está alineado en el eje z y por él circula una corriente definida por [2,18]:

$$J(z') = I\delta(x')\delta(y')\hat{z} \quad per \quad -l/2 < z' < l/2 \qquad (136)$$

Sustituyendo en la ecuación general del vector de radiación, obtenemos:

$$\vec{N} = \int_{v'} \vec{J}(\vec{r}\,')e^{jk\vec{r}\,'}dv' = \int_{x'}\int_{y'}\int_{z'} I\delta(x')\delta(y')e^{j(k_x x' + jk_y y' + k_z z')}dx'dy'dz' =$$

$$= \int_{x'=-\infty}^{\infty} \delta(x')e^{jk_x x'}dx' \int_{y'=-\infty}^{\infty} \delta(y')e^{jk_y y'}dy' \int_{z'=\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} I\hat{z}e^{jk_z z'}dz' = \int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} I\hat{z}e^{jk\cos(\theta)z'}dz'$$

Donde se ha tenido en cuenta que:

$$\int_{x'=-\infty}^{\infty} f(x')\delta(x'-p)dx' = f(p)$$

como l<<λ, la integral resulta:

$$\vec{N} = N_z\hat{z} = I \cdot l\hat{z}$$

donde se observa que el vector de radiación *N* sólo tiene componentes en *z*, y, por lo tanto, el potencial vector *A* también. Para pasar de la componente cartesiana A_z hay que utilizar la matriz de cambio de coordenadas de cartesianas a esféricas [2]. Una vez se tiene el vector de radiación, obtener los campos radiados es directo y se pueden encontrar en la sección 3.2.

Los pasos para calcular todas las características de radiación podemos dividirlos:

a) Se supone que la corriente a lo largo de cable es uniforme. Estudiaremos en apartados posteriores cómo se puede calcular la distribución de corrientes dada una antena de determinada longitud eléctrica. Es importante subrayar que no hablamos nunca de una antena larga o corta en metros, sino en términos eléctricos. Para el caso del dipolo elemental, decimos que es un dipolo elemental porque su longitud es muy corta en términos de la longitud de onda de operación (λ). Por ejemplo, un dipolo de 100 metros puede ser un dipolo elemental en la frecuencia de 100 KHz ya que en términos de la longitud de onda el dipolo hace 0.034λ.
Generalmente diremos que el dipolo es elemental si su longitud total es inferior a $\lambda/10$.
b) A partir de la integral de la corriente a lo largo del cable puede calcularse el vector de radiación *N*. El potencial vector *A* se calcula directamente sabiendo el vector de radiación *N*.
c) A partir del potencial vector, se calculan los campos radiados. Sabiendo el campo eléctrico radiado puede deducirse la polarización de la antena.
d) A partir de los campos radiados, se calcula el vector de Poynting. Éste permite calcular el diagrama de radiación tanto en tres dimensiones o cortes del diagrama y ancho de haz.
e) Habiendo calculado el vector de Poynting se calcula la potencia radiada. Sabiendo la potencia radiada se puede calcular la resistencia de radiación.
f) Habiendo calculado el vector de Poynting y la potencia radiada, se calcula la directividad para cualquier dirección del espacio. La directividad máxima (habitualmente la llamaremos simplemente directividad), se calcula directamente del máximo de la directividad en función de las coordenadas esféricas.

Se ilustra a continuación los pasos b-f.

Se pueden obtener los campos radiados de la ecuación (129) menospreciando aquellos términos $1/r^2$ y $1/r^3$. Por lo tanto, los campos del dipolo elemental en campo lejano resultan:

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{Ih}{4\pi} j\omega\mu \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta \\ H_\varphi &= \frac{Ih}{4\pi} jk \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta \end{aligned} \qquad (137)$$

A partir de las ecuaciones (11)-(14) y (137), se obtiene:

$$\wp(\theta,\phi) = \frac{1}{2}\frac{|E_\theta|^2}{\eta} = \frac{15\pi I^2 h^2 \sin^2\theta}{r^2\lambda^2} \qquad (138)$$

Y juntamente con la ec.(3) se tiene:

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \qquad (139)$$

Y a partir de ecs.(20)-(21), la directividad resultante queda como:

$$\begin{aligned} &D(\theta,\varphi) = 1.5\sin^2\theta \\ &D = 1.5 \end{aligned} \qquad (140)$$

De los pasos seguidos deducimos que:

a) La polarización es lineal y orientada con la geometría de la antena. Si el dipolo es vertical, se obtiene una polarización lineal vertical.
b) El diagrama presenta simetría respecto al eje de la antena, es por lo tanto, omnidireccional ya que existe un plano, en este caso el perpendicular a la antena, en el que la antena radia con la misma intensidad para cualquier dirección.
c) El diagrama presenta un nulo alineado con la antena. Esto quiere decir que si intentamos recibir señal en el eje donde se encuentra la antena no lo conseguiremos.
d) El diagrama presenta un máximo en el plano perpendicular a la antena y situado en el punto medio. Por lo tanto, si queremos maximizar la señal de una antena receptora, ésta debe tener el máximo en el plano mencionado. Si la antena es un dipolo elemental, por ejemplo, ésta debe tener el máximo apuntando hacia el máximo de radiación de la emisora y además orientada igualmente para que el coeficiente de polarización sea 1. El dipolo elemental receptor podría encontrarse en el plano donde la emisora tiene el máximo pero si estuviera metida perpendicularmente no se recibiría señal.
e) El ancho de haz a –3dB puede calcularse sencillamente y resulta 90º.
f) La resistencia de radiación es proporcional al cuadrado de la longitud eléctrica (longitud en términos de λ). Supongamos que tenemos un dipolo de longitud total $\lambda/30$, su resistencia de radiación es $R_r \approx 0.87\Omega$. Este valor es pequeño y, según el tipo de material utilizado puede ser muy parecido o inferior a las pérdidas R_Ω. Por lo tanto, ya podremos ver cuál es uno de los principales inconvenientes y por lo tanto la limitación de las antenas eléctricamente pequeñas o miniatura: su poca eficiencia de radiación. Es interesante destacar que la disminución de la longitud implica que la resistencia de radiación decae cuadráticamente mientras que las pérdidas lo hacen linealmente. Por lo tanto, mientras más pequeña sea la antena más ineficaz se hace. Para transmisión no interesa una antena pequeña ya que la mayor parte de la potencia se disipa en forma de calor debido a las pérdidas.
   En algunas aplicaciones donde la eficiencia es un parámetro extremadamente crítico se puede minimizar las pérdidas óhmicas con un superconductor como por ejemple el $YBA_2Cu_3O_7$ abreviado como YBCO (superconductor de alta temperatura) el cual presenta pérdidas mínimas a temperaturas alrededor de los 90K a costa de la complejidad que añade el sistema criogénico.
g) Directividad de la antena, siempre que se cumpla la condición de eléctricamente pequeña, es independiente de la su longitud eléctrica. Dicho de otro modo, fijada su longitud física, la directividad no depende de la frecuencia (siempre y cuando se siga cumpliendo que el dipolo sea eléctricamente corto o elemental).

Analizando las expresiones generales de los campos, nos quedamos con los campos que se denominan radiados (kR>>1); realizando una aproximación a grandes distancias (r>>r') se obtiene la aproximación de los campos radiados a grandes distancias. Por lo tanto, la ecuación es válida bajo esta hipótesis y es útil para calcular el diagrama de radiación, directividad, polarización y resistencia de radiación.

Observa que los campos en la zona más próxima a la antena son los que obtendríamos con la consideración de electrostática y magnetostática y es por eso que en los campos de esta región de campo cercano se llaman casi-estacionarios.

Una conclusión importante sobre la zona de campo cercano es que el campo eléctrico (ahora tiene componente no sólo en θ sino también en *r*) está en cuadratura de fase con el campo magnético. Por lo tanto, en esta zona no existe flujo neto de potencia y no se podría calcular la resistencia de radiación. Matizar esta afirmación que podremos encontrar en [2]. No es que sea cero, ya que la potencia radiada no depende de la distancia (la energía no se crea en función de la distancia); lo que nos está diciendo es que la potencia real (la radiada) es mucho menor que la reactiva y, por lo tanto, en la zona de campo cercano, decir que no existe flujo neto de potencia es decir que lo que predomina es la potencia reactiva. Por lo tanto, esta zona de campo cercano es interesante porque determina la reactancia de la antena. Es interesante destacar que la relación es de tipo *–j* y, por lo tanto, la reactancia de un dipolo elemental es de tipo capacitivo y tanto más capacitivo cuanto más eléctricamente corto sea. Esto, que puede observarse directamente de las ecuaciones que pueden encontrarse en [2,12], puede interpretarse de una manera más sencilla utilizando un modelo de línea de transmisión. La impedancia de una antena de cable puede modelarse por una línea de transmisión en la que la longitud de ésta es la mitad que la longitud del dipolo donde las pérdidas en la línea de transmisión no son más que las pérdidas por radiación de la antena. La Fig. 82 muestra el dipolo, el modelo de línea de transmisión ideal (tiene en cuenta las pérdidas por radiación) y dos ejemplos de impedancias denominadas 1 y 2. La 2 es para el caso de un dipolo elemental eléctricamente más corto que la del caso 1. Es decir, como la impedancia terminal es un circuito abierto, cuanto más corta sea la línea, menor es el desplazamiento por la carta de Smith y por lo tanto más reactiva es la impedancia. Por lo tanto, ya tenemos otro inconveniente de las antenas dipolo elemental y en general de una antena eléctricamente pequeña: su impedancia es reactiva y capacitiva para el caso del dipolo elemental. Por lo tanto, la antena no es resonante y se necesita en general una red externa para poderla adaptar a la impedancia de referencia que suele ser generalmente 50Ω. Veremos en este mismo capítulo 3, técnicas para hacer a la antena resonante.

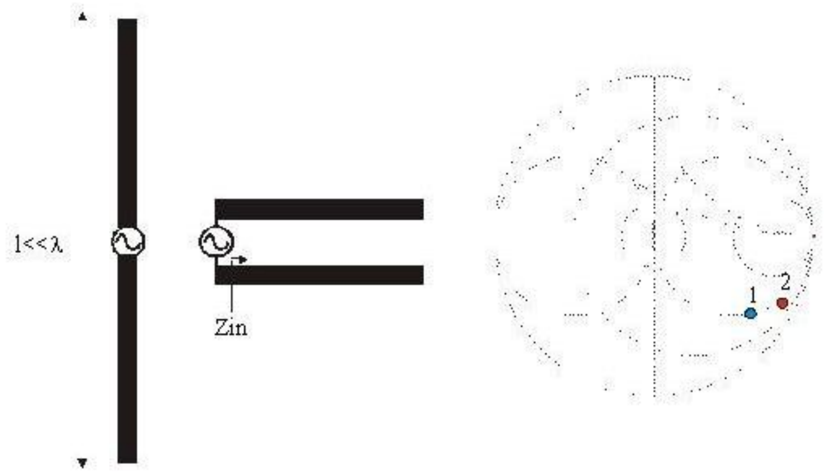


Fig. 82 Dipolo elemental, modelo línea de transmisión ideal y posibles impedancias de entrada. El caso 2 corresponde al de una antena dipolo elemental eléctricamente más corto que para el caso 1. Nota: para que la parte real de la impedancia no sea cero, en el modelo de línea de transmisión se pueden añadir pérdidas. Estas pérdidas serían las de radiación

Como conclusiones del dipolo elemental:

Ventajas:

a) La directividad es 1,5 independiente de su longitud (siempre y cuando sea elemental).

Inconvenientes:

a) Presenta en general poca eficiencia de radiación ya que la resistencia de radiación es baja y usualmente comparable o menor que la de pérdidas.

b) Su reactancia de entrada es de tipo capacitivo; más capacitivo cuanto más corto sea.

c) Dado que cuanto más corto sea, la potencia reactiva es mayor, y esto se traduce en que el factor de calidad Q (inverso del ancho de banda BW) es elevado; por lo tanto podemos añadir otro inconveniente: el ancho de banda es muy pobre, más pobre cuanto menor sea la antena.

Es conveniente definir formalmente el concepto de antena miniatura. Hasta el momento, se ha referido a antenas miniatura aquellas que tienen un tamaño pequeño respecto la longitud de onda. En concreto se define una antena miniatura si se puede circunscribir en una esfera de radio inferior o igual a $a = \frac{\lambda}{2\pi}$, siendo este el radio de la esfera nombrada *radiansphere* [22, 23].

Ejemplo: radiación producida por varios elementos

Sea un sistema de dos dipolos como muestra la Fig. 83. Se procede a calcular el vector de radiación producido por el conjunto.

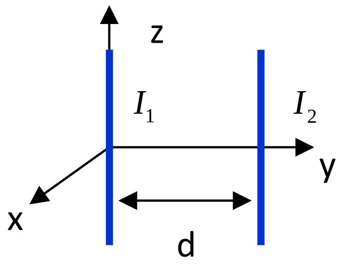


Fig. 83 Sistema de dos dipolos en lo que se supone una corriente uniforme a lo largo del hilo.

La corriente queda definida como:

$$\vec{J}_1(\vec{r}')=\hat{z}I\delta(x')\delta(y') \quad \tfrac{-l}{2}\le z'\le\tfrac{l}{2} \quad \vec{J}_2(\vec{r}')=\hat{z}I\delta(x')\delta(y'-d) \quad \tfrac{-l}{2}\le z'\le\tfrac{l}{2} \qquad (141)$$

Aplicando la linealidad de la integral, integral de la suma, suma de integrales, el vector total de radiación es la suma de cada vector de radiación:

$$\vec{N}_{total}=\vec{N}_1+\vec{N}_2 \qquad (142)$$

$$\vec{N}_1=\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} I_1\hat{z}e^{jk_z z'}dz' \qquad (143)$$

$$\vec{N}_2=\int_{x'}\int_{y'}\int_{z'}\hat{z}I_2\delta(x')\delta(y'-d)e^{j(k_x x'+jk_y y'+k_z z')}dx'dy'dz'=$$
$$=\int_{x'=-\infty}^{\infty}\delta(x')e^{jk_x x'}dx'\int_{y'=-\infty}^{\infty}\delta(y'-d)e^{jk_y y'}dy'\int_{z'=\frac{-l}{2}}^{\frac{-l}{2}}\hat{z}I_2e^{jk_z z'}dz'=e^{jk_y d}\int_{z'=\frac{-l}{2}}^{\frac{-l}{2}}\hat{z}I_2e^{jk_z z'}dz' \qquad (144)$$

$$\vec{N}_{total}=\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}I_1\hat{z}e^{jk_z z'}dz'+e^{jk_y d}\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{-l}{2}}\hat{z}I_2e^{jk_z z'}dz'=\left(I_1+I_2e^{jk_y d}\right)\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}\hat{z}e^{jk_z z'}dz' \qquad (145)$$

En el caso de un sistema más complejo (Fig. 84), el procedimiento es igual de directo.

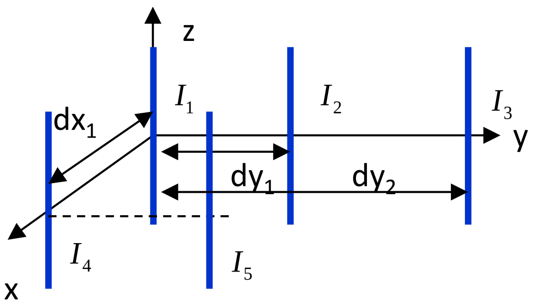


Fig. 84 Sistema de cinco dipolos.

$$\vec{N}_{total}=\sum_{i=1}^{5}\vec{N}_i \qquad (146)$$

$$\vec{N}_{total}=\left(I_1+I_2e^{jk_y dy1}+I_3e^{jk_y dy2}+I_4e^{jk_x dx1}+I_5e^{jk_x dx1}e^{jk_y dy1}\right)\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}\hat{z}e^{jk\cos(\theta)z'}dz' \qquad (147)$$

La radiación de un elemento de hilo separado del origen es la misma que el elemento en el origen con un término de fase que depende de su separación al origen.

RESUMEN

En esta sesión hemos visto cómo calcular todos los parámetros básicos de radiación de una antena dipolo elemental. Este cálculo resulta transcendente ya que una distribución de hilo arbitrario se puede descomponer en un sumatorio de dipolos elementales pudiendo aplicar por tanto, el método explicado.

En general, las limitaciones de una antena eléctricamente corta como es el dipolo elemental son: poca eficiencia, impedancia reactiva de tipo capacitivo y pobre ancho de banda. Naturalmente esto no significa que una antena pequeña no sea práctica ya que todo depende de las especificaciones del sistema. La lectura es que miniaturizar un radiador lleva inherente un precio y se necesitará en algunas situaciones buscar técnicas de mejora del ancho de banda y eficiencia.

La radiación producida por un conjunto de N elementos iguales se puede obtener de forma sencilla sabiendo la radiación de uno añadiendo un término de fase a cada elemento que es función de su separación a un origen de referencia. Esto permite analizar agrupaciones de antenas tal y como se verá con más detalle en el capítulo de agrupaciones.

Sesión 7: La espira elemental

FCHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Analizar la espira elemental para poder introducir un nuevo tipo de elemento radiante y además poder entender qué implicaciones tiene tener corrientes eléctricamente cercanas en sentido opuesto.

CONTENIDOS

Se muestra en esta sesión cómo calcular los parámetros básicos de una espira elemental, de una espira múltiple, de una espira cargada con un núcleo magnético y finalmente se estudia cómo calcular el vector de radiación para espires elementales de área arbitraria.

3.3. La espira elemental

Diremos que una espira es elemental si el radio *a* es mucho menor que la longitud de onda de operación, es decir, si $a<<\lambda$;

El procedimiento matemático para calcular los campos radiados es idéntico al utilizado por el dipolo lineal elemental. Podéis consultar el procedimiento de cálculo en [2,18,17]. Si consideramos que la espira está situada en el plano XY, las componentes de los campos E y H son:

$$E_\varphi = \frac{-Ih}{4\pi} jk\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta$$

$$H_\theta = \frac{Ih}{4\pi} j\omega\varepsilon\left[1+\frac{1}{jkr}+\frac{1}{(jkr)^2}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta$$

$$H_r = \frac{Ih}{2\pi} j\omega\varepsilon\left[\frac{1}{jkr}+\frac{1}{(jkr)^2}\right]\frac{e^{-jkr}}{r}\cos\theta$$

Teniendo en cuenta que interesan las componentes en campo lejano, las expresiones quedan simplificadas en aquellos términos con dependencia 1/r ya que los otros $1/r^2$ $1/r^3$ son más pequeños.

$$E_\varphi = \frac{-Ih}{4\pi} jk\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta$$

$$H_\theta = \frac{Ih}{4\pi} j\omega\varepsilon\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta$$

Las conclusiones más importantes son:

- La forma del diagrama de radiación es la misma que la del dipolo lineal elemental, por lo tanto, la directividad será la misma. El máximo se da en el plano de la espira y el mínimo coincide con la dirección normal en el plano de la espira.

- La polarización para el caso del dipolo es lineal alineada con la geometría de la antena; en este caso la polarización también es lineal y alineada con el plano en el que se encuentra la antena.

- La resistencia de radiación a igualdad de longitud de cable con un dipolo elemental es mucho menor. Por lo tanto, la eficiencia de radiación será mucho menor para el caso de una espira. Esto se debe a que siempre hay una corriente de dirección contraria mientras que en el dipolo elemental no.

- Aunque se puede demostrar a partir de los campos cercanos, la impedancia de la espira elemental es también reactiva como la del dipolo elemental pero en este caso es inductiva.

Resumiendo las ventajas e inconvenientes de la espira elemental:

Ventajas:

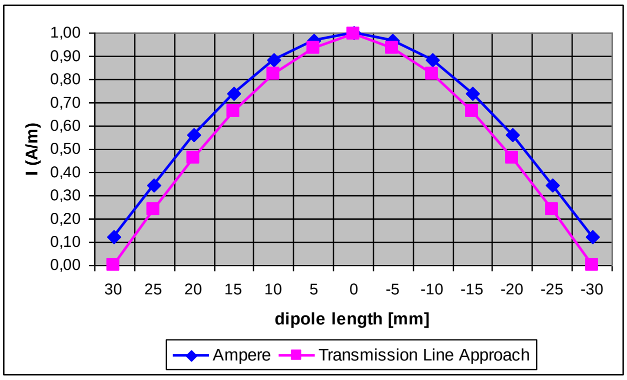
a) La directividad es 1.5 independiente de su longitud (siempre y cuando sea elemental).

Inconvenientes:

a) Presenta en general poca eficiencia de radiación ya que la resistencia de radiación es baja y normalmente comparable o menor que la de pérdidas.
b) Su reactancia de entrada es de tipo inductivo;
c) Dado que cuanto más corta sea mayor es la potencia reactiva, esto se traduce en que el factor de calidad Q (inverso del ancho de banda BW) es elevado; por lo que podemos añadir otro inconveniente: el ancho de banda es muy pobre, mientras más pequeña sea la antena.



Fig. 85 André Ampere (1775-1836), matemático y físico francés. Mediante la ley de Ampere se puede ver que una espira elemental resulta de una sonda de corriente que puede utilizarse para saber cuál es la distribución de corriente sobre una antena tipo dipolo. De esta forma se puede calcular para una banda el diagrama de radiación a partir de su integración a lo largo del hilo y también determinar la impedancia de entrada, puesto que la tensión en el puerto de la antena es conocida.



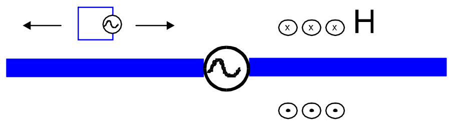


Fig. 86 Corriente sobre un dipolo L=λ/2 mediante el método de Ampere comparando con una aproximación sinusoidal de corriente sobre el hilo del tipo I(z')=sin(k·(L/2-|z'|)).



Fig. 87 Espiras utilizadas para medidas en campo cercano en el entorno de compatibilidad electromagnética. Gentileza del profesor David Badia del departamento de Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Ramon Llull, Barcelona.

3.3.1. Espira elemental cargada con ferrita

En el núcleo de la espira puede introducirse un núcleo de ferrita. Con esto se consigue aumentar la tensión inducida en bornes de la antena para un factor μ_e que es la permeabilidad efectiva de la ferrita y depende de la intrínseca μ_f y de la geometría. El resultado final es que puede conseguirse aumentar la resistencia de radiación respecto a la espira sin ferrita en un factor μ_e^2. El diagrama de radiación no varía por el hecho de incluir la ferrita [17].

3.3.2. Espira múltiple

Si en lugar de tener una sola espira se tienen N espiras, es sencillo demostrar utilizando la ley de Faraday que la tensión inducida en bornes de la antena se multiplica por N. El resultado final es que la resistencia de radiación respecto al caso de una sola espira aumenta para N^2. El diagrama y por lo tanto la directividad no varían respecto al caso de una espira siempre y cuando la antena sea eléctricamente pequeña.

Por lo tanto, si se tiene una antena con N espiras, cargada con una ferrita de permeabilidad efectiva μ_e, el resultado es que la resistencia de radiación respecto a una sola espira aumenta como:

$$R_{r\ ferrita\ N\ voltes} = N^2 \mu_e^2 R_r \qquad (148)$$

De todas maneras, aunque la resistencia de radiación aumenta cuadráticamente con N y μ_e, estas antenas se utilizan en frecuencias de radiodifusión como por ejemplo AM. Por lo tanto, la resistencia de radiación de partida, es decir, sin cargar y con una sola espira, es muy pequeña ya que la antena es eléctricamente muy pequeña y, por lo tanto, las eficiencias de radiación continúan siendo pequeñas.

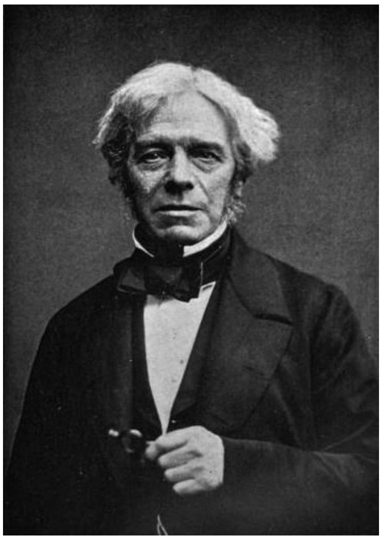


Fig. 88 Michael Faraday (1791-1867), científico inglés que descubrió que un conductor por el que circula una corriente rotaría un imán [13].

Nota adicional de interés:
Si la espira múltiple es comparable con la longitud de onda, tenemos una espira trabajando en modo axial, a diferencia del modo normal que sería el comportamiento visto anteriormente. La espira múltiple o hélice en modo axial presenta el máximo de radiación en la dirección del eje, tiene un ancho de banda elevado, radia con polarización circular (dependiendo del sentido de giro del enrollamiento será a derechas o a izquierdas) y puede tener una ganancia entre 10 y 17 dBi. Son antenas que habitualmente se han utilizado en la banda de UHF y también para sistemas de transmisión vía satélite en banda L (1.5-1.7GHz) [31].

3.3.3. Expresiones generales del vector de radiación para espiras elementales de geometría arbitraria

Buscaremos una expresión que permita encontrar el vector de radiación para espiras de geometría arbitraria, siempre y cuando se cumpla que la espira es elemental [32].
Partimos del vector de radiación N donde se sustituye $\vec{J}(\vec{r}\,') = I\vec{l}\,'$.

Teniendo en cuenta que r', es decir, el vector que recorre la geometría presenta un módulo muy inferior a la longitud de onda, puesto que a antena es elemental, aproximamos el exponencial de la integral del vector N utilizando un desarrollo en serie:

$$e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}\,'} \approx 1 + jk\hat{r}\cdot\vec{r}\,'$$

por lo tanto,

$$\vec{N}(\vec{r}) = \oint_{l'} I e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}\,'}\,\vec{dl}\,' = \oint_{l'} I(1 + jk\hat{r}\cdot\vec{r}\,')\,\vec{dl}\,' = jkI\oint_{l'} \hat{r}\cdot\vec{r}\,'\,\vec{dl}\,' \qquad (149)$$

El primer término de la integral es cero ya que el contorno es cerrado.

Teniendo en cuenta la siguiente identidad deducida del teorema de Stokes:

$$\oint_C \phi \vec{dc} = \iint_S (\hat{n}\times\nabla\phi)\,dS \qquad (150)$$

Donde $\hat{n}$ es el vector normal a la superficie S. En el presente caso es n' ya que es vector normal a S'.

$$\vec{N}(\vec{r}) = jkI\oint_{l'} \hat{r}\cdot\vec{r'}\,\vec{dl'} = jkI\iint_{S'} n'\times\nabla'\hat{r}\cdot\vec{r'}\,dS'$$

Donde hay que subrayar que ∇ opera sobre las coordenadas primadas (hay que fijarse en que, de la identidad obtenida del teorema de Stokes, el operador actúa sobre las coordenadas de S que en el presente caso son las coordenadas primadas S' y por tanto opera sobre r' y no sobre r).

El siguiente paso es resolver $\nabla'\hat{r}\cdot\vec{r'}$.

Realizando el producto escalar:

$$\hat{r} = \alpha\hat{x} + \beta\hat{y} + \gamma\hat{z} \quad on \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$
$$\vec{r}\,' = x'\hat{x} + y'\hat{y} + z'\hat{z}$$
$$\hat{r}\cdot\vec{r}\,' = \alpha x' + \beta y' + \gamma z'$$
$$\nabla'(\alpha x' + \beta y' + \gamma z') = \alpha\hat{x} + \beta\hat{y} + \gamma\hat{z} = \hat{r}$$

Entonces:

$$\vec{N}(\vec{r}) = jkI\iint_{S'} n'\times\nabla'\hat{r}\cdot\vec{r'}\,dS' = jkI\iint_{S'} n'\times\hat{r}\,dS' = jkI\left(\iint_{S'} n'\,dS'\right)\times\hat{r} = \vec{N} = jk\left(\iint_{S'} I\hat{n}'\,dS'\right)\times\hat{r} \qquad (151)$$

Donde se observa que no depende de la geometría sino exclusivamente del área de la antena.

Mostramos un ejemplo de aplicación. Se trata de calcular el vector de radiación *N* de una espira cuadrada de lado donde *a*<<λ, es decir una espira elemental o eléctricamente pequeña.

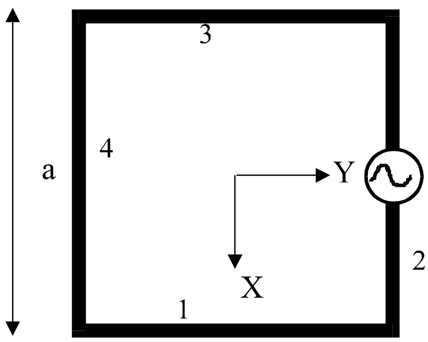


Fig. 89 Espira cuadrada elemental (*a*<<λ): puede suponerse que la corriente y es uniforme a lo largo de la longitud.

Atacamos el problema por dos métodos:

a) Método directo: aplicar directamente la ecuación del vector de radiación *N*
b) Aproximación de *N* para espiras eléctricamente pequeñas

Como la espira es elemental podemos suponer que la corriente y es uniforme. Para calcular el vector de radiación *N* podemos calcular el vector de radiación *N* de cada uno de los brazos (linealidad de la integral: integral de la suma, suma de integrales). Definimos las corrientes de la siguiente manera:

$$\vec{J}_1 = \hat{y}I\delta(x'-\tfrac{a}{2})\delta(z') \quad per \quad \tfrac{-a}{2} \le y' \le \tfrac{a}{2}$$
$$\vec{J}_2 = -\hat{x}I\delta(y'-\tfrac{a}{2})\delta(z') \quad per \quad \tfrac{-a}{2} \le x' \le \tfrac{a}{2}$$
$$\vec{J}_3 = -\hat{y}I\delta(x'+\tfrac{a}{2})\delta(z') \quad per \quad \tfrac{-a}{2} \le y' \le \tfrac{a}{2}$$
$$\vec{J}_4 = \hat{x}I\delta(y'+\tfrac{a}{2})\delta(z') \quad per \quad \tfrac{-a}{2} \le x' \le \tfrac{a}{2}$$

Calculamos N_1,

$$\vec{N}_1 = \int_{x'=-\infty}^{\infty}\int_{y'=-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{z'=-\infty}^{\infty} \hat{y}I\delta(x'-\frac{a}{2})\delta(z')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz'$$

Agrupando términos en x, z e y, tenemos que:

$$\vec{N}_1 = \hat{y}I\int_{x'=-\infty}^{\infty}\delta\left(x'-\frac{a}{2}\right)e^{jk_x x'}dx'\int_{y'=-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}e^{jk_y y'}dy'\int_{z'=-\infty}^{\infty}\delta(z')e^{jk_z z'}dz'$$

donde el término exponencial se debe al desplazamiento del brazo respecto al origen. Si tenemos en cuenta que a<<λ, podemos aproximar la función *sinc* para 1. Nota: no se desprecian los términos de fase ya que están dentro de una suma escala

$$\vec{N}_1 = \hat{y}Iae^{jk_x \frac{a}{2}}$$

Si calculamos el resto de integrales y la hipótesis de que a<<λ, se obtiene:

$$\vec{N}_2 = -\hat{x}Iae^{jk_y \frac{a}{2}}$$
$$\vec{N}_3 = -\hat{y}Iae^{-jk_x \frac{a}{2}}$$
$$\vec{N}_4 = \hat{x}Iae^{-jk_y \frac{a}{2}}$$

Agrupando términos, resulta:

$$\vec{N} = Ia\left[\hat{y}(e^{jk_x\frac{a}{2}} - e^{-jk_x\frac{a}{2}}) + \hat{x}(-e^{jk_y\frac{a}{2}} + e^{-jk_y\frac{a}{2}})\right] = Ia\left[\hat{y}2jsen(k_x\tfrac{a}{2}) - \hat{x}2jsen(k_y\tfrac{a}{2})\right]$$

Teniendo en cuenta que a<<λ, (es una suma vectorial y por lo tanto podemos aproximar los términos) resulta:

$$\vec{N} = Ia\left[\hat{y}jk_x a + \hat{x}k_y a\right] = jIa^2\left[\hat{y}ksen(\theta)\cos(\varphi) - \hat{x}ksen(\theta)sen(\varphi)\right] =$$
$$= jIa^2 ksen(\theta)\left[\cos(\varphi)\hat{y} - sen(\varphi)\hat{x}\right]$$

Como podemos observar, el proceso es sencillo pero largo. Como nota ilustrativa: fíjate que con esta forma de calcular el vector *N* estamos ya en condiciones de poder calcular diagramas de radiación de agrupaciones de antenas ya que se trata de calcular el vector *N* para cada elemento de la antena. Además no hace falta que las corrientes y sean iguales para todos los elementos: podemos tener diferentes amplitudes y fases y además también podríamos calcular el diagrama con las mismas condiciones anteriores incluso con elementos que estuvieran separados a diferentes distancias. Los términos de distancias aparecen como términos exponenciales que multiplican el patrón de radiación de la antena que va ponderada por la corriente que circula. Cuando estudiemos agrupaciones de antenas veremos que existe una notación matemática más compacta pero que con la que aquí se presenta ya estamos en condiciones de analizar situaciones muy diversas. Insistimos en la comprensión de la formulación presentada.

Utilizamos la aproximación de *N* para espiras elementales, resulta:

$$\vec{N} = jaIArea(\hat{n}\times\hat{r})$$

donde Área=a^2

el producto vectorial *nxr* es:

$$\hat{n}\times\hat{r} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ sen(\theta)\cos(\varphi) & sen(\theta)sen(\varphi) & \cos(\theta) \end{vmatrix}$$

De donde resulta,

$\vec{N} = jIa^2ksen(\theta)\left[\cos(\varphi)\hat{y} - sen(\varphi)\hat{x}\right]$ que es el mismo resultado que se ha obtenido por el método directo.

RESUMEN

Una espira elemental presenta en general una eficiencia de radiación más pequeña que la de un dipolo elemental de medidas equivalentes, puesto que es una estructura donde cada elemento infinitesimal de corriente presenta otro más cercano con sentido opuesto. Esto disminuye la efectividad de la antena por radiar. Este concepto de cancelación de las corrientes se volverá a estudiar cuando hablemos de dipolos situados horizontalmente sobre un plano conductor, donde vuelve a aparecer el hecho de que corrientes en oposición de fase hacen disminuir la eficiencia de radiación.

Hay normativas de emisión e inmunidad de equipos eléctricos y/o electrónicos, que utilizan estas antenas de lazo (espiras elementales), las cuales realizan la medida en campo cercano. Otras normativas también utilizan las antenas de lazo para medir la efectividad del blindaje de cámaras de Faraday (recinto apantallado que evita que señales interferentes procedentes del exterior se acoplen a los elementos, cables y conectores que conforman el sistema de medida).

Sesión 8: El dipolo comparable con la longitud de onda

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

El dipolo comparable con la longitud de onda presenta una distribución de corriente sinusoidal con más o menos periodos dependiendo de su longitud eléctrica. El objetivo es entender cómo radia cada distribución de corriente y ver que existe una analogía con el proceso de transformación de Fourier.

CONTENIDOS

Se estudia qué sucede si el dipolo es comparable con la longitud de onda, en particular el dipolo $\lambda/2$, puesto que es el primer modo resonante de la antena de hilo. Se analiza cómo varía el comportamiento de la antena para otras longitudes.
Se estudia el efecto que los materiales tienen sobre el comportamiento radioeléctrico.

3.4. Dipolo $\lambda/2$

Se ha descrito en la sección 3-2 el dipolo eléctricamente corto. Se ha visto cuál era el procedimiento para calcular los campos radiados a partir de la distribución de corriente sobre la antena. El procedimiento para calcular los campos radiados para antenas comparables con λ y en particular para dipolo $\lambda/2$ es el mismo. Lo único que ahora cambia es que la distribución de corriente no es uniforme, sino que tiene un carácter sinusoidal. Entonces, la integral utilizada para calcular el vector de radiación *N* es más complicada.

Se puede encontrar en [2] el cálculo de los campos radiados a partir de la distribución de corriente en la antena. Para el caso del dipolo $\lambda/2$, la distribución de corriente sobre la antena es una parte de sinusoide y es nula la corriente en los extremos. De hecho, una forma de saber qué distribución tiene la antena es utilizar el modelo de línea de transmisión. Para una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$, la distribución de corrientes presenta un nulo en los extremos y un máximo en el centro
Para un dipolo de longitud L alineado con el eje Z:

$$\vec{N} = \int_{x'=-\infty}^{\infty} \int_{y'=-\infty}^{\infty} \int_{z'=h-\frac{l}{2}}^{z'=h+\frac{l}{2}} \hat{z} sen\left(k\left(\frac{L}{2}-|z'|\right)\right)\delta(x')\delta(y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz'$$

$$\vec{N} = \hat{z}\int_{x'=-\infty}^{\infty}\delta(x')e^{jk_x x'}dx'\int_{y'=-\infty}^{\infty}\delta(y')e^{jk_y y'}dy'\int_{z'=\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} sen\left(k\left(\frac{L}{2}-|z'|\right)\right)e^{jk_z z'}dz'$$

Quedando por tanto:

$$\vec{N} = \hat{z}\int_{z'=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} sen\left(k\left(\frac{L}{2}-|z'|\right)\right)e^{jk_z z'}dz'$$

Operando para L=λ/2 se obtiene:

$$\vec{N} = \hat{z}2\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta} \tag{152}$$

A partir de la ecuación (152) se puede calcular el campo radiado (ecuaciones (133) a (135)), diagrama, polarización y resistencia de radiación (ecuaciones (14) y (15)).

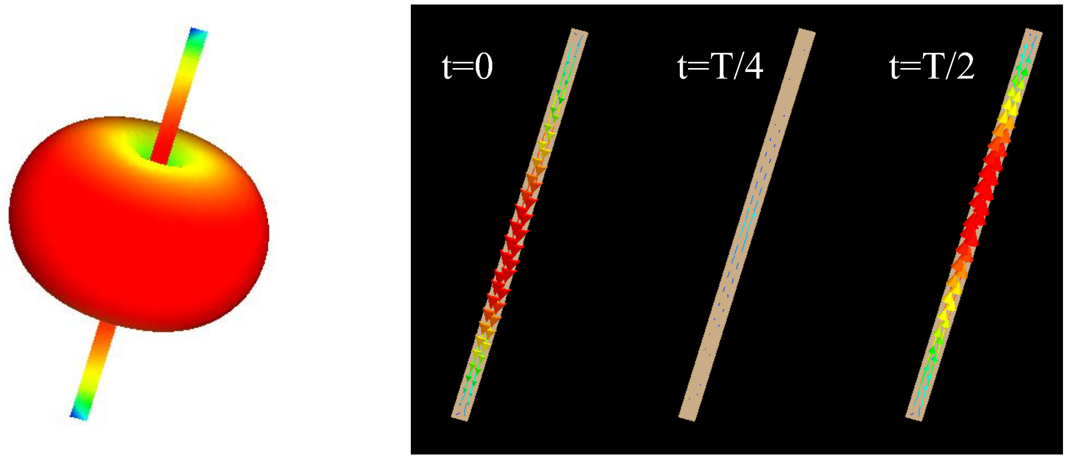


Fig. 90 Distribución de corrientes y diagrama total de radiación sobre un dipolo λ/2. Representación de las corrientes en el dominio temporal. Se observa el sentido vectorial de la corriente alineada con el eje de la antena. T es el periodo de oscilación. Simulación realizada mediante el método numérico de los momentos (MoM).

En la Fig. 90 se observa cómo la distribución de corrientes por el dipolo λ/2 tiene un nulo en los extremos y máximo en el centro. A partir de las corrientes, se calcula el vector de radiación *N*, el potencial vector A y los campos radiados de igual forma que se ha realizado para el caso del dipolo elemental. Para el dipolo λ/2 es interesante destacar que:

- Tiene polarización lineal y orientada con el eje de la antena igual que sucedía para el dipolo elemental.
- El diagrama es omnidireccional teniendo el máximo en el plano que divide la antena por la mitad y presenta un nulo en la dirección axial, igual que lo que sucede con el dipolo elemental.
- La directividad es D=1.64, muy similar al D=1.5 del dipolo elemental.
- La resistencia de radiación es de 73Ω, mucho más elevada que la de un dipolo elemental. Esto resulta en una antena muy eficiente dónde este valor es en general más grande que la resistencia de pérdidas óhmicas (R_{Ω}).

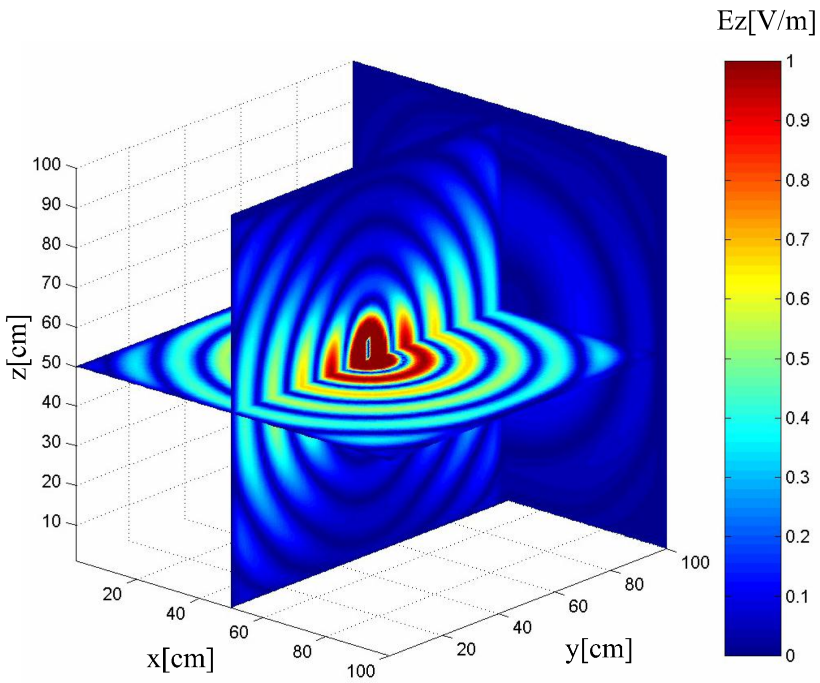


Fig. 91 Simulación utilizando FDTD de la radiación de un dipolo λ/2. Se representa la radiación en plano E y plano H observando la naturaleza omnidireccional de la antena. La radiación representada utiliza la resolución directa de las ecuaciones de Maxwell mediante una discretización espacio-tiempo. El campo radiado se obtiene directamente de la intensidad del campo en la zona de campo lejano.

3.5. Dipolo de otras longitudes

En esta sección presentamos las principales características radioeléctricas de un dipolo operando en otras frecuencias. En [2] podéis encontrar las distribuciones de corrientes, forma del diagrama, anchos de eje, directividad y resistencia de radiación para las longitudes más significativas.

La Fig. 92 muestra la distribución de corrientes para dipolos de diferente longitud eléctrica a partir de un modelo línea de transmisión, es decir, se considera que la distribución de corrientes en el dipolo es la misma que existe en una línea de transmisión terminada en circuito abierto y que presenta la misma longitud que el dipolo. Se puede comprobar que en todas hay un nulo de corriente en los extremos, fruto de la condición impuesta por el circuito abierto en el extremo de la línea. A partir del conocimiento de la distribución de corriente, pueden calcularse todos los parámetros radioeléctricos como directividad, resistencia de radiación y polarización tal y como se ha precedido por el dipolo de media longitud de onda.

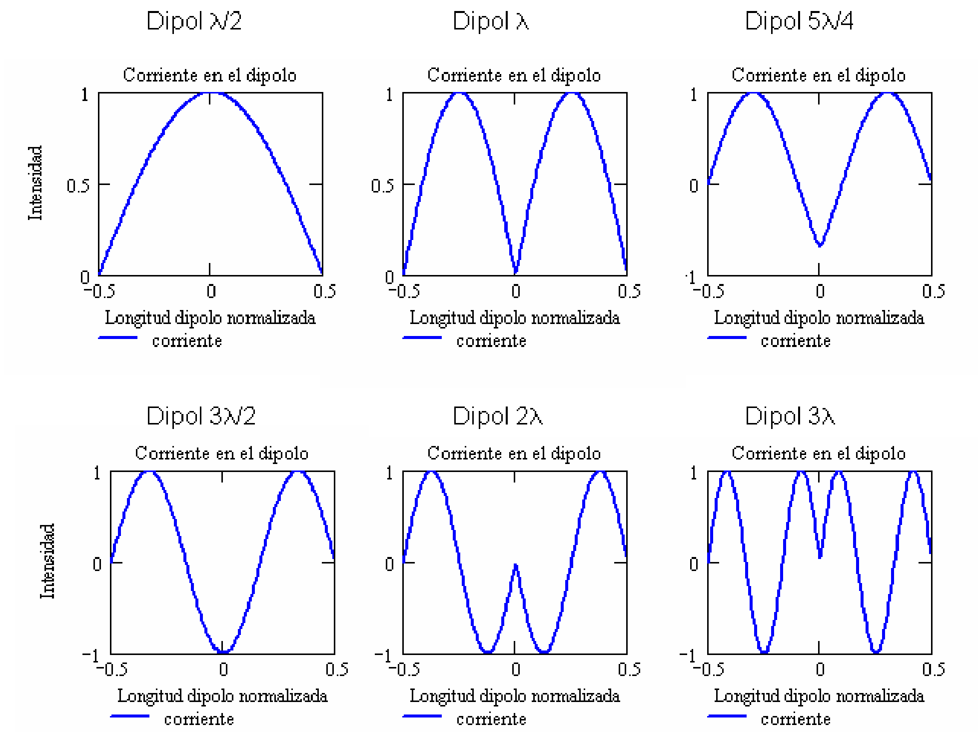


Fig. 92 Distribución de corrientes por dipolos de diferente longitud eléctrica calculados a partir del modelo línea de transmisión. La corriente a lo largo del hilo se puede aproximar por I(z')=sin(k(L/2-|z'|)).

A partir de la integración de la corriente a lo largo del cable, puede calcularse el diagrama de radiación, como se muestran en la Fig. 93.

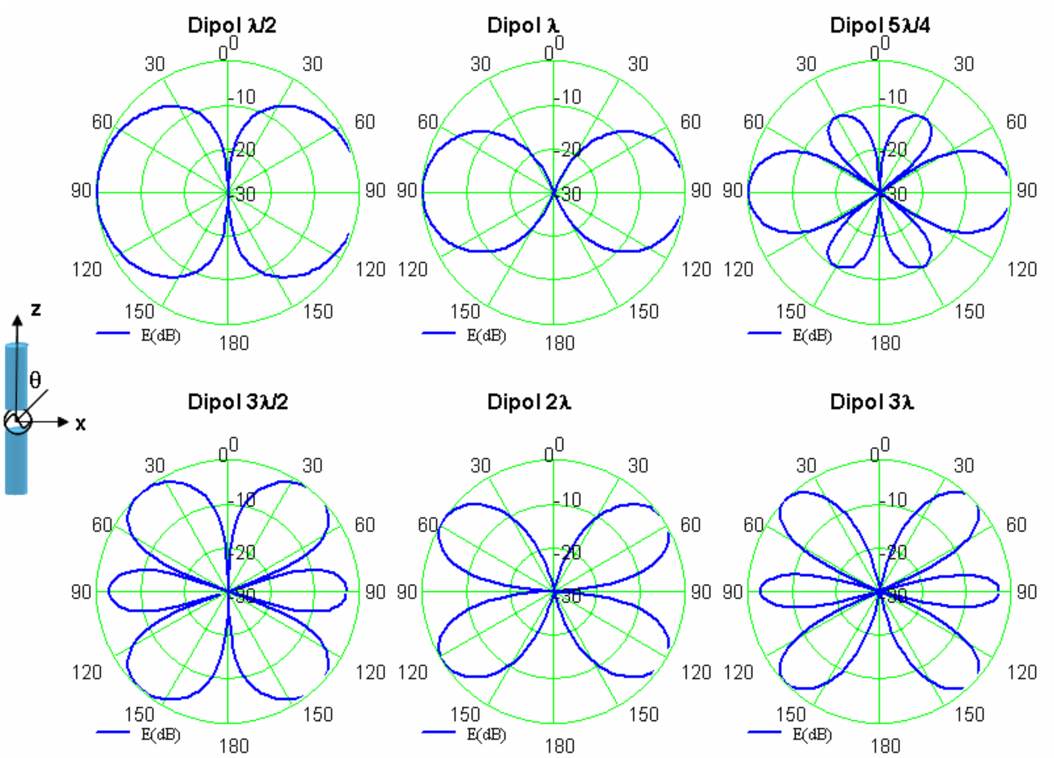


Fig. 93 Cortes del diagrama de radiación normalizados. Escala en dB con un margen dinámico de 30dB.

Puede concluirse de los dipolos comparables con λ que:

a) Todos los diagramas de radiación tienen un nulo en la dirección axial
b) El diagrama es omnidireccional siendo el eje de simetría, el eje en el que se encuentra la antena
c) La polarización es lineal
d) La longitud que maximiza la directividad es 5λ/4
e) No se puede hablar de antena multifrecuencia ya que aunque podamos tener varias frecuencias bien adaptadas, los diagramas para cada una de ellas son diferentes
f) La antena presenta un nulo en el plano que divide la antena por la mitad, siendo un plano perpendicular al eje de la antena, si la integral de la corriente a lo largo del cable es cero

a) Si la corriente presenta un valor medio igual a cero (dipolo 2λ), la antena presenta un nulo de radiación en la dirección normal al eje θ=90º). En efecto, si partimos de $\vec{N}(\vec{r})=\int_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')e^{j\vec{k}\vec{r}\,'}dv'$ y la particularizamos para un dipolo alienado en z, se obtiene:

$\vec{N}(\vec{r})=\int_{z'}\vec{J}(z')e^{jk_z z'\cos(\theta)}dz'$ si ahora la particularizamos para $\theta=90^{o}$ se obtiene $\vec{N}(\theta=90^{o})=\int_{z'}\vec{J}(z')dz'$ y como el campo radiado es proporcional al vector de radiación, de aquí se deriva que si el valor medio de la corriente a lo largo del cable es cero, se obtiene un nulo de radiación en la dirección normal al eje.

A medida que aumenta la longitud eléctrica de la antena, aumenta por lo general el número de lóbulos en el diagrama de radiación. Diagramas con tantos lóbulos dejan de ser interesantes para la mayoría de aplicaciones.

La Fig. 94 muestra dos diagramas en 3D para dos longitudes: 5λ/4 y 2λ.

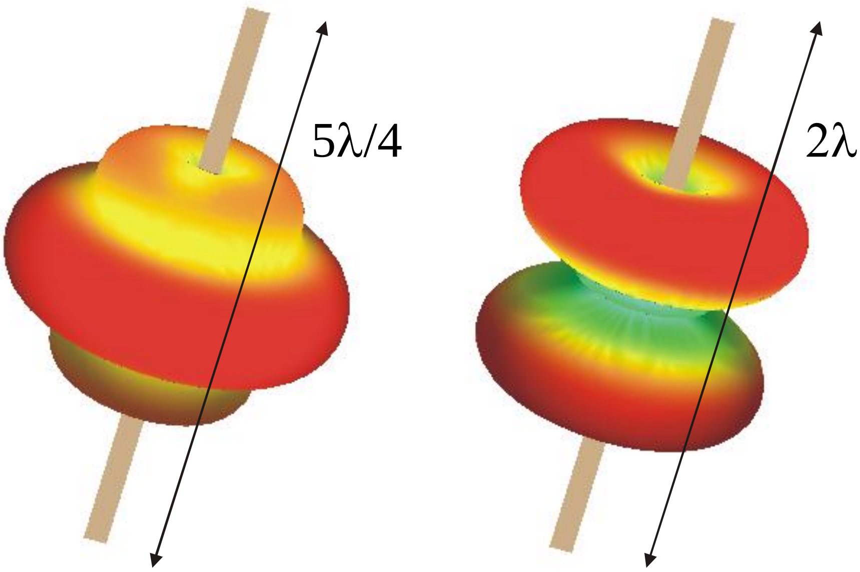


Fig. 94 Diagramas de radiación total para dipolo 5λ/4 y 2λ.

Es interesante analizar cómo es la impedancia de entrada de un dipolo en función de la frecuencia, es decir, para dipolos de diferentes longitudes eléctricas (Fig. 95).

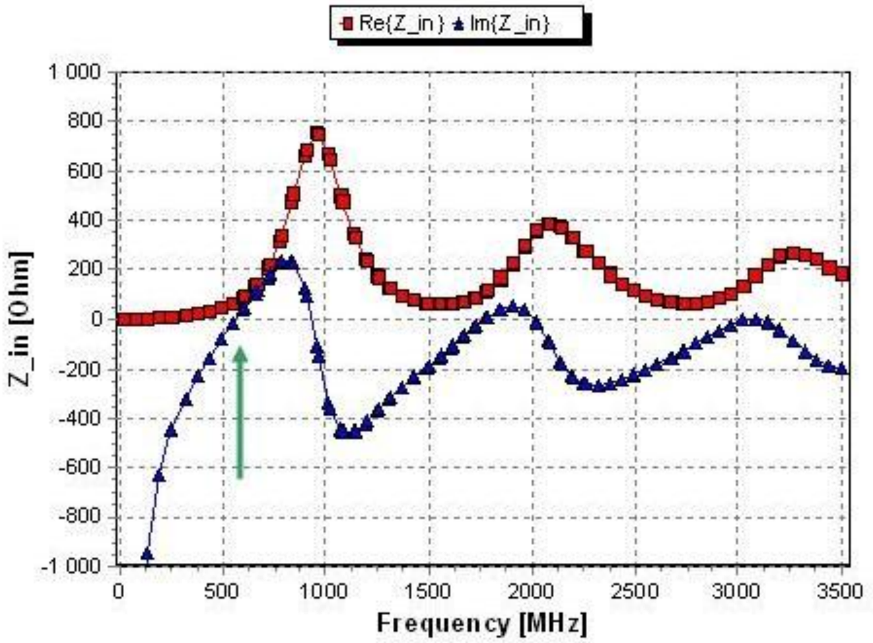


Fig. 95 Impedancia de entrada de un dipolo de longitud total 250 mm: la flecha indica la 1ª resonancia. Se puede comprobar que 250 mm son λ/2 a la frecuencia de 600 MHz.

Se comprueba que para bajas frecuencias, es decir, cuando el dipolo es eléctricamente pequeño, la impedancia de entrada es de tipo capacitivo y que la parte real de la impedancia de entrada es muy pequeña. (Fig. 95). La impedancia mostrada en la Fig. 95 se obtiene bien directamente por simulación bien por medida del coeficiente de reflexión con un analizador de redes (Fig. 20).
Subrayar que no se debe confundir impedancia de entrada con resistencia de radiación. Solo en el caso del dipolo λ/2donde la corriente en el centro es máxima, se puede considerar que $R_{in}=R_r+R_\Omega$. En cualquier otro caso no es cierto. Por tanto, para calcular la resistencia de radiación hay que recurrir a la integración del diagrama según la ecuación (17).
En el dipolo, una forma de variar la impedancia es mover el punto de excitación respecto el centro. Por ejemplo, en el dipolo λ/2, desplazar el punto de excitación fuera del centro aumentaría la impedancia ya que la corriente excitada disminuye hacia los extremos. En dipolos de otras longitudes, eso podría provocar una variación del modo radiante y por tanto cambia totalmente la forma del diagrama. En términos generales, interesa que la antena tenga una resistencia de radiación más grande que la de pérdidas para ser un radiador eficiente y por otro lado interesa una impedancia de entrada próxima a los 50Ω (típica de los generadores/receptores).
Como nota eminentemente teórica, es posible determinar la reactancia de una antena no sólo con el campo cercano sino también a partir del campo radiado o campo lejano mediante una transformación de Hilbert que relaciona la reactancia de una antena con su parte real. Como esta última es posible determinarla a partir de les expresiones de campo radiado, su reactancia también se puede calcular con este campo [33].

Ejercicio

Dada la siguiente expresión, una antena radia un campo eléctrico:

$$\vec{E}_{rad} = \omega\mu k A_1 \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} sin(\theta)\cdot\hat{\theta} + j\omega\mu k A_2 \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} sin(\theta)\cdot\hat{\phi}$$

Los valores A1 y A2 dependen de la geometría de la antena.
Indicad la polarización de la antena en cada uno de los siguientes casos. Razona la respuesta.
a) Si A1 >> A2
b) Si A1 = A2
c) Si A1 << A2
d) ¿Qué ejemplo de antena corresponde a la situación (a)? ¿Por qué? ¿Y en la situación (b) y (c)?
e) Para el caso A1 = A2, calcular el diagrama del campo radiado y dibujar el diagrama en dB para los planos ϕ=0º, ϕ=90º y θ=90º.
f) Calcula el ancho de haz a –3dB del diagrama en el plano ϕ=0º.
g) Calcula la directividad de la antena.
Solución:
a) Para el caso A1>>A2, el segundo término puede despreciarse y la ecuación del campo radiado queda:

$$\vec{E}_{rad} \cong \omega\mu k A_1 \frac{e^{-jk}}{4\pi r} sin(\theta)\cdot\hat{\theta} = E_\theta \hat{\theta}$$

Puede observarse cómo sólo está la componente en θ. Esto indica que la polarización es de tipo lineal en la dirección θ, o también denominada polarización lineal vertical.

b) Para el caso A1<<A2, es el primer término el que se desprecia y la ecuación resulta:

$$\vec{E}_{rad} \cong j\omega\mu k A_2 \frac{e^{-jk}}{4\pi r} sin(\theta)\cdot\hat{\phi} = E_\phi \hat{\phi}$$

En esta situación, el campo radiado sólo tiene la componente en la dirección φ. Análogamente a la situación anterior, ahora la polarización será lineal pero en esta dirección φ, es decir, polarización lineal horizontal.

c) Para el caso A1=A2=A, la ecuación queda:

$$\vec{E}_{rad} = \omega\mu k A\cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} sin(\theta)\cdot(\hat{\theta} + j\hat{\phi}) = E_\theta\hat{\theta} + E_\phi\hat{\phi} = E\hat{\theta} + jE\hat{\phi}$$

El campo radiado, en este caso, está formado por dos componentes perpendiculares, con mismo valor de módulo y desfasados 90º. Si este desfase fuera nulo, el campo estaría linealmente polarizado con una inclinación de 45º. Pero el desfase introducido y el hecho de tener el mismo módulo hacen que la polarización sea polarización circular a izquierdas.

d) Ejemplo para el caso (a):

La situación más conocida de polarización lineal vertical es la de un dipolo elemental colocado sobre el eje z. Así, la distribución de corriente provoca un vector potencial en el sentido de este eje z:

$$\vec{A}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot \vec{N}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} I\cdot l\cdot \hat{z} = A_z\cdot\hat{z}$$

Que expresado en coordenadas esféricas resulta:

$$A_\theta = -A_z\cdot sin(\theta) = -\mu\cdot(I\cdot l)\cdot\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot sin(\theta)$$

$$A_\phi = 0$$

Y por lo tanto el campo radiado correspondiente vale:

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = j\omega \cdot A_z \cdot \sin(\theta) = j\omega\mu \cdot (I \cdot l) \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \sin(\theta)$$

$$E_\phi = -j\omega A_\phi = 0$$

La componente E_θ; puede comprobarse cómo se parece a la expresión dada en el caso (a).

- Ejemplo para el caso (b):

Un caso de polarización lineal horizontal es el de una espira circular elemental en el plano xy centrada en el origen de coordenadas. El vector potencial se expresa en coordenadas esféricas como:

$$\vec{A}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \vec{N}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot jk\pi a^2 I \cdot sin(\theta) \cdot \hat{\phi}$$

donde $A_\theta = 0$ y $A_\phi = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot jk\pi a^2 I \cdot sin(\theta)$

Y las componentes del campo radiado correspondiente son:

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = 0$$

$$E_\phi = -j\omega A_\phi = -j\omega\mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot jk\pi a^2 I \cdot sin(\theta) = \omega\mu k\pi a^2 I \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot sin(\theta)$$

Donde puede apreciarse el parecido con la expresión dada en el caso (b).

- Ejemplo para el caso (c):

Este caso de polarización circular puede representarse por una combinación de los dos casos anteriores, o sea, un dipolo elemental sobre el eje z más una espira circular elemental en el plano xy, ambos centrados en el origen de coordenadas. Así, la distribución de corriente también será la combinación de ambas, y el vector potencial resultante vale:

$$\vec{A}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \vec{N}(r) = \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (I \cdot l \cdot sin(\theta) \cdot \hat{\theta} + jk\pi a^2 I \cdot sin(\theta) \cdot \hat{\phi}) =$$

$$= \mu \cdot I \cdot sin(\theta) \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (l \cdot \hat{\theta} + jk\pi a^2 \cdot \hat{\phi}) = A_\theta \hat{\theta} + A_\phi \hat{\phi}$$

En este caso las componentes del campo radiado correspondientes son:

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = j\omega\mu \cdot (I \cdot l) \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot sin(\theta)$$

$$E_\phi = -j\omega A_\phi = \omega\mu k\pi a^2 I \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot sin(\theta)$$

Y la situación que provoca una polarización circular se dará cuando las dos componentes tengan el mismo módulo, es decir, para: $l = k\pi a^2$.

e) El diagrama de campo radiado para este último caso (A1=A2=A) se calcula a partir de la densidad de potencia radiada, que es función de los campos eléctrico y magnético:

$$\vec{E}_{rad} = E_\theta\hat{\theta} + E_\phi\hat{\phi} = E\hat{\theta} + jE\hat{\phi} = \omega\mu kA\cdot\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}sin(\theta)\cdot(\hat{\theta} + j\hat{\phi})$$

$$\vec{H}_{rad} = H_\theta\hat{\theta} + H_\phi\hat{\phi} = \frac{-E_\phi}{\eta}\hat{\theta} + \frac{E_\theta}{\eta}\hat{\phi} = \frac{-E}{\eta}(\hat{\theta} - j\hat{\phi}) =$$

$$= \frac{-1}{\eta}\omega\mu kA\cdot\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}sin(\theta)\cdot(\hat{\theta} - j\hat{\phi}) = -k^2A\cdot\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}sin(\theta)\cdot(\hat{\theta} - j\hat{\phi}) \qquad \text{donde } \omega\mu = k\eta$$

$$\vec{\wp}(r,\theta,\phi) = \Re e\left\{\vec{E}\times\vec{H}^*\right\} = \left(\frac{|E_\theta|^2}{\eta} + \frac{|E_\phi|^2}{\eta}\right)\cdot\hat{r}$$

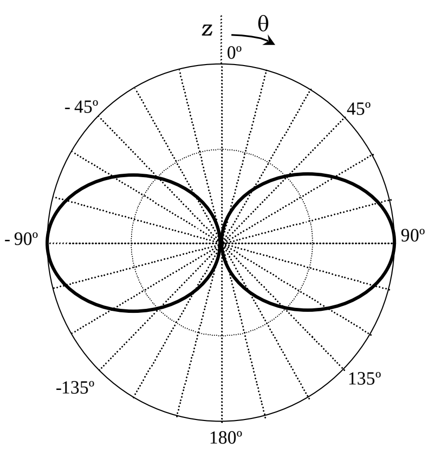
Teniendo en cuenta que el módulo de ambas componentes es el mismo, operando resulta:

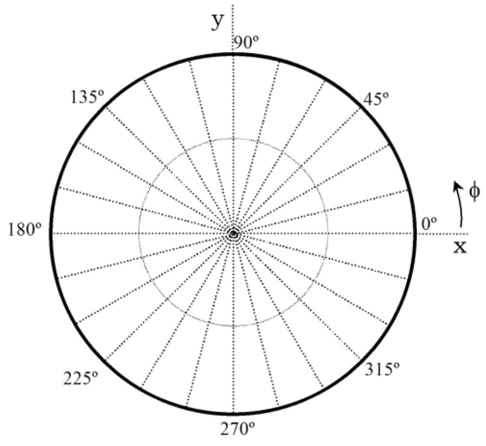
$$\vec{\wp} = \Re e\left\{\vec{E}\times\vec{H}^*\right\} = 2\frac{\eta k^4A^2}{16\pi^2r^2}\sin^2(\theta)\cdot\hat{r} = 2\eta\frac{\pi^2A^2}{\lambda^4r^2}\sin^2(\theta)\cdot\hat{r}$$

Donde se aprecia que el diagrama de radiación de potencia es independiente de φ y proporcional a $\sin^2(\theta)$. Así pues, igual que ocurre con una espira elemental, el diagrama de radiación es el mismo que para un dipolo elemental, sólo cambia el valor de la intensidad de radiación (K) y la polarización.

$$K(\theta,\phi) = \wp(\theta,\phi)\cdot r^2 = 2\eta\frac{\pi^2A^2}{\lambda^4}\sin^2(\theta) \qquad ; \qquad t(\theta,\phi) = \frac{K(\theta,\phi)}{K_{\text{máx}}} = sin^2(\theta)$$

El diagrama de radiación tiene simetría en torno al eje z, por lo que radiará igual para cualquier ángulo φ. Esto indica que el diagrama de radiación por el plano φ=90º tendrá la misma representación que para el plano φ=0º, y que el diagrama de radiación por el plano θ=90º se representa como una circunferencia de valor constante. En las siguientes figuras se pueden ver estos diagramas de radiación:





f) El ancho de haz a –3dB se define como el ancho angular entre los puntos del diagrama donde se radia la mitad de la potencia máxima. Si este valor es pequeño, indica un diagrama bastante directivo; en cambio, si da un valor grande, representa un diagrama poco directivo.

Para el diagrama en el plano φ=0º, el máximo se da para el ángulo θ=90º: $t(\theta,\phi) = sen^2(90º) = 1$

Entonces, el ángulo por el que se obtiene la mitad del máximo se calcula como:

$$t(\theta,\phi) = sin^2(\theta_{-3dB}) = \frac{1}{2} \quad ; \qquad \theta_{-3dB} = arcsin\left(1/\sqrt{2}\right) = \begin{cases} 45º \\ 135º \end{cases}$$

Por lo tanto, el ancho de haz resultante es: $\Delta\theta_{-3dB} = |45º - 135º| = 90º$

g) La directividad puede calcularse a partir de la expresión siguiente:

$$D(\theta,\phi) = \frac{\wp(\theta,\phi)}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} = \frac{\wp_{max}}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} \cdot \frac{\wp(\theta,\phi)}{\wp_{max}} = D \cdot t(\theta,\phi) = D \cdot \sin^2(\theta)$$

Sabiendo que la potencia radiada se calcula a partir de la densidad de potencia:

$$P_r = \iint_s \vec{\wp}(\theta,\phi) \cdot ds = \iint_s \wp_{max} t(\theta,\phi) \cdot r^2 d\Omega = r^2 \wp_{max} \cdot \iint_s t(\theta,\phi) \cdot d\Omega$$

donde el término de la integral representa el ángulo sólido equivalente (Ω_e) asociado al diagrama de radiación. En este caso, desarrollando la integral, nos da:

$$\Omega_e = \iint_{4\pi} t(\theta,\phi) \cdot d\Omega = \iint_{4\pi} t(\theta,\phi) \cdot sin(\theta) \cdot d\theta \cdot d\phi = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} sin^3(\theta) \cdot d\theta = (2\pi) \cdot \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

Y el valor de la directividad máxima puede ponerse en función de este ángulo sólido equivalente:

$$D = \frac{\wp_{max}}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} = \frac{\wp_{max}}{\frac{r^2 \wp_{max} \cdot \Omega_e}{4\pi r^2}} = \frac{4\pi}{\Omega_e} = \frac{4\pi}{8\pi/3} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Por tanto, se observa como la directividad máxima de la antena también vale igual que para un dipolo elemental o una espira elemental circular.

$$D = D_{max} = 1.5$$

Y para cualquier dirección, la directividad de la antena es:

$$D(\theta,\phi) = D \cdot \sin^2(\theta) = \frac{3}{2} \cdot \sin^2(\theta)$$

Ejemplo de aplicación: antenas en medios materiales

En muchos casos encontramos las antenas parcial o totalmente dentro de medios materiales. En algunos casos el motivo es mecánico, es decir, se necesita sustentar la antena en un material que le proporcione consistencia. En otros, el medio se encuentra cerca de la cabeza, por motivo de condiciones de uso de la antena, como por ejemplo una antena de telefonía móvil (Fig. 96). Por lo tanto es trascendental saber cómo afectan estos materiales al comportamiento de una antena porque es clave tener presente estas consideraciones de contorno para hacer un diseño correcto.

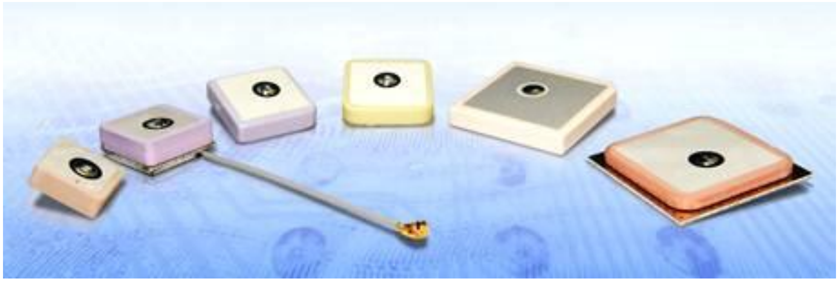



Fig. 96 Izquierda: Antenas *microstrip* formadas por un conductor excitado sobre un plano de masa y entre ellos un medio dieléctrico. Derecha: Dispositivo inalámbrico con antena para comunicaciones de corto alcance.

- Considera una antena del tipo hilo radiante en el espacio libre (ε_r=1, μ_r=1) con una longitud total a una frecuencia f_0 de longitud de onda media (primer modo radiante de la antena. Si la antena se encuentra radiando a un medio material más denso con características (ε_r, μ_r)>1, encuentra la nueva frecuencia de resonancia f_1 del primer modo radiante en función de ε_r, μ_r.

Para una antena que se encuentra situada en el espacio libre (ε_r=1, μ_r=1) y con longitud total l=λ/2, si se conoce que radia con una frecuencia f_0, su longitud eléctrica es la siguiente:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}\, \lambda = \frac{c}{f_0} \quad l = \frac{c}{2 \cdot f_0} \text{ donde } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Si la misma antena se encuentra en un medio más denso ε_r>1 y/o μ_r>1 la velocidad de propagación de la onda no es la del espacio libre, sino que depende de los parámetros del medio ε_r y μ_r:

$$\lambda = \frac{v_p}{f_1} \qquad v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}\frac{1}{\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$$

Como en el medio denso también se pide la frecuencia del primer modo radiante, la longitud eléctrica en el medio denso también resulta de l=λ/2

$$\lambda = \frac{c}{f_1\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \quad l = \frac{c}{2 \cdot f_1\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$$

Como la antena es la misma pero en dos medios distintos, es igual la longitud física:

$$\frac{c}{2 \cdot f_0} = \frac{c}{2 \cdot f_1\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$$

Finalmente, aislando la expresión anterior se obtiene el resultado de la frecuencia de resonancia en función de la frecuencia de resonancia en el espacio libre y de los parámetros del medio:

$$f_1 = \frac{f_0}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$$

Como se observa, un medio material permite disminuir la frecuencia de resonancia.

La conclusión es sumamente interesante. El tamaño de una antena se puede disminuir envolviéndola de un medio material. Por ejemplo, el tamaño de una antena que ha de operar a una frecuencia f_o, se puede reducir dos veces si se usa un medio dieléctrico de constante dieléctrica ε_r=4. Se ha de tener en cuenta que en la práctica la antena no está totalmente inmersa en un medio. Por lo tanto, se puede usar la ecuación como una cota máxima de reducción. También se ha de tener en consideración la naturaleza del elemento radiante. Existe un tipo particular de antena como las microstrip (Fig. 96) en las cuales este efecto de miniaturización se aplica sin verse obligado a tener la antena inmersa en una cierta cantidad de medio. La razón es que se trata de una antena en la que el campo es muy intenso entre el conductor excitado y el plano de masa. Por lo tanto, la ubicación en un medió dieléctrico entre estas capas resulta un mecanismo efectivo para miniaturizar antenas.

- Para la frecuencia f_1 anteriormente encontrada, calculamos la expresión de la resistencia de radiación R_r en función ε_r, μ_r.

Partiendo del vector de radiación de un dipolo de longitud finita, se deduce la expresión de campo eléctrico, y a partir de éste, la densidad de potencia radiada:

$$\wp(\theta, r) = \frac{1}{2}\mathbb{R}\left[\vec{E}x\vec{H}^*\right] = \eta\frac{I_0^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(k\frac{l}{2}\cos\theta - \cos\left(k\frac{l}{2}\right)\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tilde{r}$$

Conociendo la densidad de potencia podemos encontrar la potencia radiada por la antena:

$$P_r = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\wp(\theta, r)r^2\sin\theta\, d\theta d\varphi = \eta\frac{I_0^2}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos\left(k\frac{l}{2}\cos\theta - \cos\left(k\frac{l}{2}\right)\right)}{\sin\theta}d\theta$$

Si se particulariza por la longitud conocida $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$ la expresión se simplifica considerablemente:

$$k\frac{l}{2} = \omega\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}\cdot\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\cdot\frac{c}{4f_1\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} = \frac{\omega c\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{4f_1} = \frac{\pi c\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{2} = \frac{\pi\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$P_r = \eta\frac{I_o^2}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}d\theta$$

Como esta integral no tiene solución analítica, se resuelve con métodos numéricos llegando al siguiente resultado:

$$P_r = \eta \frac{I_o^2}{4\pi} 1.2188$$

Si se sustituye la impedancia del medio por las constantes eléctrica y magnética:

$$P_r = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \frac{I_0^2}{4\pi} 1.2188 = 36{,}564\, I_0^2 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}$$

Finalmente, se obtiene la resistencia de radiación del dipolo de media onda en función de las características del medio donde se encuentra:

$$R_r = \frac{2P_r}{I_0^2} = \frac{2 \cdot 36{,}564 \cdot I_0^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}}{I_0^2} \quad \rightarrow \quad R_r = 73.128 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}$$

- La pregunta que uno se plantea es: ¿qué precio tiene la miniaturización?

Hasta el momento se ha visto que el hecho de rodear con un medio una antena permite reducir su tamaño es lo que lo hace atractivo para aquellas aplicaciones donde el espacio sea una variable importante. También se ha visto que se modifica la resistencia de radiación, pero esto es un hecho que se puede salvar ya que se puede adaptar la antena a la impedancia de referencia manipulando el punto de excitación o con la utilización de una red de adaptación. Pero un análisis más esmerado demuestra el inconveniente que se puede derivar en algunos casos del hecho cargar con un medio una antena

El teorema de Poynting que relaciona los campos producidos por la fuente con los reactivos disipados y radiados permite sacar conclusiones relevantes ec.(153).

$$\begin{aligned}\int_V \left(\vec{E} \cdot \vec{J}^* + \vec{H}^* \cdot \vec{M} \right) dv = -j\omega \int_V \left(\varepsilon' |E|^2 + \mu' |H|^2 \right) dv - \omega \int_V \left(\varepsilon'' |E|^2 + \mu'' |H|^2 \right) dv \\ -\int_V \sigma |E|^2 \, dv - \oint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{ds}\end{aligned} \qquad (153)$$

El término de la izquierda representa la potencia de la fuente la cual está representada por fuentes eléctricas y magnéticas. El primer término de la derecha es complejo y representa la potencia almacenada en el volumen que representa el medio donde están los campos E y H. Este campo reactivo es proporcional a las partes reales de ε y μ. El segundo término es real y representa potencia disipada en el medio. Depende de la intensidad de los campos E y H y de las partes imaginarias de ε, μ y de la conductividad del medio. El último término representa el término de potencia radiada.

De forma cualitativa podemos decir que el hecho de rodear una antena con un medio, aumenta la potencia reactiva debido a que ε_r y /o μ_r son mayores que el espacio vacío. De la teoría de circuitos se sabe que el factor de calidad (inversamente proporcional al ancho de banda) es proporcional a la potencia reactiva entre la disipada. Por lo tanto, el factor de calidad aumenta, lo que se traduce en una pérdida de ancho de banda. Ésta es, en términos generales, una consecuencia de la miniaturización: la disminución del ancho de banda. Se tiene que encontrar por lo tanto un balance entre miniaturización y ancho de banda.

Finalmente, el segundo inconveniente que se puede tener son las pérdidas por disipación. El vacío se caracteriza por ε_r=1 sin parte compleja. Los medios materiales utilizados pero tienen una parte compleja que hace que parte de la potencia caliente los materiales (aumenta las pérdidas, disminuye la eficiencia de radiación de la antena).
Habitualmente los materiales utilizados en antenas son los dieléctricos. Sus prestaciones vienen dadas por la parte real ε_r y sus pérdidas a partir de la tangente de pérdidas (*loss tangent* $\tan\delta=\varepsilon''/\varepsilon'$).

- **Aplicación del análisis**

Según los resultados de los apartados anteriores razona en qué puede fallar la misión aeroespacial siguiente:

Se diseña una antena embarcada en un satélite cuyo diseño se ha realizado en condiciones de espacio libre εr=1, μ_r=1. ¿En qué puede fallar la comunicación, si el satélite entra en una atmósfera mucho más densa que la de la Tierra? Para responder, básate en los resultados analíticos de los apartados anteriores.

Se ha estudiado en apartados anteriores cómo la frecuencia de resonancia de una antena varía en función del medio donde se encuentre.

En este caso, si la antena ha sido diseñada para trabajar en un medio, y éste cambia, lo que podría pasar es que ésta no funcionara correctamente debido a que para que la antena mantenga su longitud eléctrica (se comporte de la misma forma), la frecuencia de trabajo tiene que ser diferente. Por ejemplo, el dipolo en tierra puede tener en torno a 73Ω (una ROE=1.46) y por lo tanto buena adaptación y en otro medio que la antena deje de comportarse como media longitud de onda y que presente una impedancia totalmente diferente, por ejemplo, un valor de 10Ω. Eso provocaría entre otros posibles efectos pérdida de señal. En el caso de que la potencia del generador fuera elevada, una fuerte desadaptación podría provocar una señal reflejada elevada. Si el sistema no está debidamente protegido, podría dañar las etapas de amplificación. Otros efectos: imaginamos que la impedancia no varía mucho pero sí el modo, y puede que este modo tuviera uno nulo de radiación donde antes había un máximo de radiación. La pérdida de señal vuelve a ser notable. En definitiva, se tiene que tener muy en cuenta en qué medio radia la antena.

- En base a los resultados analíticos anteriores, ¿qué le puede ocurrir a la antena de un teléfono móvil cuando está cerca de una cabeza humana que se puede aproximar por un medio finito de ε_r=40, μ_r=1?

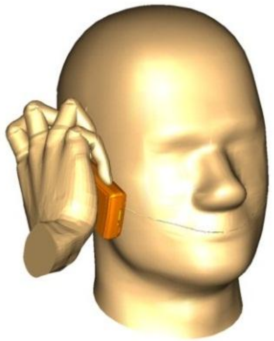


Fig. 97 Las antenas de telefonía móvil sufren en general alteraciones de su impedancia y reducción de la eficiencia de radiación debido a que la cabeza es un medio dieléctrico con pérdidas.

En el caso de una antena de teléfono móvil, ésta habrá sido diseñada para radiar en el espacio libre, por lo tanto, cuando se encuentre cerca de la cabeza humana se producirá un cambio en las propiedades de la onda de forma que se pueden producir refracciones y reflexiones de la señal, variando significativamente parámetros de la antena que habían sido diseñados sin tener en cuenta esta posibilidad como podrían ser: ancho de banda de la antena, impedancia de entrada. En cierto modo es la misma situación anterior. En este caso, no obstante, la antena no está totalmente inmersa en el medio y por lo tanto si antes se ha encontrado que la frecuencia se reduce como la raíz cuadrada de la permisividad del medio, ahora esta reducción será menor (y subrayando una vez más que depende del tipo de antena). Por tanto, la ecuación del primer apartado es una cota. En otras situaciones estaremos entre la condición del espacio libre y la totalmente inmersa dependiendo de lo grande sea el dieléctrico y la proximidad a la antena.

- ¿Cómo crees que afecta al comportamiento de una antena el hecho que el medio que la envuelve (como puede ser una antena integrada en un marcapasos) presente una ε_r compleja?

Matemáticamente podemos considerar la expresión de una onda esférica del tipo:

$$E \propto \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$k = \beta - j\alpha$$

$$E \propto \frac{e^{-j\beta r} \cdot e^{-\alpha r}}{r}$$

Y por tanto se observa como el campo experimenta una atenuación a medida que se propaga en el medio.

De todas formas, no se puede generalizar, debido a que hay situaciones donde el cuerpo humano puede mejorar la eficiencia de radiación de una antena. Por ejemplo, en una antena miniatura para un teléfono móvil operante en banda de FM (88-108MHz), la eficiencia de radiación en un espacio libre se puede ver mejorada hasta 10dB en presencia del cuerpo humano. La razón la tenemos en que el cuerpo humano, incluso siendo un medio con pérdidas, es eléctricamente más grande que la antena aislada. De hecho, el cuerpo humano en las frecuencias de FM es aproximadamente media longitud de onda lo que hace que pueda pasar a ser un radiador. En este caso, la polarización de la antena no viene solamente marcada por la antena sino por el conjunto antena-cuerpo humano [34-36].

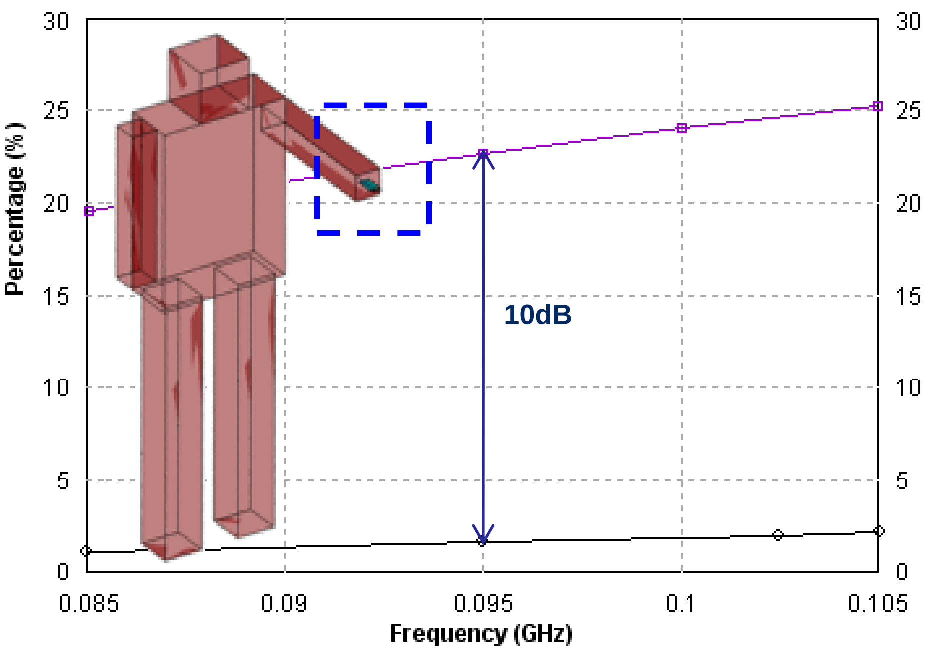


Fig. 98 Simulación de eficiencia de radiación de una antena de teléfono móvil en la banda de FM (88-108MHz) en espacio libre y en presencia de un *phantom* donde el teléfono móvil se sujeta en la mano izquierda. El *phantom* es un medio homogéneo el cual está modelado por una ε_r y σ que emulan el comportamiento del cuerpo humano en las frecuencias de FM [36].

Otro material que puede alterar las prestaciones electromagnéticas de una antena y que per tanto se ha tener en cuenta en el diseño, es lo que se conoce como radomo (r*adome*). En algunas antenas, especialmente las ubicadas en exteriores, llevan una cubierta que nombramos radomo. Este tiene la misión de proteger la antena en frente de los rayos de sol, lluvia, polvo, humedad, nieve, niebla, fenómenos que pueden estropear rápidamente el comportamiento de la antena. Entre otros aspectos encontramos el facilitar el transporte, la manipulación y evitar estar expuesto a la vista del dominio público para minimizar el espionaje industrial [37]. El material ha de ser lo más transparente posible a la radiación en les frecuencias de interés. Son habituales materiales como la fibra de vidrio, ABS, PTFE.



Fig. 99 Antena de dos puertos para comunicaciones móviles GSM900 i GSM1800 con un radomo que protege la antena de los agentes externos. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona

Ejemplo de sistema de medida

El dipolo elemental es una herramienta académica que sirve para introducir el procedimiento de cálculo de los parámetros de antena. A pesar de sus inconvenientes como antena, es un elemento que puede ser utilizado como sonda de campo eléctrico. Tal es el caso del sistema de medida de SAR (Specific Absorption Rate) que se encarga de medir el campo eléctrico en el interior de un *phantom* (maniquí) cuando está sometido a la radiación de una antena (Fig. 100). A partir de la ecuación (153) y teniendo en cuenta que la cabeza presenta una $\mu''=0$, la potencia absorbida por la cabeza se debe únicamente al campo eléctrico en el interior. EL SAR es directamente esta absorción por unidad de densidad de tejido (ρ):

$$SAR(x,y,z)=\frac{(\omega\varepsilon''+\sigma)}{\rho}\left|E_t(x,y,z)\right|^2=\frac{\sigma_{eff}}{\rho}\left|E_t(x,y,z)\right|^2 \quad \left[\tfrac{mW}{gr}\right] \qquad (154)$$

Habitualmente el SAR se evalúa en un volumen de tejido a partir de haber encontrado la posición (x,y,z) que presenta el SAR máximo denominado *hot-spot*. A partir de este punto se miden diversos valores (x,y,z) en un volumen de tejido, bien de 1gram o bien de 10gram dependiendo de si el estándar es americano o europeo. En este sentido, en el estándar americano el máximo SAR tiene que estar por debajo de 1.6 mW/gr (volumen con 1gr. de tejido) y el europeo por debajo de 2mW/gr (volumen con 10gr. de tejido).

Finalmente es interesante subrayar que existe una relación entre SAR y la temperatura de elevación dentro del tejido, que viene dada por:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{SAR}{c} \quad \left[\tfrac{ºC}{s}\right] \qquad (155)$$

Donde c=3.5 kJ/kg ºC. Por ejemplo, un SAR de 1mW/g durante una exposición de media hora produce un incremento de temperatura de 0.5ºC.





Fig. 100 Sistema de medida de SAR Dasy-4 que consta de un brazo articulado con una sonda de campo eléctrico que permite medir E_x, E_y y E_z a partir de dipolos elementales. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona.

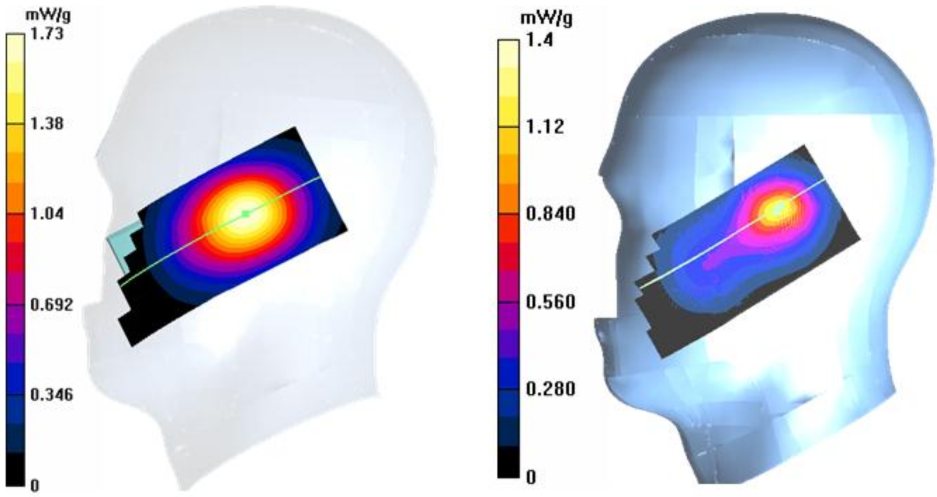


Fig. 101 Distribución de SAR producida por un teléfono móvil. Izquierda: SAR con una distribución menos localizada que la de la derecha donde el SAR se concentra puntualmente en una determinada zona [38].



Fig. 102 Medidor compacto de SAR el cual emula la superficie curvada de la mejilla humana. Sistema formado por un conjunto de 256 sensores capaces de medir el SAR de un dispositivo móvil de forma rápida (<1seg).
Gentileza de María del Mar Miñana de la empresa Schmid & Partner Engineering AG en Suiza

RESUMEN

En esta sesión se ha estudiado el dipolo comparable con la longitud de onda. Ha quedado constancia que el diagrama es omnidireccional, que la polarización es lineal y que la antena presenta resistencias de radiación elevadas. El diagrama varía a lo largo de la frecuencia y por tanto no se puede hablar de antena multifrecuencia. Por lo tanto, hasta ahora se puede ver que diseñar una antena eléctricamente pequeña (miniatura) es complicado ya que tiene si no se realiza adecuadamente tendrá poco ancho de banda y será poco eficiente; más que diseñar una antena que opere en varias bandas, es decir, que presente varias bandas frecuenciales adaptadas y que, además, el diagrama de radiación sea igual o muy similar es también complicado. Veremos a lo largo del curso las alternativas que existen para resolver estos inconvenientes. Concretamente cuando hablamos de elementos parásitos en el capítulo 4 y de antenas independientes de la frecuencia en el capítulo 6.

Finalmente se ha analizado el efecto de los materiales. Estos pueden ser útiles independientemente de dar consistencia a la antena, para reducir su medida teniendo en cuenta que en algunos casos se puede tener una pérdida de ancho de banda y/o de eficiencia.

Sesión 9: El dipolo corto. Dipolos sobre planos conductores

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

El primer objetivo es entender qué efecto tiene sobre la impedancia, la directividad y la eficiencia de una antena el hecho de cambiar la distribución de corriente uniforme a triangular en un dipolo eléctricamente muy corto. El segundo objetivo es ver cómo un plano conductor altera el comportamiento de una antena.

CONTENIDOS

Para el dipolo elemental supondremos que la corriente sobre la antena es uniforme. Esto viola la condición de continuidad ya que no puede haber acumulación de carga en los extremos del cable (a no ser que haya un efecto capacitivo, por ejemplo). Por lo tanto, la corriente tiene que ser nula en los extremos del cable. Entonces, veremos lo qué sucede si se considera en un dipolo elemental, no en una corriente uniforme sino una corriente que se anula en los extremos.

En la segunda parte de la sesión analizaremos un dipolo dispuesto verticalmente sobre plano conductor tanto eléctrico como magnético.

3.6. Dipolo corto

En la sección 3-2 estudiamos el dipolo elemental donde suponíamos que la corriente sobre la antena era uniforme. A partir de la ecuación de continuidad puede demostrarse que tendría que haber algún efecto de acumulación de carga en los extremos del cable. Esto puede conseguirse cargando la antena con un condensador en los extremos como ya estudiamos en la sección 3-8. En el caso del dipolo sin tipo de carga, no existe acumulación de carga en los extremos y, por lo tanto, la corriente es nula. La corriente sobre el dipolo corto es como la del dipolo $\lambda/2$, es decir, media sinusoidal; como la antena es eléctricamente pequeña, la sinusoidal se aproxima para una distribución triangular ya que sin(*x*) cuando *x* es muy pequeño es *x*. Por lo tanto, la distribución de corriente sobre un dipolo corto alineado en *z* de longitud total 2*H* es del tipo:

$$I(x',y',z') = I_o(1-\frac{|z'|}{H})\delta(x')\delta(y') \tag{156}$$

Para calcular todas las características de radiación, debe repetirse el mismo procedimiento que hemos utilizado para dipolo elemental, es decir, conocida la distribución de corrientes, calculamos el vector de radiación N, después encontramos el potencial vector *A* para obtener finalmente los campos radiados E_θ y E_φ. A partir de los campos radiados podemos calcular el diagrama, la directividad, la polarización y la resistencia de radiación.

Intenta realizar los cálculos y llegar a demostrar que:

a) la polarización es lineal.

b) el diagrama de radiación es igual que considerando la distribución uniforme y por lo tanto la directividad D=1.5.

c) los campos radiados son la mitad que la del dipolo elemental.

d) la resistencia de radiación es ¼ de la del dipolo elemental.

Se muestra en la simulación de un dipolo de 50mm de sección plana de 2mm de ancho realizada con el programa comercial Ie3D, que utiliza la técnica numérica de MoM (Fig. 103). La simulación muestra la eficiencia de radiación η_r en un margen de 50MHz hasta los 3GHz. Se puede observar cómo la eficiencia tiende a cero a medida que el dipolo se vuelve pequeño en términos de longitud de onda, es decir, a medida que la frecuencia disminuye. En este caso la simulación considera tres tipos de grueso del conductor: 1μm, 10μm y 100μm. El efecto del grueso queda patente: a medida que es más delgada la metalización, la eficiencia se reduce drásticamente en la zona de antena eléctricamente pequeña. Éste es un factor a tener muy en cuenta en ciertas aplicaciones donde se juega con gruesos de metalizaciones muy delgados.

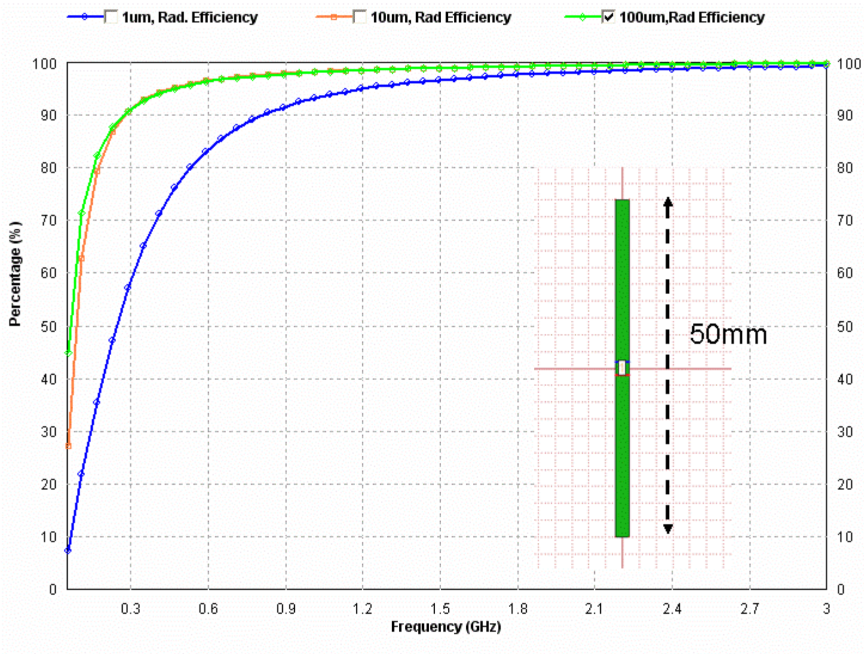


Fig. 103 Eficiencia de un dipolo en función de la frecuencia. Se consideran 3 gruesos del conductor (σ_{cobre}=4.9x10^{7}S/m): 1, 10 y 100 μm.

La Fig. 104 representa la impedancia de entrada y el coeficiente de reflexión. Cuando la antena es eléctricamente pequeña, la parte real tiende a cero y la parte imaginaria a un valor muy negativo, de manera que se confirma la naturaleza capacitiva de los dipolos eléctricamente cortos. Para 2.76GHz la antena presenta una parte imaginaria nula y una parte real alrededor de 70Ω, valor muy cercano al de la impedancia del generador (50Ω) causando una buena adaptación de impedancia. Para esta frecuencia el dipolo es casi media longitud de onda (0.46λ).

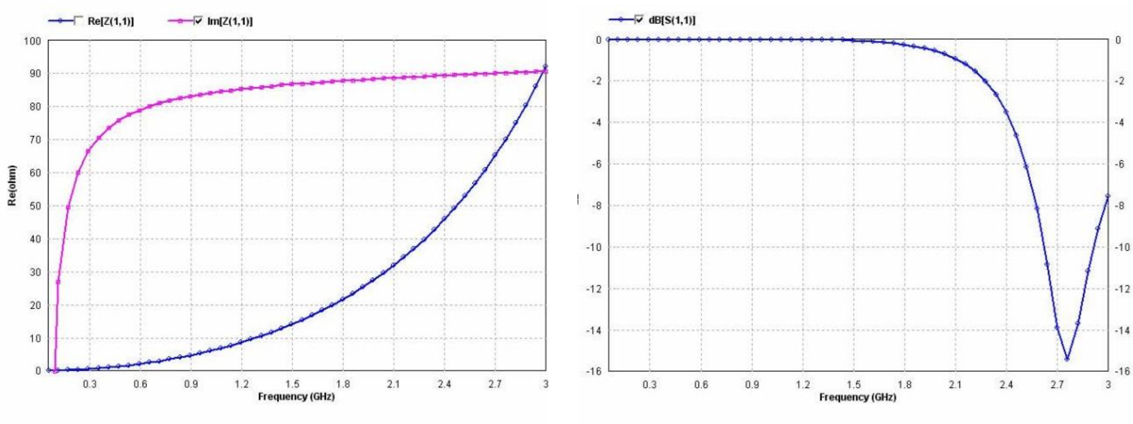


Fig. 104 Izquierda: parte real e imaginaria de la impedancia de entrada. Derecha: coeficiente de reflexión. Se observa cómo la antena está bien adaptada alrededor de 2.76GHz, que es precisamente donde le antena presenta su primer modo resonante (50mm son 0.46λ a 2.76GHz). Para frecuencias más bajas, la antena está totalmente desadaptada y sería necesario el uso de una red de adaptación.

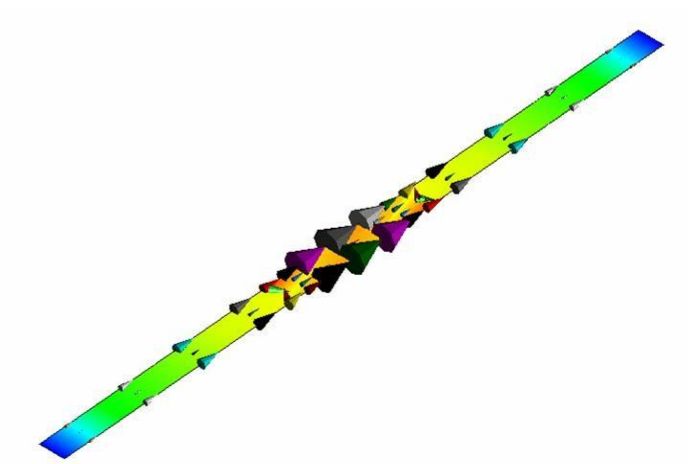


Fig. 105 Distribución de corriente sobre la superficie de la antena a la frecuencia de 55MHz. La distribución sigue un patrón triangular: máximo en el centro y mínimo en los extremos.

Por lo tanto, el dipolo elemental como tal, nos ha servido para introducir el método matemático para calcular los campos radiados ya que la integral para calcular el vector de radiación es inmediata. Para no violar la ecuación de continuidad, la corriente en el dipolo eléctricamente muy corto tiene que ser cero. De todas formas, se puede conseguir que un dipolo eléctricamente corto presente una corriente no nula si se utilizan técnicas de acumulación de carga en los extremos (sección 3.15). Fíjate en el interés que puede tener pasar de una corriente triangular a una corriente uniforme: la resistencia de radiación aumenta por 4.

3.7. Antenas sobre planos conductores

Una situación habitual es la de tener una antena situada sobre un plano conductor. Por ejemplo, una antena sobre la estructura de un coche, de un barco o un dipolo sobre el suelo ya que, a ciertas frecuencias, el suelo se comporta como un conductor perfecto. Estudiaremos cómo pueden calcularse las propiedades radioeléctricas de antenas

situadas sobre planos conductores perfectos tanto eléctricos como magnéticos y considerando que la extensión del plano es infinita. En términos prácticos, infinito querrá decir muy grande en términos de la longitud de onda. Estudiaremos dos casos particulares: el dipolo dispuesto vertical y horizontal sobre un plano eléctrico perfecto (del inglés *Perfect Electric Conductor* PEC).

Podéis encontrar en [2,18] cómo se plantea el problema: si utilizamos la teoría de imágenes. Como resumen:

Para PECs,

a) una corriente eléctrica vertical tiene una imagen de igual dirección y sentido

b) una corriente eléctrica horizontal tiene una imagen de igual dirección pero de sentido contrario

Para PMC (Perfect Magnetic Conductor),

c) una corriente eléctrica vertical tiene una imagen de igual dirección pero de sentido contrario

d) una corriente eléctrica horizontal tiene una imagen de igual dirección y sentido

Veremos con detalle el cálculo de un dipolo vertical y horizontal sobre PEC. Sin pérdida de generalidad, utilizaremos el dipolo elemental, es decir, el dipolo que presenta corriente uniforme. El estudio puede extenderse para cualquier tipo de antena.

3.7.1. Dipolo vertical sobre PEC

La Fig. 106 muestra la configuración a analizar:

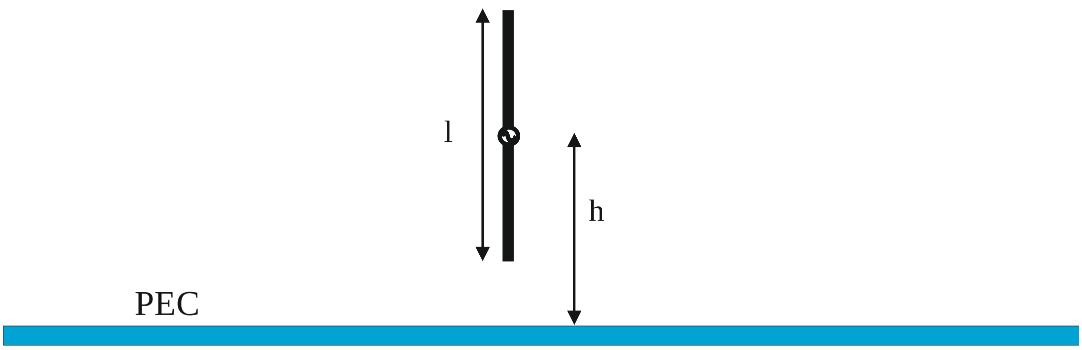


Fig. 106 Dipolo dispuesto verticalmente a una altura *h* sobre un PEC de extensión infinita. El dipolo es eléctricamente corto ($l \ll \lambda$).

El procedimiento para calcular las características radioeléctricas es:

a) sustituir el problema original por uno equivalente utilizando la teoría de imágenes

b) utilizar el método que estamos utilizando hasta ahora: a partir de la corriente, calcular *N*

c) de la solución, restringir la validez al semiespacio superior ya que en el inferior no existe radiación.

El problema equivalente de la Fig. 106 se muestra en la Fig. 107.

Por lo tanto, se trata de resolver el problema de radiación de dos dipolos radiantes en fase en el espacio libre. De hecho, se trata de una agrupación (*array*) de 2 elementos. Veremos en el capítulo 4 cómo analizar agrupaciones. Es fundamental entender el tratamiento matemático que a continuación presentamos para comprender con más facilidad la radiación de agrupaciones de antenas.

El primer paso es calcular el vector de radiación *N*. Como tenemos una corriente que es suma de dos corrientes y como la integral de la suma es suma de integrales, calculamos el vector de radiación *N* por la parte superior y después lo haremos por la parte inferior:

$$\vec{N}_{total} = \vec{N}_{up} + \vec{N}_{down}$$

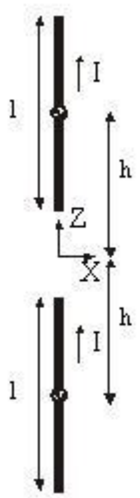


Fig. 107 Problema equivalente de radiación al del dipolo.

El cálculo de N_{up} se detalla a continuación:

$$\vec{J}(r') = \hat{z} I \delta(x')\delta(y') \quad per \quad h - \frac{l}{2} \leq z' \leq h + \frac{l}{2}$$

Por tanto, utilizando la ecuación, el vector de radiación N_{up} resulta:

$$\vec{N}_{up} = \int_{x'=-\infty}^{\infty} \int_{y'=-\infty}^{\infty} \int_{z'=h-\frac{l}{2}}^{z'=h+\frac{l}{2}} \hat{z} I \delta(x')\delta(y') e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} e^{jk_z z'} dx'dy'dz' = Ie^{jk_z h} \frac{2sen(k_z \frac{l}{2})}{k_z} \hat{z}$$

Como el dipolo es eléctricamente corto (l<<λ):

$$kz = k\cos(\theta) l = \tfrac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) l << 1$$

y obtenemos:

$$\vec{N}_{up} = Ile^{jk_z h} \hat{z}$$

que en coordenadas esféricas es:

$$N_{\theta up} = -Ile^{jk_z h} sen(\theta)$$

Si se repite el mismo procedimiento para el dipolo inferior se demuestra que:

$$N_{\theta down} = -Ile^{-jk_z h} sen(\theta)$$

por lo tanto, sumando ambos vectores *N* resulta:

$$N_{\theta total} = -I \cdot l \cdot sen(\theta) 2\cos(kh\cos(\theta))$$

Finalmente se obtiene:

$$E_\theta = j\eta kIl \frac{e^{-jkr}}{r} sen(\theta) 2\cos(kh\cos(\theta)) \quad per \quad z \geq 0$$
$$E_\theta = 0 \quad per \quad z < 0$$
$$E_\varphi = 0$$

Donde es interesante observar que el campo radiado puede dividirse como producto del radiado por el dipolo elemental y un término *(2cos(khcos(θ))* que depende únicamente de la geometría que denominamos factor de la agrupación.

A continuación estudiamos cómo varía el diagrama de radiación al variar la altura eléctrica (h/λ) respecto al PEC.

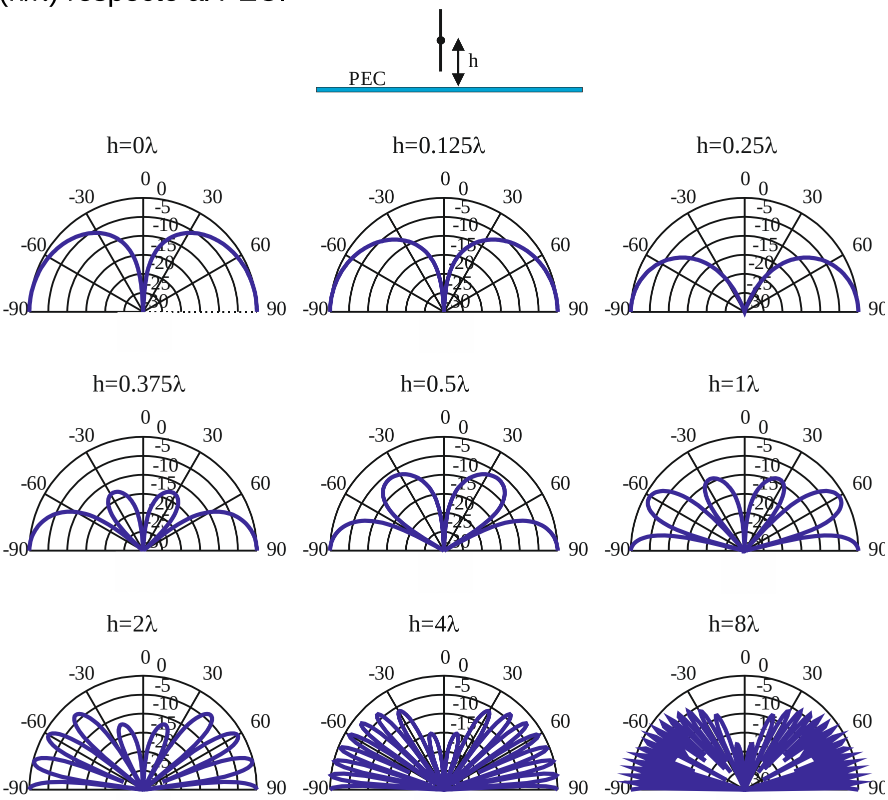


Fig. 108 Evolución de los diagramas de radiación para un dipolo elemental a medida que aumenta la separación eléctrica respecto al PEC

Los campos radiados, como se comprueba en las ecuaciones obtenidas, son independientes de φ, por lo que la antena presenta simetría respecto al eje *z*. Es interesante destacar que:

a) el diagrama siempre mantiene el nulo en la dirección axial (*z*)

b) siempre hay un máximo en el horizonte

c) el número de lóbulos aumenta. De una manera aproximada puede calcularse el número de lóbulos como 2h/λ+1

A partir de los campos radiados podemos encontrar la directividad y la resistencia de radiación. El cálculo de las integrales es más complejo [2]. De manera gráfica, representamos la evolución de la directividad y de la resistencia de radiación normalizada a la del dipolo elemental en el espacio libre en la Fig. 109.

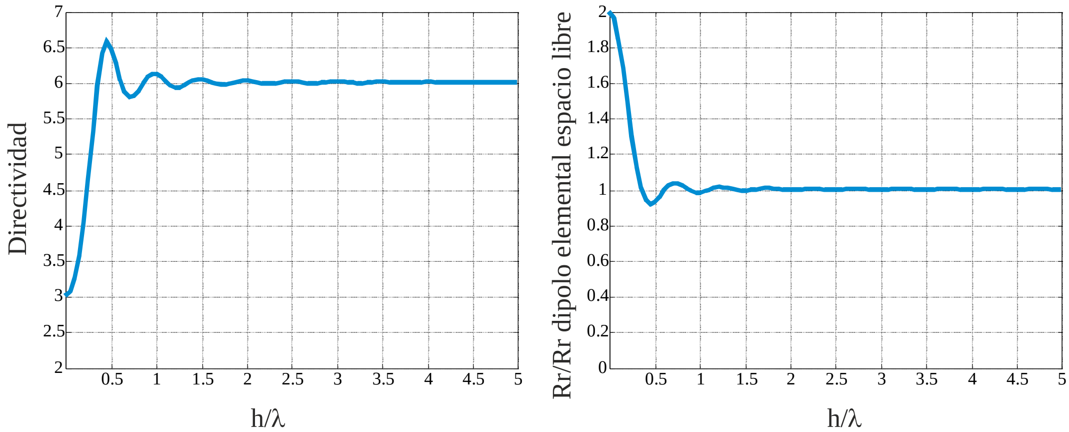


Fig. 109 Evolución de la directividad y resistencia de radiación normalizada a la del dipolo elemental en espacio libre para el dipolo elemental vertical sobre un PEC.

De los resultados de la Fig. 109 podemos concluir que:

a) La directividad se maximiza cuando el dipolo está a 0.5λ del PEC. Esto concuerda con los diagramas de la Fig. 108, donde se observa cómo el haz principal es más estrecho.

b) La directividad cuando el dipolo está eléctricamente muy cerca del PEC es el doble que la del dipolo en el espacio libre.

c) La directividad cuando el dipolo está eléctricamente muy lejos del PEC es 4 veces la del dipolo radiando en el espacio libre.

RESUMEN

En esta sesión hemos estudiado el dipolo corto. El dipolo corto supone que la corriente se anula en los extremos mientras que para el dipolo elemental habíamos considerado que la corriente es uniforme. Esto es así para introducir los mecanismos de cálculo de

los campos radiados. En la práctica nos podemos referir al dipolo elemental y ya estamos asumiendo que la corriente no será uniforme sino triangular. De todas maneras veremos en secciones posteriores que es posible tener en un dipolo eléctricamente pequeño una corriente uniforme si se carga la antena.

Se ha analizado cómo varía el comportamiento de un dipolo en presencia de un conductor. Como caso particular se ha estudiado el dipolo dispuesto verticalmente sobre un PEC y el modo en que evolucionan sus características radioeléctricas al variar la altura eléctrica respecto el PEC: a medida que aumenta la distancia aumentan el número de lóbulos; siempre hay un nulo de radiación en la dirección del eje.

Sesión 10: El dipolo horizontal sobre PEC. El monopolo

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 4 horas

OBJETIVOS

Estudiar cómo radia un dipolo dispuesto horizontalmente sobre un conductor y entender por qué resulta poco eficiente cuando éste se encuentra eléctricamente muy cerca. Aparte de entender el procedimiento matemático, el objetivo es entender de forma cualitativa el diagrama de radiación utilizando un razonamiento paralelo al analítico, basando el razonamiento en el dominio temporal.

CONTENIDOS

Presentaremos el comportamiento de un dipolo dispuesto horizontalmente sobre un PEC: evolución de la directividad, diagrama de radiación y resistencia de radiación al variar la altura eléctrica del dipolo sobre el PEC.
Presentaremos otro tipo básico de antena: el monopolo.

3.7.2. Dipolo horizontal sobre PEC

Hemos visto en la sección anterior el dipolo vertical sobre el PEC. En este caso estudiamos otro caso: el horizontal. La Fig. 110 muestra la configuración geométrica. Tenemos ejemplos de antenas dipolo dispuestas horizontalmente sobre PEC en agrupaciones de antenas de estación base para telefonía móvil: diversas antenas agrupadas de determinada manera para conseguir cierta directividad como la Fig. 6.
.

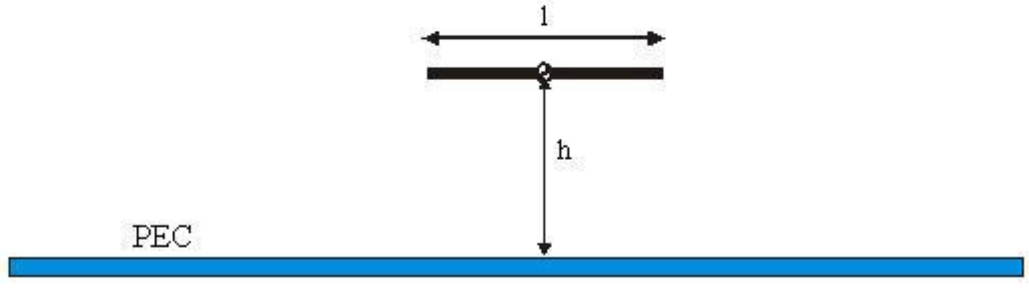


Fig. 110 Dipolo de longitud *l* dispuesto horizontalmente a una altura *h* sobre un PEC.

Igual que se ha hecho para el caso del dipolo vertical, sustituimos el problema presentado en la Fig. 110 por el de la Fig. 111.

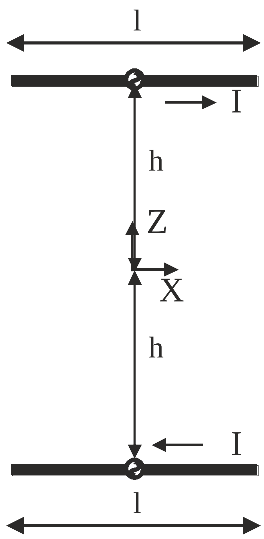


Fig. 111 Problema equivalente de radiación del dipolo horizontal sobre PEC.

Igual que en el caso del dipolo vertical, dividimos el cálculo del vector de radiación en:

$$\vec{N}_{total} = \vec{N}_{up} + \vec{N}_{down}$$

El cálculo de N_{up} se detalla a continuación:

$$\vec{J}(r') = \hat{x} I \delta(y')\delta(z'-h) \quad per \quad \frac{-l}{2} \leq x' \leq \frac{l}{2}$$

Por lo tanto, utilizando la ecuación del vector de radiación, N_{up} resulta:

$$\vec{N}_{up} = \int_{x'=-\frac{l}{2}}^{x'=\frac{l}{2}} \int_{y'=-\infty}^{\infty} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \hat{x} I \delta(y')\delta(z'-h) e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} e^{jk_z z'} dx'dy'dz' = Ie^{jk_z h} \frac{2sen(k_x \frac{l}{2})}{k_x} \hat{x}$$

Como el dipolo es eléctricamente corto (l<<λ):

$$k_x = ksen(\theta)\cos(\varphi)l = \tfrac{2\pi}{\lambda} sen(\theta)\cos(\varphi)l << 1$$

y obtenemos:

$$\vec{N}_{up} = Ile^{jk_z h}\hat{x}$$

Si se repite el cálculo para el dipolo inferior resulta:

$$\vec{N}_{down} = -Ile^{-jk_z h}\hat{x}$$

El vector de radiación total queda así:

$$\vec{N}_{total} = \hat{x} Il sen(kh\cos(\theta))2j = N_x \hat{x}$$

Pasando a coordenadas esféricas se obtiene:

$$N_\theta = \cos(\theta)\cos(\varphi)N_x$$
$$N_\varphi = -sen(\varphi)N_x$$

Y el campo eléctrico radiado se obtiene directamente a partir del cálculo del potencial vector *A*:

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = -j\omega \tfrac{\mu}{4\pi}\tfrac{e^{-jkr}}{r} N_\theta = -j\omega \tfrac{\mu}{4\pi}\tfrac{e^{-jkr}}{r}\cos(\theta)\cos(\varphi) Il sen(kh\cos(\theta))2j$$
$$E_\varphi = -j\omega A_\varphi = -j\omega \tfrac{\mu}{4\pi}\tfrac{e^{-jkr}}{r} N_\varphi = j\omega \tfrac{\mu}{4\pi}\tfrac{e^{-jkr}}{r} sen(\varphi) Il sen(kh\cos(\theta))2j$$

A partir de los campos radiados se calcula la directividad y la resistencia de radiación. Aunque las expresiones exactas se pueden encontrar en [2] son interesantes las conclusiones que se derivan:

a) la directividad cuando la antena está eléctricamente muy cerca del PEC es 5 veces la del dipolo aislado.

b) la directividad cuando la antena está eléctricamente muy separada es 4 veces la del dipolo aislado.

c) la resistencia de radiación (R_r) cuando la antena está eléctricamente muy cerca es 0. De esto se deriva que la ganancia es cero y, por lo tanto, una antena tipo dipolo dispuesta horizontalmente sobre un PEC es ineficaz ya que existe una imagen que anula la radiación.

d) la resistencia de (R_r) cuando la antena está eléctricamente muy lejos del PEC,es la misma que la del dipolo aislado.

Gráficamente, las ecuaciones de la evolución de la directividad D y de la resistencia de radiación R_r en función de la altura eléctrica están representadas en la Fig. 112.

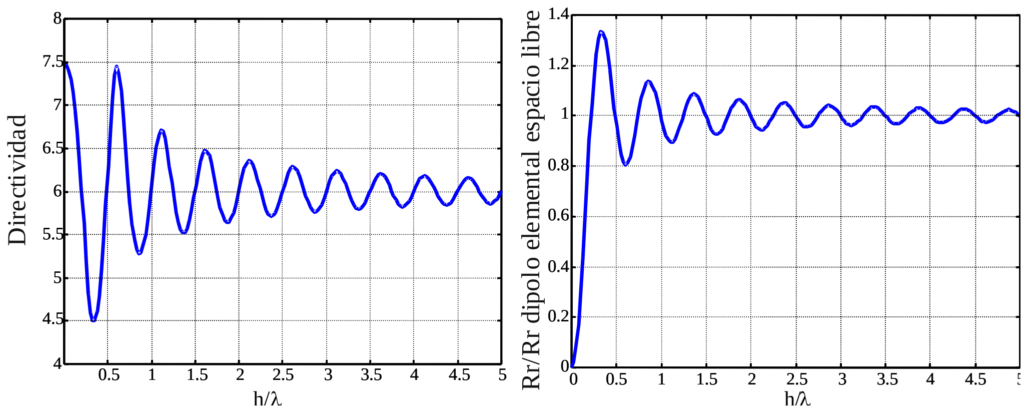


Fig. 112 Evolución de la directividad y la resistencia normalizada en la Rr del dipolo elemental en espacio libre en función de la separación eléctrica en el PEC.

En la Fig. 113 podemos ver cómo evoluciona un corte del diagrama de radiación en función de diversas alturas eléctricas. Es interesante subrayar que para distancias muy cercanas al PEC, la antena presenta un diagrama con el máximo en la dirección normal pero que su R_r es muy baja. Por lo tanto, esta situación no es deseable ya que aunque la forma de radiar sí puede mostrar cierto interés, el valor de la ganancia es muy bajo (antena ineficaz).

Observamos, por otro lado, que para múltiplos impares de $\lambda/4$ hay un máximo en la dirección normal en el plano mientras que para múltiplos pares de $\lambda/2$ hay mínimos en la dirección cenital. Esto puede comprobarse de manera muy sencilla utilizando un modelo de línea de transmisión acabada en cortocircuito.

La antena dipolo horizontal nos interesa ya que su perfil es delgado pero como hemos podido ver, presenta el inconveniente de que si está eléctricamente cerca de un PEC, su resistencia de radiación es baja. Esto, como hemos visto en teoría de imágenes, resulta intuitivo: una corriente eléctrica horizontal sobre un PEC, tiene el modelo equivalente formado por dos dipolos horizontales de corrientes opuestas. Para evitarlo, podemos sustituir el PEC por un PMC. A modo de ejercicio, estudia qué sucede, cómo varían las características radioeléctricas y en especial la resistencia de radiación de un dipolo horizontal sobre un PMC. En la naturaleza no existen PMCs pero sí se puede sintetizar un material que para determinada banda de frecuencias actúe como un PMC. Esto es lo que se denomina AMC (*artificial magnetic conductor*) y es un campo de búsqueda y aplicación interesante ya que permite obtener antenas de perfil muy delgado.

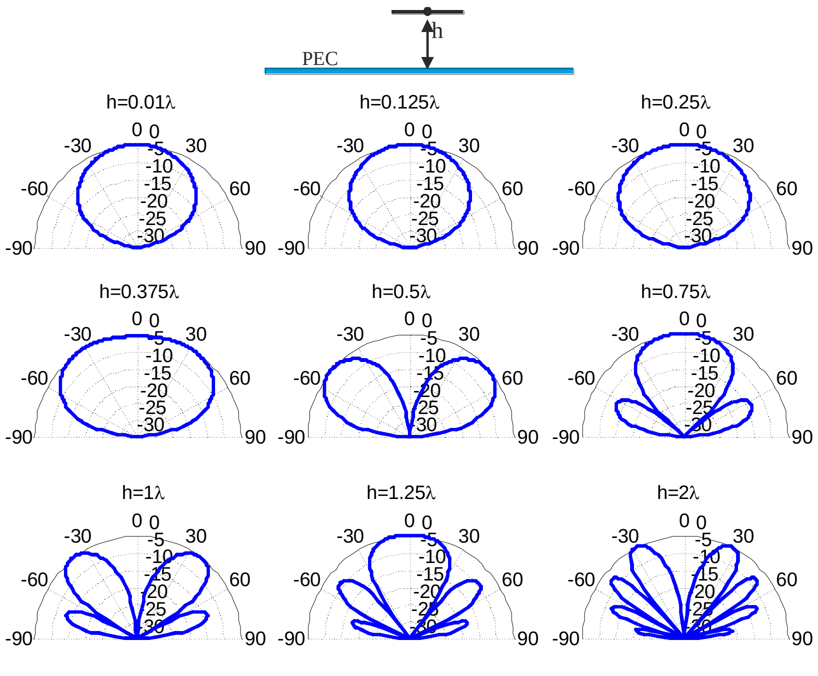


Fig. 113 Diagrama de radiación para un dipolo elemental en función de diferentes alturas eléctricas.

A modo ilustrativo es interesante observar cómo en función del tiempo se va generando el campo. Por eso presentamos una simulación realizada con FDTD [3] donde se observa cómo radia una carga puntual situada a $\lambda/4$ de un PEC. Si el observador se sitúa lejos de la fuente, la intensidad del campo es justamente el diagrama de radiación obtenido con las expresiones anteriores. De una manera física

es sencillo predecir si en la dirección normal en el plano habrá un máximo o mínimo utilizando la teoría de rayos, que complementa las simulaciones en el dominio del tiempo expuestas. La Fig. 115 muestra el procedimiento de cálculo, que es fácilmente extrapolable a otras alturas y tipos de planos, como por ejemplo el PMC, y predecir de esta forma la existencia de máximo o nulo en la dirección normal en el caso de que haya.

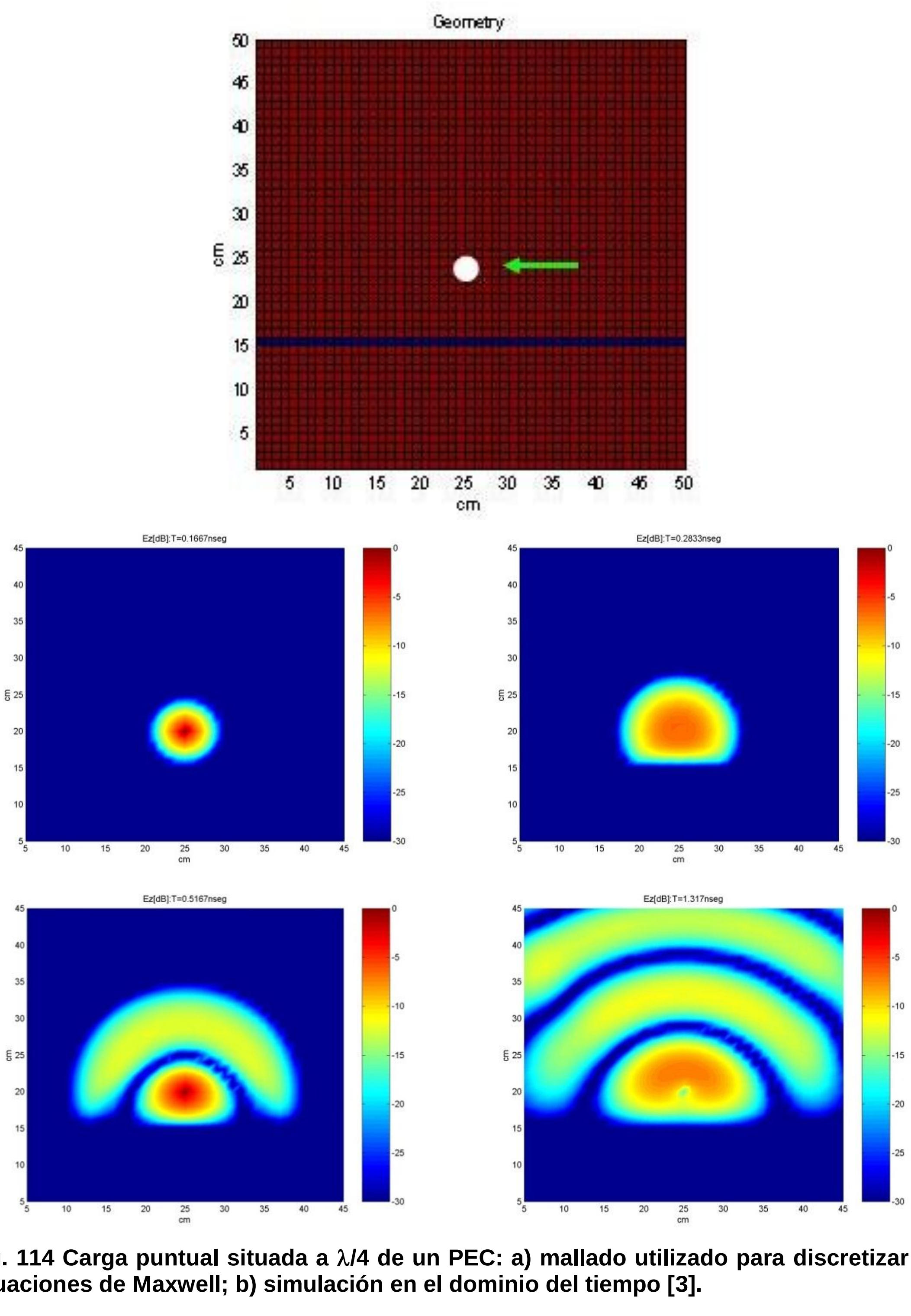


Fig. 114 Carga puntual situada a λ/4 de un PEC: a) mallado utilizado para discretizar las ecuaciones de Maxwell; b) simulación en el dominio del tiempo [3].

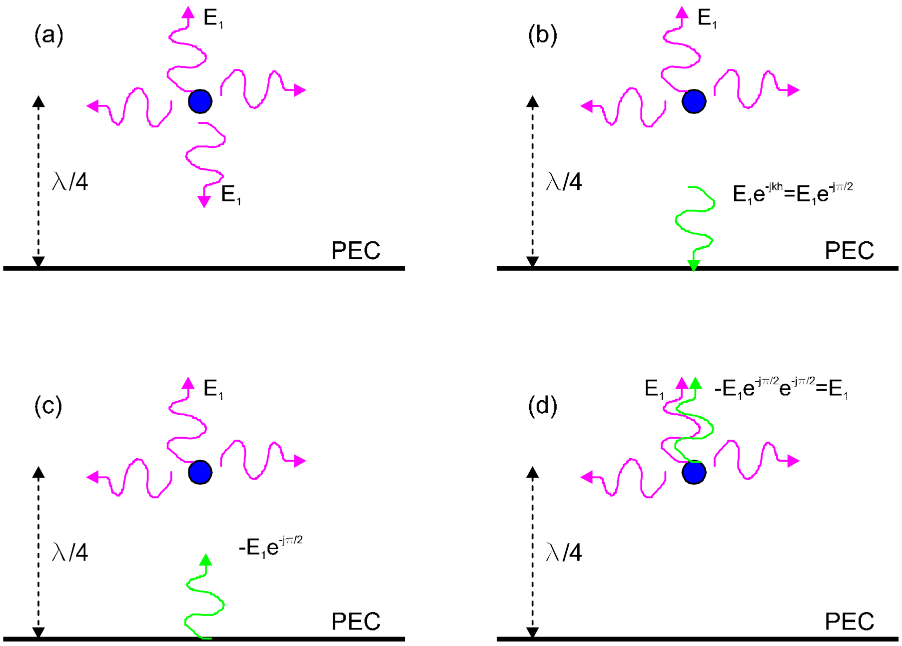


Fig. 115 Interpretación utilizando teoría de rayos. a) Instante inicial, la radiación es isotrópica. b) Un frente de onda incide en el PEC después de haber recorrido λ/4. c) Instante inmediatamente posterior a la reflexión en el PEC, el cual causa un cambio de 180º. d) El frente de onda se suma con el frente de onda generado por la fuente en el sentido ascendente. En este caso la suma es constructiva.

A continuación se muestran unos ejemplos para consolidar el método de la Fig. 115 para saber cómo se crean los máximos y nulos de radiación cuando hay contribuciones de rayos directos y reflejados (Fig. 116-Fig. 119). Las simulaciones se han realizado mediante el método FDTD.

El primer caso ilustra un hilo horizontal de corriente situada a 3λ/4 sobre un PEC (Fig. 116). En los instantes iniciales antes de incidir en el PEC, la onda se propaga en todas direcciones pero una vez el frente de onda se refleja, interfiere con el frente de onda de la fuente creando a lo largo del tiempo el diagrama de radiación una vez se está a gran distancia de la fuente.

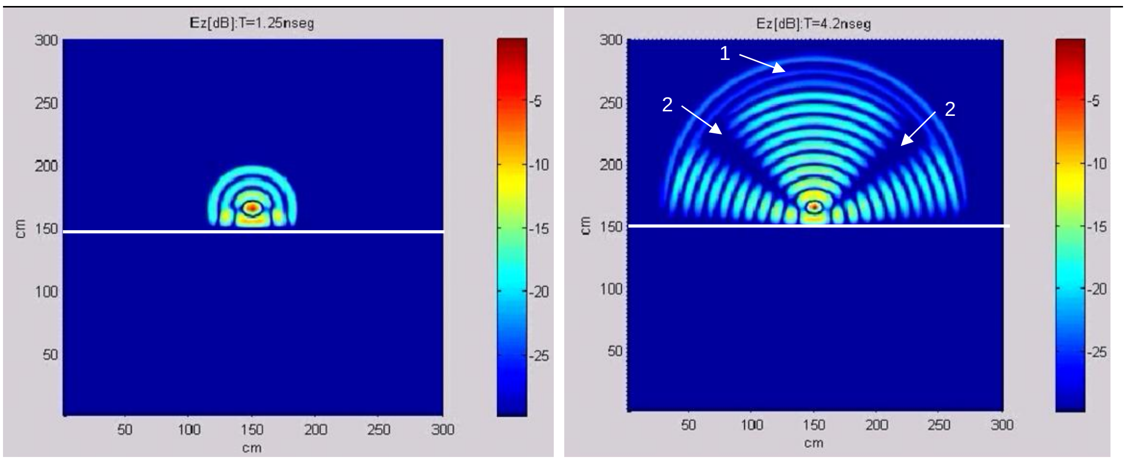


Fig. 116 Hilo de corriente situado a 0.75λ de un PEC (indicado con la línea continua). Izquierda: instantes después de la incidencia en el PEC. Derecha: una vez alcanzado el régimen permanente. En la dirección normal al PEC hay un máximo de radiación.

Interesante como el máximo de radiación (flecha 1, Fig. 116) está en la dirección normal al PEC y además como los nulos (flecha 2, Fig. 116) aparecen una vez haya la construcción de los rayos directos y reflejados. Si un observador se sitúa lejos de la fuente y una vez se ha alcanzado el régimen permanente, la amplitud del campo siguiendo un círculo es el diagrama de radiación el cual se puede comparar con el obtenido analíticamente en la Fig. 106 donde claramente se observa la presencia del máximo, de los lóbulos y de los nulos de radiación.

Otras situaciones con razonamiento análogos los tenemos para las simulaciones de hilos de corriente situados a h=λ (Fig. 117), h=1.25λ (Fig. 118) y h=2λ (Fig. 112).

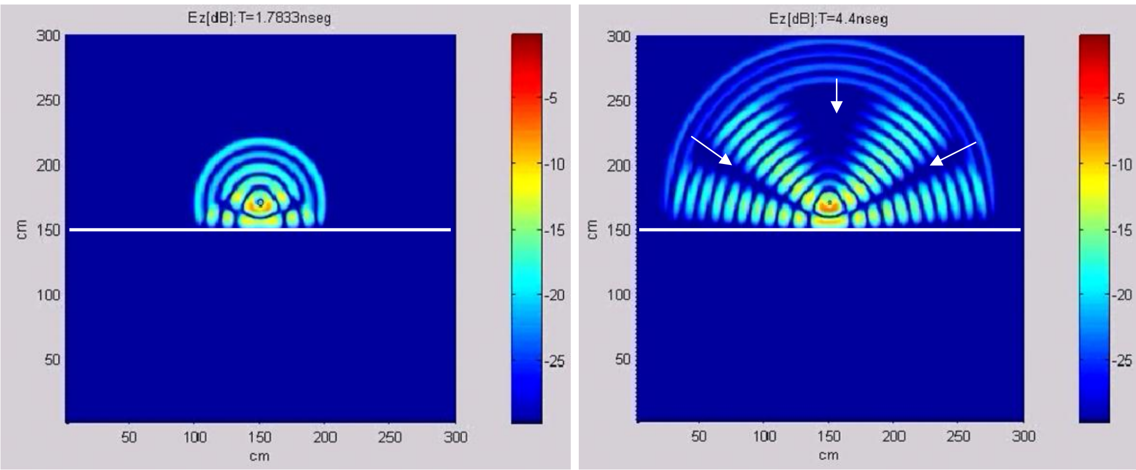


Fig. 117 Hilo de corriente situado a λ de un PEC (indicado con la línea continua). Izquierda: instantes después de la incidencia en el PEC. Derecha: una vez alcanzado el régimen permanente. En la dirección normal al PEC hay un nulo de radiación.

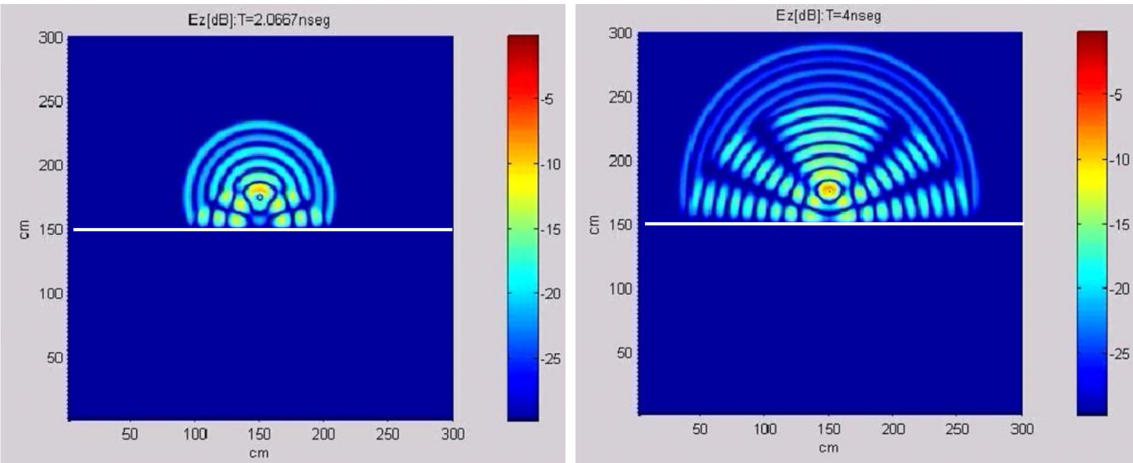


Fig. 118 Hilo de corriente situado a 1.25λ de un PEC (indicado con la línea continua). Izquierda: instantes después de la incidencia en el PEC. Derecha: una vez alcanzado el régimen permanente. En la dirección normal al PEC hay un máximo de radiación.

En todos los casos hay siempre un régimen transitorio el cual ocurre cuando aún el frente de onda que está incidiendo en el PEC no ha interferido con el frente de onda que emana de la fuente. Cuando más lejos está la fuente del PEC, más tiempo tarda en crearse el patrón final y por tanto se observa que al principio hay siempre un vestigio de onda cilíndrica (la simulación es 2D y por tanto la onda se propaga igual en todas las direcciones del plano).

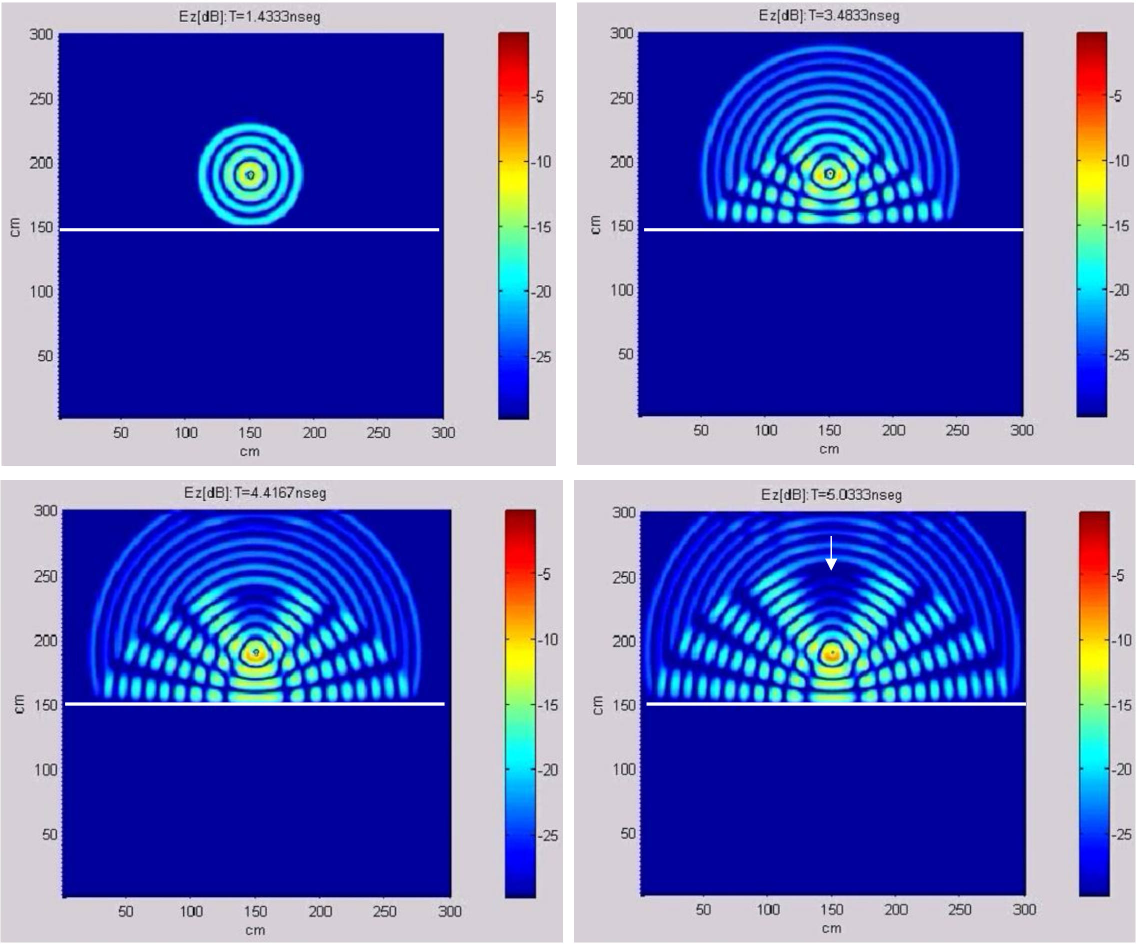


Fig. 119 Hilo de corriente situado a 2λ de un PEC (indicado con la línea continua). Izquierda-arriba: instantes antes de la incidencia en el PEC. Derecha-arriba: incidencia en el PEC. Izquierda-bajo: la onda incidente interactúa con el frente emanando de la fuente. Derecha-bajo: alcanzando el régimen permanente, se observa la aparición del nulo en la dirección normal al PEC.

Estas simulaciones permiten plantearse preguntas interesantes. Por ejemplo, imaginemos una señal x(t) que se transmite por la antena. Un observador que se encuentra lejos de la antena verá de alguna forma la señal x(t) pero también una réplica debido al PEC desfasada en el tiempo! Este efecto puede provocar distorsión de la señal en el caso de transmitir señal con algo de contenido espectral. Se analiza este efecto en el capítulo de antenas de banda ancha (consideraciones en el dominio del tiempo). Por tanto, el dominio temporal aplicado a este caso es una herramienta útil para entender físicamente el fenómeno de la radiación y entender mejor qué problemas pueden tener ciertos sistemas de telecomunicación que trabajen en un ancho de banda elevado.

3.7.3. El monopolo

Una vez visto el dipolo y la teoría de imágenes, el análisis del monopolo es directo. Puedes encontrarlo en [2,18].

Ejercicio

El siguiente ejercicio propone el cálculo de los diagramas de radiación de una antena en forma de L sobre un plano conductor con la finalidad de consolidar el cálculo de antenas de hilo sobre planos conductores y al mismo tiempo ver la aplicación que se puede derivar del procedimiento.

Se pretende diseñar una antena embarcada en el tejado de un tren de manera que el diagrama de radiación presente un nivel de campo radiado de igual amplitud en la dirección θ=0º y θ=90º,φ=0º (ver ejes en la Fig. 120). Se considera la hipótesis de que el tejado del tren es eléctricamente infinito y de conductividad infinita. El diseñador ha pensado en combinar los diagramas de una antena con un máximo en θ=90º,φ=0º como es un monopolo vertical y un dipolo horizontal cercano al conductor que radia con un máximo en θ=0º. Dado que el sistema ha de presentar la mayor simplicidad posible, el diseño presenta un solo punto de excitación siendo la geometría de la antena plana presentada en la figura; se trata de un monopolo en forma de L con una longitud de brazo vertical *h* y de brazo horizontal L_x.

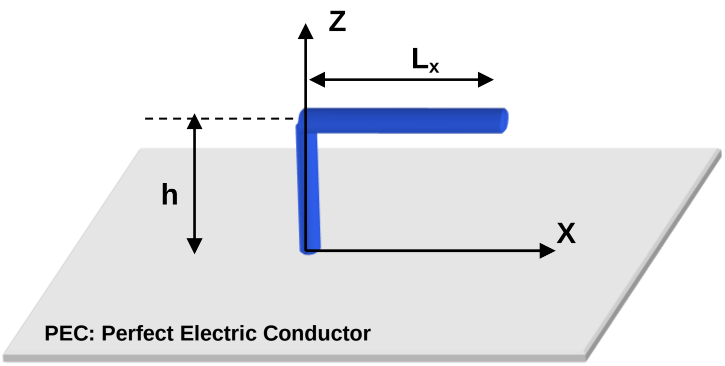
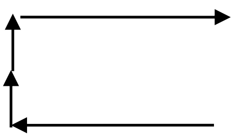


Fig. 120 Monopolo en L situado en un plano conductor de conductividad y dimensiones eléctricamente muy grandes (infinitos para los cálculos del problema).

Antes de buscar los valores de *h* y L_x que cumplan el diseño, calcula:

a) Considerando que la corriente sobre el monopolo es unitaria, calcula el vector de campo radiado $E_\theta(\theta,\varphi)$ y $E_\varphi(\theta,\varphi)$ en coordenadas esféricas y en función de *h* y L_x.

Mediante teoría de imágenes se descompone el problema en:



El vector de radiación N_{total} es la suma de N_1 y N_2, siendo N_1 el correspondiente al tramo vertical y N_2 al conjunto horizontal superior e inferior.

$$\vec{N}_1 = \iiint_{x'y'z'} \hat{z}\delta(x')\delta(y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz' = \hat{z}\int_{-h}^{+h} e^{jk_z z'}dz' = \frac{\hat{z}}{jk_z}\left[e^{jk_z h} - e^{-jk_z h}\right] =$$

$$\hat{z}2\frac{\sin\left(k_z h\right)}{k_z} = \hat{z}2\frac{\sin(kh\cos\theta)}{k\cos\theta}$$

$$\vec{N}_2^{up} = \iiint_{x'y'z'} x\delta(y')\delta(z'-h)e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz' = xe^{jk_z h}\int_0^{L_x} e^{jk_x x'}dx' = \frac{x}{jk_x}e^{jk_z h}\left[e^{jk_x h} - 1\right] =$$

$$= \frac{x}{jk_x}e^{jk_z h}e^{jk_x\frac{L_x}{2}}\left[e^{jk_x\frac{L_x}{2}} - e^{-jk_x\frac{L_x}{2}}\right] = xe^{jk_z h}\frac{e^{jk_x\frac{L_x}{2}}}{k_x}2\sin\left(k_x\frac{L_x}{2}\right)$$

$$\vec{N}_2^{down} = -xe^{-jk_z h}\frac{e^{jk_x\frac{L_x}{2}}}{k_x}2\sin\left(k_x\frac{L_x}{2}\right)$$

$$\vec{N}_2 = \vec{N}_2^{up} + \vec{N}_2^{down} = \hat{x}\frac{e^{jk_x\frac{Lx}{2}}}{k_x}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h)$$

$$\vec{N}_{total} = \hat{z}2\frac{\sin(kh\cos\theta)}{k\cos\theta} + \hat{x}\frac{e^{jk_x\frac{Lx}{2}}}{k_x}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h)$$

$$\vec{N}_{total} = N_x\hat{x} + N_z\hat{z}$$

Realizando el cambio a coordenadas esféricas,

$$N_\theta = \cos\theta\cos\varphi N_x - \sin\theta N_z$$
$$N_\varphi = -\sin\varphi N_x$$

Y teniendo en cuenta la relación entre el vector de radiación N y el campo eléctrico radiado E se obtiene:

$$E_\theta = \frac{-j\omega\mu}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\cos\theta\cos\varphi\frac{e^{jkx\frac{Lx}{2}}}{k\sin\theta\cos\varphi}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h) - \sin\theta\frac{2sen(kh\cos\theta)}{k\cos\theta}\right)$$

$$E_\varphi = \frac{-j\omega\mu}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(-\sin\varphi\frac{e^{jk_x\frac{Lx}{2}}}{k\sin\theta\cos\varphi}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h)\right)$$

Teniendo en cuenta que $\frac{\omega\mu}{k} = \eta = 120\pi$ se simplifica:

$$E_\theta = -j30\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\cos\theta\cos\varphi\frac{e^{jkx\frac{Lx}{2}}}{\sin\theta\cos\varphi}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h)-\sin\theta\frac{2sen(kh\cos\theta)}{\cos\theta}\right)$$

$$E_\varphi = -j30\frac{e^{-jkr}}{r}\left(-\sin\varphi\frac{e^{jk_x\frac{Lx}{2}}}{\sin\theta\cos\varphi}2\sin\left(k_x\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k_z h)\right)$$

$$0\le\theta\le\tfrac{\pi}{2}$$

b) Para φ=0º, ¿Cómo es la polarización para cada valor de θ?

Para φ=0º no existe componente de campo E_φ, únicamente existe E_θ, con lo que la polarización es siempre lineal para cualquier dirección de θ

c) La expresión del campo E radiado si Lx=0 y h=λ/4. Expresarlo de la forma $E_\theta(\theta,\varphi)$ y $E_\varphi(\theta,\varphi)$. ¿Cuál es la dirección del máximo? ¿Cómo es la polarización en esta dirección? Dibuja el corte del diagrama de radiación para φ=0º en escala logarítmica con un margen dinámico 30 dB anotando claramente los máximos y nulos de radiación.
Si Lx es 0, se trata de un monopolo de longitud h. Si h además es λ/4 se obtienen las ecuaciones del campo radiado por el monopolo λ/4:

$$E_\theta = j30\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\sin\theta\frac{2sen(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\cos\theta}\right)$$

$$E_\varphi = 0$$

$$0\le\theta\le\tfrac{\pi}{2}$$

La polarización es lineal teniendo el máximo de radiación en θ=90º. Hay un nulo en θ=0º.

Se trata de un diagrama de radiación de un monopolo λ/4.

Con el objetivo de diseñar la antena para que cumpla lo comentado en el enunciado, es decir, que la radiación sea de la misma amplitud en θ=0º como en (θ=90º,φ=0º) y teniendo en cuenta que $h+L_x=\lambda/4$:

d) Calcula el valor de *h* y L_x en términos de la longitud de onda.

En φ=0º las expresiones del campo quedan:

$$E_\theta = -j30\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\cos\theta\frac{1}{\sin\theta}2\sin\left(k\sin\theta\tfrac{Lx}{2}\right)2j\sin(k\cos\theta h)-\sin\theta\frac{2sen(kh\cos\theta)}{\cos\theta}\right)$$

$$E_\varphi = 0$$

$$0\le\theta\le\tfrac{\pi}{2}$$

Donde ya hemos sustituido los valores de k_x y k_z por sus correspondientes valores en función de θ y φ. El campo en θ=0º es el debido únicamente al primer término, dado

que la aportación del segundo (el del brazo vertical) es nula. Por lo tanto, una vez eliminado el factor 30, el módulo queda:

$$\left|E_\theta\right| = \left|\frac{1}{\sin\theta} 2\sin\left(k\sin\theta\,\tfrac{Lx}{2}\right) 2\sin(kh) - 0\right|$$
$$E_\varphi = 0$$

Para θ=0º se anula el numerador, pero también el denominador. Por eso sustituimos senx≈x x<<1 de forma que:

$$\left|E_\theta\right| = \left|\frac{1}{\sin\theta} 2\left(k\sin\theta\,\tfrac{Lx}{2}\right) 2\sin(kh) - 0\right|$$
$$E_\varphi = 0$$

De esta forma se resuelve la indeterminación, quedando:

$$\left|E_\theta\right| = \left|k\cdot Lx\cdot 2\sin(kh)\right|$$
$$E_\varphi = 0$$

Para θ=90º el campo se debe al del monopolo, ya que el del primer término se anula (debido al brazo horizontal), con lo que resulta:

$$\left|E_\theta\right| = \left|2sen(kh)\right|$$
$$E_\varphi = 0$$

Para que la amplitud sea igual se debe cumplir que $k\cdot L_x=1$, $L_x=\lambda/(2\pi)\approx 0.16\lambda$ y $h=0.09\lambda$

e) ¿Cómo es la polarización en cada una de las direcciones θ=0º y (θ=90º,φ=0º)?

La polarización en el plano φ=0º es siempre lineal, siendo horizontal en θ=0º y vertical en θ=90º

f) Si la corriente presenta una distribución triangular, razona de forma cualitativa; ¿cómo varia la amplitud de campo radiado en las direcciones del aparado anterior? (¿se mantendrán iguales o bien hay alguna que aumente en detrimento de la otra?)

Si la corriente no es uniforme sino triangular quiere decir que el brazo vertical lleva un factor ponderador en la expresión del campo menor dado que la corriente decrece hacia el extremo abierto. Por lo tanto, en esta situación radiará más en θ=90º que en θ=0º

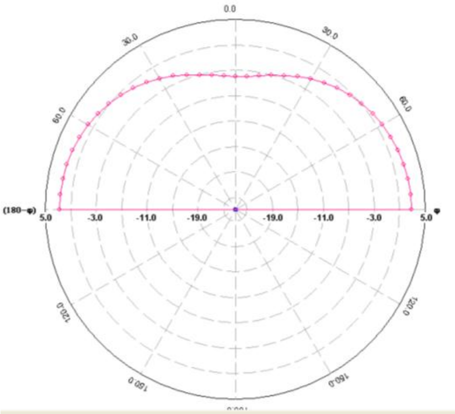


Fig. 121 Corte φ=0º componente de campo E_θ. La simulación tiene en cuenta una situación real, es decir, corriente triangular. Se observa como radia más en θ=90º que en θ=0º.

g) De forma heurística propón una expresión para la resistencia de radiación en función de *h* y L_x teniendo en cuenta que $h+L_x=\lambda/4$

Sabiendo que el monopolo vertical presenta una R_r (36Ω) y que el monopolo (h=0) R_r=0 podríamos proponer una expresión del tipo:

$$R_r(h) = 36h\cdot 4/\lambda\ \Omega$$

Por temas de robustez mecánica se decide construir el monopolo L sobre un sustrato de la misma altura que el tramo h de la antena de forma que el brazo L_x se imprime sobre el sustrato como se indica en la figura 122. Considerando el sustrato de constante dieléctrica ε_r:

h) ¿Qué le sucede al diseño inicial? ¿Varía la frecuencia de resonancia? ¿Varía la resistencia de radiación? ¿Cómo se tendrían que modificar los brazos del monopolo para recuperar el comportamiento inicial? ¿Qué sucede si el sustrato presenta una ε_r compleja?

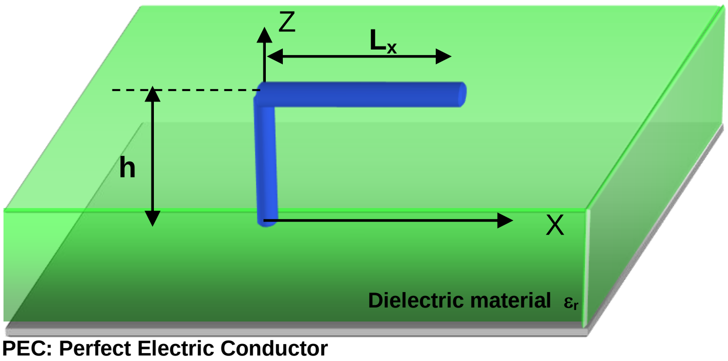


Fig. 123 Monopolo en L parcialmente inmerso en un medio dieléctrico que permite dar consistencia a la estructura. El tramo horizontal puede ser impreso mediante procesos habituales de impresión de circuitos impresos y el tramo vertical puede ser una vía metalizada.

El diseño se ve modificado, ya que la frecuencia de resonancia disminuye. La máxima disminución se da si toda la antena está inmersa en un dieléctrico tal y como se ha estudiado en el ejemplo de antenas en medios materiales

$$fo' = \frac{fo}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$Rr' = \frac{Rr}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Por lo tanto, como máximo disminuiría este valor.

Para recuperar el comportamiento inicial se tendrían que recortar los brazos vertical y horizontal.

Si el dieléctrico presenta pérdidas se traduce en un aumento de las pérdidas óhmicas de la antena y por tanto en una disminución de la eficiencia de radiación.

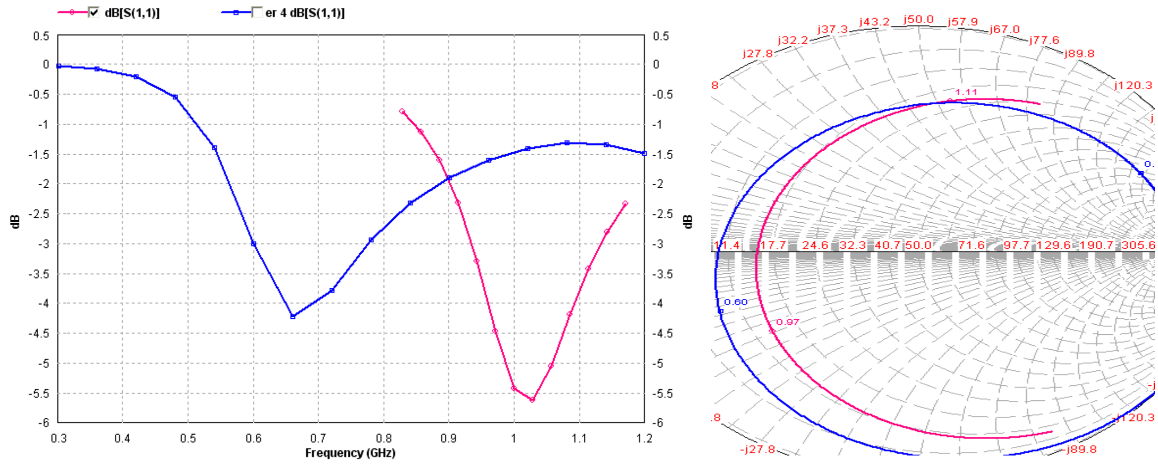


Fig. 108 Monopolo sobre ε_r=1 y sobre ε_r=4. Se observa como disminuye la frecuencia de operación.

Finalmente, subrayar que con una debida manipulación de la relación entre los brazos se puede conseguir un diagrama completamente hemisférico, es decir, con 3dB de directividad. El cambio de la estructura a antena dipolo permite por tanto obtener una antena completamente isotrópica (D=0dB) [24].

Ejemplo de aplicación: diagramas monopolo con antenas de perfil plano

El monopolo clásico sobre un plano de masa presenta un perfil vertical hecho que en algunas situaciones puede resultar en un inconveniente para poderlo integrar. Una posible alternativa es utilizar una antena microstrip basada en metamateriales (Fig. 124) la cual debidamente diseñada permite obtener un diagrama tipo monopolo (Fig. 125) con un perfil de antena plano ideal para poderse integrar en superficies.

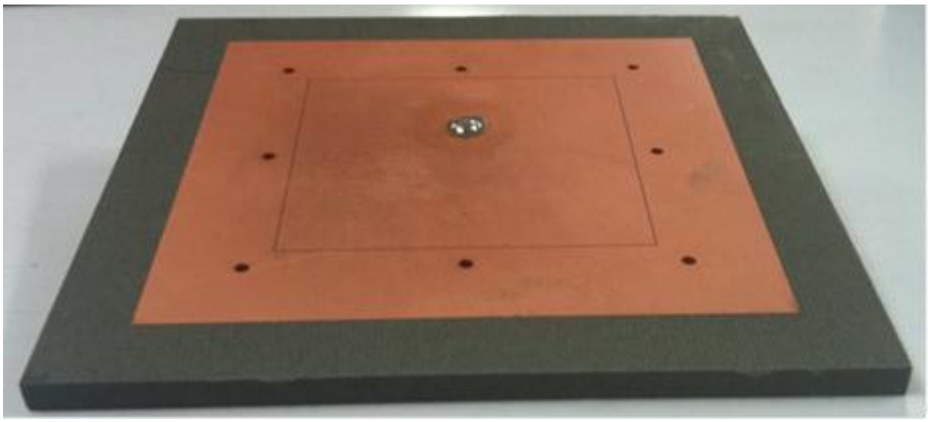


Fig. 124 Antena microstrip operando en un modo de orden cero basada en metamateriales. El plano de masa se encuentra en la cara inferior. Gentileza del profesor Sungtek Kahng del Dept. of Information & Telecommunication Engineering de la universidad de Incheon, Corea del Sur.

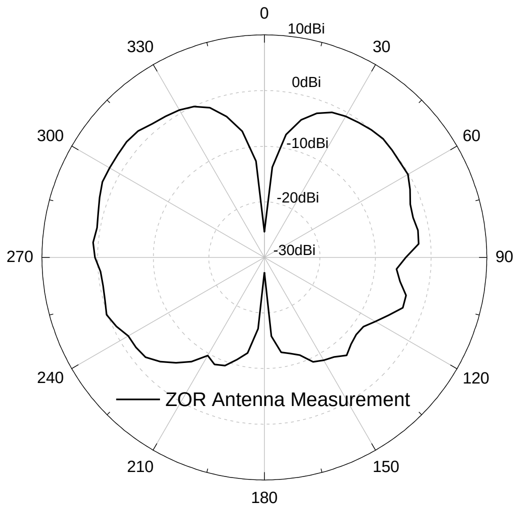


Fig. 125 Corte del diagrama medido a la frecuencia de 2.5GHz de la antena de la Fig. 124 donde se observa un nulo en la dirección normal característico de un monopolo vertical.

RESUMEN

En esta sesión hemos estudiado el dipolo elemental situado horizontalmente sobre un PEC. Extrapolar los resultados a antenas dipolo de otras longitudes y en presencia de planos magnéticos es fácilmente deducible a partir de los procedimientos que se han estudiado. En general, si el hilo de corriente horizontal se encuentra cerca del conductor, su resistencia de radiación disminuye cosa que puede llevar a eficiencias bajas. También, el hecho de acercar un hilo horizontal de corriente comporta una disminución de la impedancia de entrada debido a la imagen de hilo de corriente que aparece en sentido contrario, hecho que se puede demostrar analíticamente con los conceptos que se verán en la sección de autoimpedancias e impedancias mutuas.

Se ha introducido otro tipo de antena básica, el monopolo, que radia igual que un dipolo pero sólo en el semiplano donde se encuentra el monopolo. A parte de la configuración clásica vista en esta sesión, encontramos también clasificadas antenas

como monopolo aquellas antenas como la mostrada en la Fig. 9 derecha en la cual el plano de masa es finito y la antena es coplanar al mismo.

Sabiendo que un hilo vertical de corriente menor que ¼ de la longitud de onda sobre un PEC, presenta un nulo en la dirección vertical y un máximo en la dirección del plano y que un hilo de corriente horizontal puede presentar un máximo en la dirección normal (allá donde el vertical tiene un nulo), se puede combinar la estructura para tener una antena con una radiación isotrópica.

Sesión 11: Efectos de un plano de suelo imperfecto y de dimensiones finitas

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 1 hora
- **Dedicación:** 1 hora

OBJETIVOS

Saber cómo afecta tener un plano de suelo de conductividad finita y de dimensiones finitas.

CONTENIDOS

Se analiza de una manera descriptiva cómo afecta el comportamiento de un monopolo el hecho de que la conductividad del plano conductor no sea infinita, como podría ser un monopolo sobre la superficie del suelo. Presentaremos también qué sucede si las dimensiones del plano del suelo son finitas.

3.7.4. Efectos de un suelo con conductividad y dimensiones finitas

Puedes encontrar de manera descriptiva cuáles son los efectos de un suelo con conductividad finita y de dimensiones finitas en [17].
Ilustramos la distribución de corrientes de un monopolo $\lambda/4$ sobre un plano de masa circular de radio 2λ.

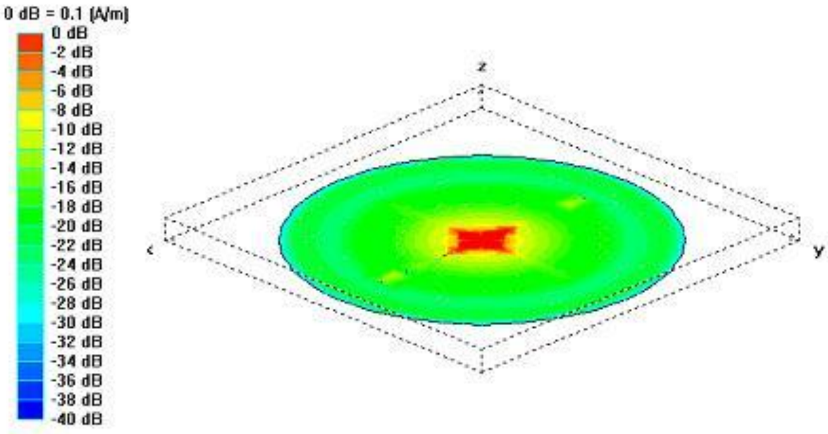


Fig. 126 Distribución de corrientes para un monopolo $\lambda/4$ sobre un plano de suelo de radio 2λ. Resultado obtenido mediante la técnica de MoM. La conductividad del suelo es $\sigma_{cobre}=5\cdot10^7$S/m.

Una de las diferencias principales es que ahora la antena radia en el semiplano inferior, tanto más cuanto menor sea el plano conductor. En la Fig. 127 se representa un corte del diagrama de radiación en el plano $\varphi=0°$.

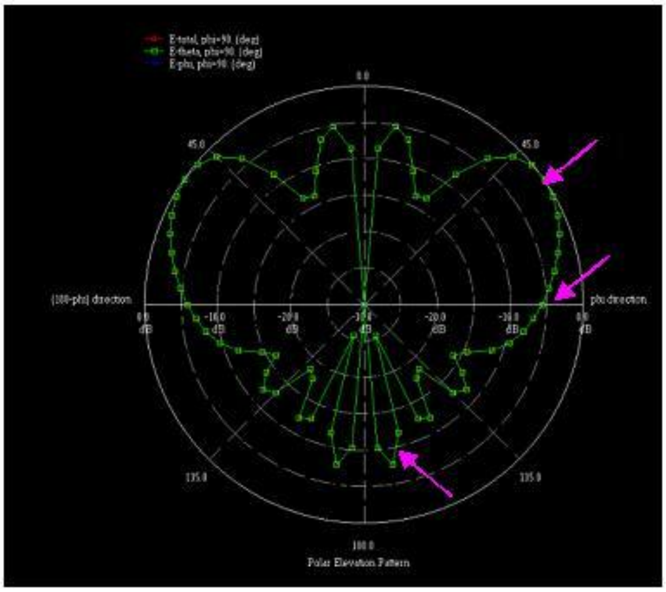


Fig. 127 Corte del diagrama de radiación para un monopolo λ/4 sobre un plano de suelo de radio 2λ. Resultado obtenido mediante la técnica de MoM. La conductividad del suelo es σ_{cobre}=5·10^{10}S/m.

Por lo tanto, tener un plano de suelo de longitud y conductividad finita supone, respecto al caso ideal:

a) la antena radia en el semiplano inferior.
b) el máximo se desapunta hacia direcciones más elevadas respecto al horizonte.

Finalmente, aunque lo que hemos visto hasta ahora es bastante básico, tiene mucho interés ya que es de gran importancia para comprender el funcionamiento de la antena en entornos más hostiles como antenas embarcadas, antenas en terminales móviles tal y como se refleja en la Fig. 128 y poder optimizar su comportamiento.

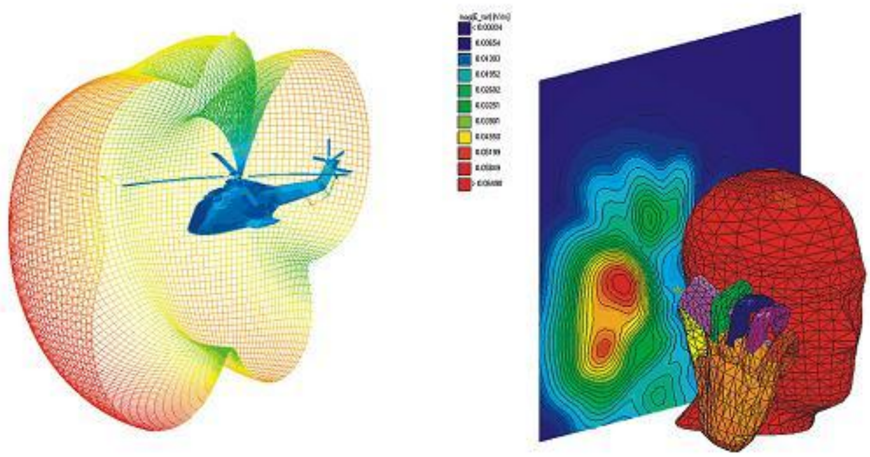


Fig. 128 Con el incremento de velocidades de los computadores y de los métodos numéricos es posible analizar antenas como el dipolo y monopolo en entornos muy complejos [39].

Ejemplo de sistema de medida: analizador de espectros

En algunas situaciones, la medida de antena se tiene que realizar in-situ, es a decir, sobre la propia plataforma o bien en otras en frecuencias muy bajas (f<100MHz) donde las cámaras anecoicas habituales están limitadas en prestaciones. Existe una posibilidad de medir las prestaciones electromagnéticas de la antena con un analizador de espectros (Fig. 129). La señal captada por la antena bajo medida puede ser debida a una radiación producida por un equipo propio (generador de señal más antena transmisora) o bien aprovechar la señal de un sistema de transmisión externo como podría ser en el caso que la medida se realiza en bandas comerciales como FM. En estos casos resulta complicado estimar la ganancia de la antena con la ecuación de Friis (ec. (96)). Es per tanto habitual tener una antena patrón de la cual se sabe la ganancia. Por comparación de señal recibida es posible estimar la ganancia de la antena bajo prueba.



Fig. 129 Analizador de espectros portátil. Permite captar la señal recibida por una antena en función de la frecuencia. Algunos analizadores permiten funciones de demodulación de la señal a audio (AM y FM) lo cual resulta útil para analizar subjetivamente la cualidad sonora de la señal recibida.

En el sector de antenas para automoción donde el diseño de antenas FM miniatura es un reto, se aplica a menudo este tipo de medida e incluso con un paso más en lo que se conoce como WSAM (Weak Signal Area Measurement) en el que la señal recibida por la antena bajo prueba se mide en una zona de poca cobertura. La señal se demodula a audio y con algún criterio prefijado, se evalúa la calidad audio de la antena parámetro que tiene naturalmente vínculo con las prestaciones electromagnéticas de la antena (ROE, eficiencia, etc.). Esto permite medir y evaluar una antena en un entorno real y próximo a las condiciones finales de uso, factor importante en el diseño de un producto de antena.

RESUMEN

Se ha presentado de forma cualitativa qué sucede si el suelo no es un conductor perfecto e infinito: radiación en el semiplano inferior y elevación del máximo de radiación por encima del horizonte.

La manera de resolver el problema de radiación de una antena como el monopolo en entornos complejos, ya que es un suelo de conductividad finita y dimensiones finitas o por ejemplo de un monopolo radiante en la proximidad de una cabeza humana, en la estructura de un helicóptero, barco, coche, etc. requiere generalmente de herramientas numéricas como el MoM.

Sesión 12: Antenas cargadas

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Estudiar mecanismos básicos que permitan hacer resonar antenas eléctricamente pequeñas y analizar cómo afecta a la resistencia de radiación y eficiencia de la antena.

CONTENIDOS

Se analizan qué formas básicas existen para cargar una antena. Para saber cómo tienen que diseñarse los elementos para hacer que una antena eléctricamente pequeña resuene, utilizaremos el modelo de línea de transmisión.

3.8. Antenas cargadas

La ventaja de una antena eléctricamente pequeña, como hemos visto, es su reducido tamaño. Los inconvenientes son que la antena presenta una fuerte componente reactiva (capacitiva si es dipolo/monopolo, inductiva si es una espira) y una baja eficiencia de radiación debido a una R_r pobre. Una manera de conseguir que la antena sea resonante es añadir un elemento inductivo o capacitivo que cancele la componente reactiva facilitando la adaptación de impedancias. Por otro lado, el elemento compensador (habitualmente una bobina y un condensador discreto) puede perturbar la distribución de corriente sobre la antena y como resultado mejorar la R_r y por lo tanto aumentar la eficiencia de radiación [18]. Así distinguimos:

a) soluciones internas: afectan tanto a la reducción de la componente reactiva de la impedancia de entrada como a la distribución de corrientes

b) soluciones externas: sólo afectan a la reducción de la componente reactiva de la impedancia de entrada.



Fig. 130 Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), físico alemán que demostró en el año 1888 la existencia de ondas electromagnéticas a partir de un dipolo cargado con esferas metálicas. Maxwell, aunque teorizó sobre las ecuaciones de propagación, no dejó indicado ningún método para generarlas. Es más, murió sin ver la brillante demostración experimental de Hertz, que sirvió para que se aceptase la teoría de Maxwell de forma universal [26].

Aunque nos centremos en antenas eléctricamente pequeñas, los mecanismos aquí presentados pueden aplicarse a antenas comparables con λ que no sean resonantes. Por ejemplo, un monopolo de longitud superior a λ/4 e inferior a λ/2 es inductivo y podríamos utilizar un condensador para hacerlo resonante.

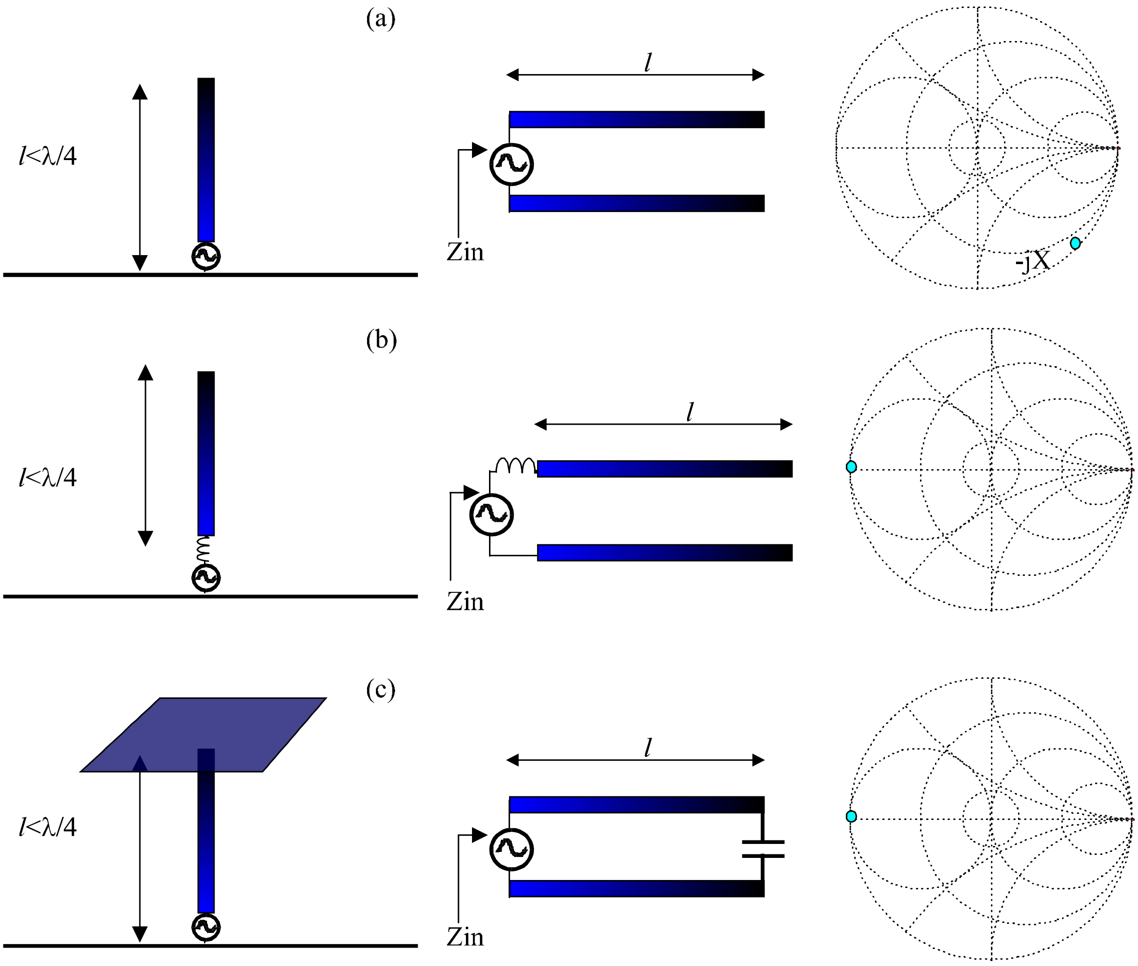


Fig. 131 a) Monopolo eléctricamente corto. Su impedancia es de tipo capacitivo; b) carga externa para compensar la reactancia y hacer a la antena resonante; c) carga interna que permite resonar la antena y además altera la distribución de corrientes dando como resultado una mejora de la R_r. Los modelos de línea de transmisión no tienen en cuenta las pérdidas por radiación aunque se puede añadir bien con una resistencia o bien considerando que las líneas de transmisión tienen pérdidas.

Hay dos casos básicos de carga interna: con un condensador en el extremo y con una bobina. Puedes encontrar en [17] las dos situaciones. Presentamos en esta sección el caso de carga con una bobina a lo largo de la longitud del monopolo. Subrayar que el análisis está enfocado en antenas pequeñas pero que la técnica de cargar se puede utilizar también para generar antenas multifrecuencia, es decir, que estén bien adaptadas y que presenten diagramas muy similares tal y como se describe en el capítulo dedicado en antenas multifrecuencia (capítulo 6).

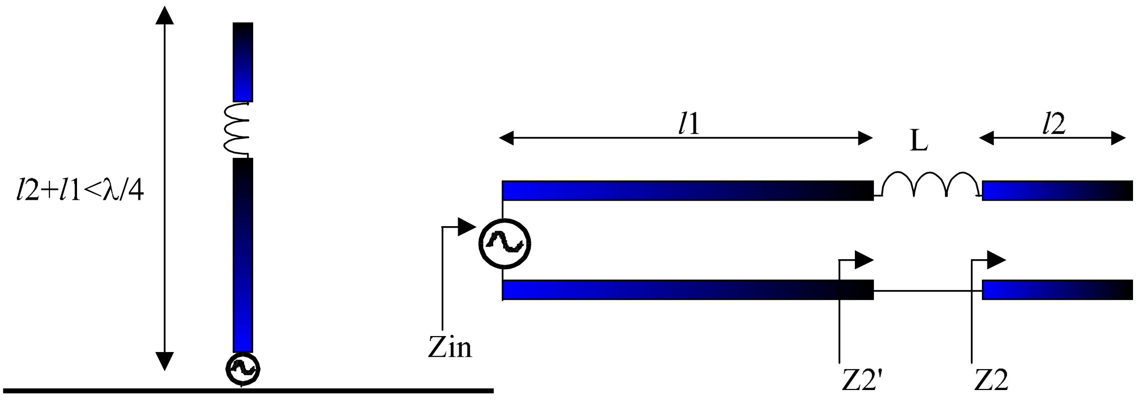


Fig. 132 Monopolo eléctricamente corto y modelo de línea de transmisión. El modelo de línea no tiene en cuenta las pérdidas por radiación. Para analizar la evolución de la frecuencia de resonancia el modelo sin pérdidas es suficiente.

Según donde esté situada la bobina, los efectos sobre la distribución de corrientes serán diferentes. Cuanto más al extremo de la antena, más modificará la distribución de corrientes.

Vamos a calcular cuál tiene que ser el valor de la inductancia L para que la antena sea resonante en función de su posición.

Como la antena monopolo es eléctricamente corta, tenemos que $l_1+l_2<\lambda/4$.
La impedancia Z_2 es la de un *stub* en circuito abierto:

$$Z_2 = -jZ_o \cot g(kl_2) \quad (157)$$

donde Z_o es la impedancia característica del monopolo. Esta Z_o puede calcularse como:

$$Z_o = 60\left(\ln(2\tfrac{H}{a}) - 1\right) \quad (158)$$

donde H es la altura del monopolo (l_1+l_2) y a es el radio.

como lo que se quiere es que Z_{in} sea la impedancia de un monopolo $\lambda/4$, quiere decir que debemos forzar que Z'_2 sea la impedancia de un monopolo $\lambda/2-l_2$, por lo tanto:

$$Z'_2 = -jZ_o \cot g\left(k\left(\tfrac{\lambda}{4} - l_1\right)\right) \quad (159)$$

como

$$Z'_2 = j\omega L + Z_2 \quad (160)$$

Podemos calcular cuál tiene que ser el valor de L para que la antena resuene:

$$L = \frac{Z_o \cot g(kl_2) - Z_o \cot g\left(k(\tfrac{\lambda}{4} - l_1)\right)}{\omega} = \frac{Z_o \cot g(k(H-l_1)) - Z_o \cot g\left(k(\tfrac{\lambda}{4} - l_1)\right)}{\omega} \quad (161)$$

La distribución de corrientes sobre la antena se ve modificada por la bobina cuanto más al extremo esté la bobina, tal y como muestra el ejemplo de la Fig. 133.

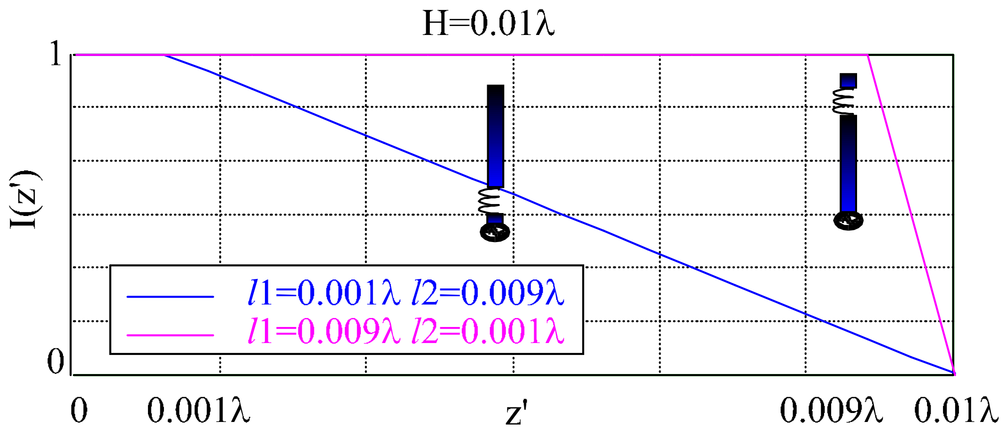


Fig. 133 Modificación de la distribución de corrientes al cargar la antena para hacerla de longitud eléctrica λ/4. Para la bobina más cercana a la alimentación y para el caso de la bobina situada más al extremo.

Es interesante subrayar que aparte de conseguir que la antena sea resonante, se está modificando la distribución de corrientes. Para el caso de la bobina situada muy cerca del generador, la distribución continúa siendo muy parecida a la distribución original del monopolo sin cargar. En cambio, para el caso de la bobina situada más al extremo se está pasando de una distribución triangular a una casi uniforme. Como hemos estudiado en S-TEO-3-9, el pasar de una distribución de corriente triangular a una uniforme si la antena es eléctricamente pequeña supone aumentar por 4 la R_r. Este aumento repercute en una mejora de la eficiencia. Como la directividad permanece igual ya que la antena continúa siendo eléctricamente corta tenemos que:

$$A_{ef} = \frac{l_{ef}^2 \eta}{4R_r}$$

para la antena sin cargar y para la antena cargada,

$$A_{ef'} = \frac{l_{ef'}^2 \eta}{4R_{r'}}$$

como la antena es eléctricamente corta en ambos casos, las directividades son iguales y, por lo tanto, también lo son las áreas efectivas; entonces resulta:

$$R_{r'} = R_r \left(\frac{l_{ef'}}{l_{ef}} \right)^2 \qquad (162)$$

El caso ideal sería pasar de la distribución triangular original de la antena sin cargar a una uniforme ya que el aumento de la resistencia de radiación sería de cuatro veces.

3.8.1. Antenas eléctricamente pequeñas resonantes

Esta sección es ilustrativa y sirve para añadir un concepto avanzado: antenas eléctricamente pequeñas autoresonantes. Se ha demostrado que si una antena es eléctricamente pequeña, su impedancia presenta un fuerte componente reactivo (inductivo si es una espira y capacitivo si es un dipolo/monopolo). Para que la antena resuene hemos presentado un método que consiste en añadir una carga discreta tanto externa como interna. A veces no es interesante añadir una carga discreta por motivos prácticos: un nuevo componente incrementa el coste y la complejidad de la antena. Existe otra manera para obtener una antena resonante aunque la antena sea eléctricamente pequeña como es utilizar una curva de relleno espacial (*space-filling curves* Fig. 134) [40].

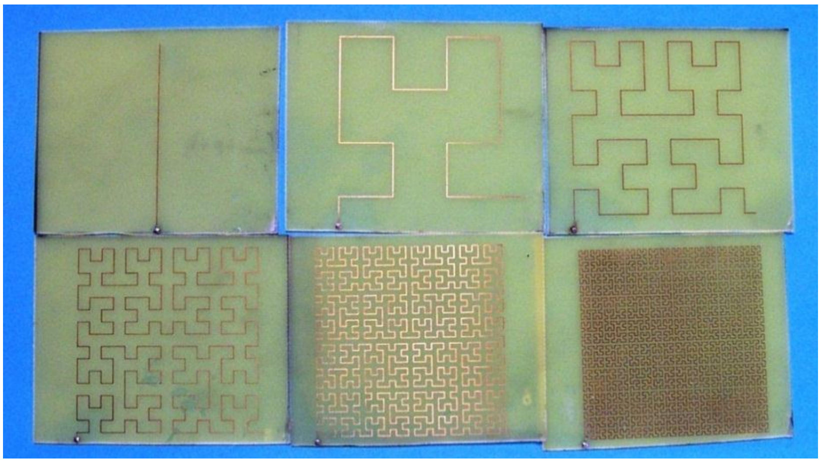


Fig. 134 Antenas de hilo desde el hilo recto hasta diversas iteraciones inspiradas en la curva fractal de Hilbert. El primer hilo en configuración monopolo resuena a f=799.6MHz y la quinta iteración resuena a f=71.7MHz (factor de compresión de 11.1) [40].

Podemos encontrar un paradigma de la aplicación de las antenas miniatura inspiradas en el fractal de Hilbert en la miniaturización de antenas FM integradas en vehículos aunando esfuerzos de diseño de antenas, mecánicos (materiales conformables), estéticos (bajo impacto de la solución) y de producción (*cost-effective* por producción en masa) hecho que implica una gran sinergia entre profesionales de diversos sectores (Fig. 135).



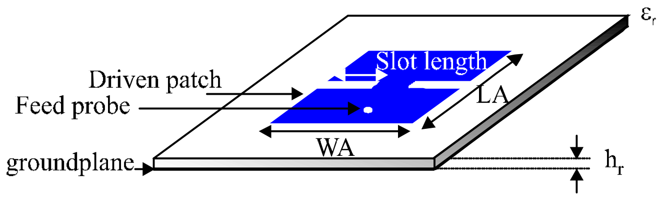


(a) (b)

Fig. 135 a) Antena integrada en el retrovisor, b) Antena integrada en la ventana lateral. Gentileza de la empresa FICOSA International, Advanced Communications BU, Barcelona.

3.8.2. Ejemplo de aplicación

El hecho de cargar con una bobina una antena eléctricamente se puede abstraer en el campo de las antenas *microstrip*: antenas planas dispuestas sobre un plano conductor y separadas por un dieléctrico. En vez de utilizar un componente discreto, se puede cargar la antena con una línea de transmisión que realice las funciones de inductor. En efecto, se puede demostrar que una línea de alta impedancia y corta en términos de la longitud de onda tiene un comportamiento inductivo. Utilizando este efecto se puede miniaturizar una antena para que resuene con un tamaño mucho menor del necesario. Naturalmente, reducir las dimensiones generalmente lleva inconvenientes, como la disminución del ancho de banda y/o eficiencia de radiación (Tabla 9).



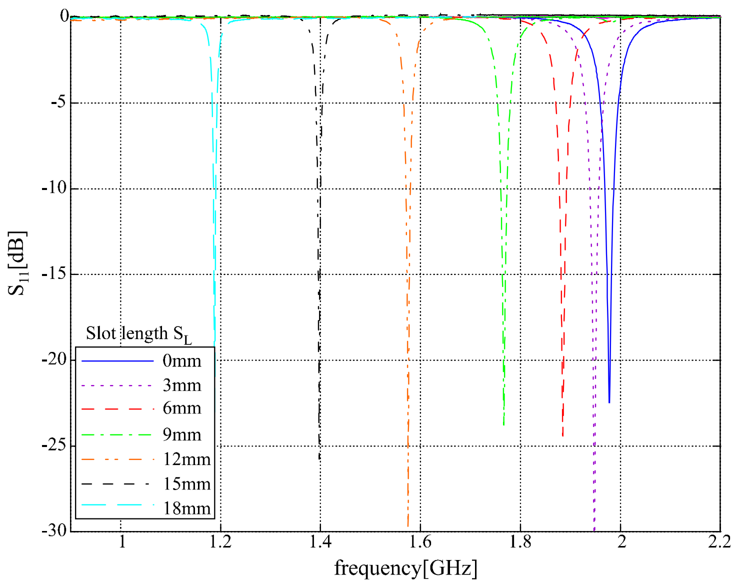


Fig. 136 Antena *microstrip* cargada con una línea de transmisión. Resultados de la disminución de la frecuencia de resonancia (frecuencia donde la antena presenta la mejor adaptación: coincide con una parte imaginaria de la impedancia de entrada nula y una parte real cercana a 50Ω) en función de la profundidad de la ranura introducida, la cual define la longitud del tramo de línea de transmisión. El pedazo original resuena cercano a los 2GHz, pueden reducirlo hasta el 1.2GHz [41].

Caso	fo [GHz]	BW [ROE=2]	η_L [%]
Patch original	1.978	1.12	86
Ranurado 3mm	1.948	0.92	85
Ranurado 6mm	1.884	0.79	83
Ranurado 9mm	1.767	0.73	75
Ranurado 12mm	1.575	0.50	67
Ranurado 15mm	1.397	0.43	49
Ranurado 18mm	1.188	0.42	23

Tabla 9 Evolución de la frecuencia de resonancia, ancho de banda y eficiencia de radiación en función de la ranura introducida.

RESUMEN

Aunque los ejemplos que hemos analizado son básicos, son muy ilustrativos ya que son aplicables a un gran número de situaciones. No sólo en antenas tipo cable, sino en antenas *microstrip* también se aplican estos métodos para miniaturizar la antena.

Se ha visto la utilidad del modelo línea de transmisión para realizar los cálculos de los componentes y saber cuál es la distribución de corrientes sobre la antena.

Las conclusiones más importantes cuando cargamos una antena son:

- Cancelar la componente reactiva, y por tanto facilitando una posterior adaptación de impedancias en caso que fuera necesario.

- Aumentar el R_r y, por tanto, la eficiencia de la antena siempre y cuando la carga esté distribuida a lo largo del hilo y modifique la distribución de corriente de manera conveniente. Es decir, si la antena sin cargar pueda ser un monopolo más pequeño que ¼ de la longitud de onda, presenta una distribución triangular, el hecho de cargar inductivamente o bien capacitivamente, puede modificar la distribución de corriente para convertirla más uniforme. En el mejor caso, se puede aumentar cuatro veces la resistencia de radiación. Se debe tener precaución con las pérdidas por disipación térmica que pueda producir la carga si se trata de un componente discreto.

- Si la antena es eléctricamente pequeña, el efecto de la carga no modifica la directividad. No sucede si la antena es comparable con λ, donde el hecho de cambiar la distribución de corriente podría modificar el diagrama y cambiar sustancialmente la directividad. Además, en otras aplicaciones se puede utilizar cargas para conseguir que la antena sea multifrecuencia.

Sesión 13: Autoimpedancia e impedancia mutua

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Estudiar cuál es la impedancia de una antena de cable y analizar cómo se altera la impedancia de una antena cuando hay otra próxima.

CONTENIDOS

Se estudia la impedancia de entrada de una antena dipolo y cómo afecta si varía la relación de aspecto, es decir, si el cable es más grueso. La segunda parte de esta sesión evalúa cómo se modifica la impedancia de una antena si hay otra antena próxima. Presentaremos unos ejemplos ilustrativos para demostrar la importancia del concepto de impedancia mutua entre dos antenas.

3.9. Matriz de impedancias

Sea un sistema de dos antenas 1 y 2 separadas una distancia *d* tal y como indica la Fig. 137.

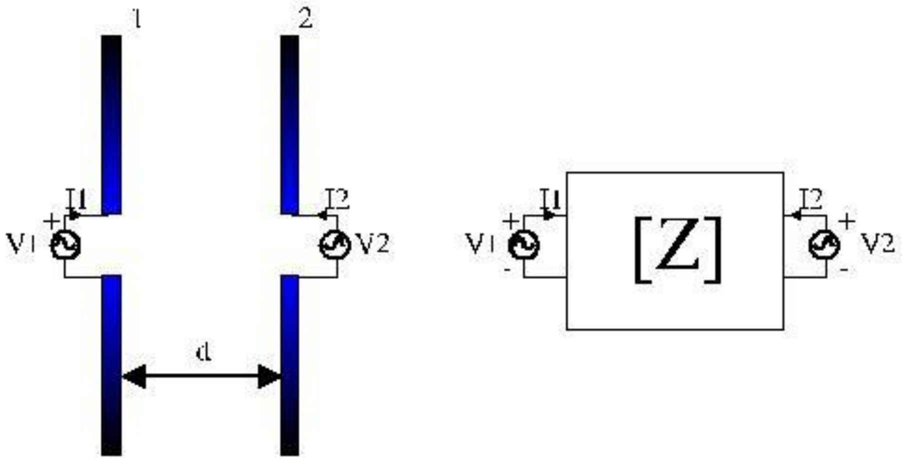


Fig. 137 Dos antenas separadas *d* y red bipuerto Z.

Teniendo en cuenta el esquema de la Fig. 137:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned}\right\} \qquad (163)$$

donde V_1 y V_2 son las tensiones a la entrada de la antena 1 y 2 respectivamente, I_1 y I_2 son las corrientes a la entrada de la antena 1 y 2 respectivamente, Z_{11} y Z_{22} es la autoimpedancia de la antena 1 y 2 respectivamente y Z_{12}, Z_{21} es la impedancia mutua entre antenas.

Z_{11} (Z_{22}) es la autoimpedancia de la antena 1 (2) y se deduce de:

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2 = 0} \qquad (164)$$

Para el teorema de reciprocidad (no lo demostramos), Z_{21} y Z_{12} son iguales. La impedancia mutua, como veremos más adelante, es dependiente de la distancia. Si la separación entre antenas *d* tiende a infinito, la impedancia mutua se anula.

La impedancia de entrada (Z_{in}) de la antena 1 está definida como:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} \qquad (165)$$

donde es importante destacar que Z_{in} no es igual a Z_{11} a menos que la separación entre antenas sea muy grande. Por lo tanto, la Z_{in} de una antena en presencia de otra tiene la expresión general siguiente:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12}\frac{I_2}{I_1} \qquad (166)$$

Un caso en el que se visualiza la utilidad de la matriz de parámetros Z lo tenemos en agrupaciones de antenas. Imaginemos un caso sencillo. Una antena presenta una autoimpedancia Z_{11}. Si se coloca en presencia de otra antena idéntica cortocircuitada (antena parásita), la Z_{in} se calcula como:

Como la antena 2 está cortocircuitada, $V_2=0$, y por lo tanto la ecuación (163) resulta:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ 0 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned}\right\} \qquad (167)$$

Sustituyendo la 2ª ecuación y teniendo en cuenta que $Z_{12}=Z_{21}$ por reciprocidad y que las dos antenas son iguales $Z_{11}=Z_{22}$, se obtiene:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}} \qquad (168)$$

Se observa que la impedancia de entrada depende de Z_{12} y por lo tanto de la separación entre antenas. En algunos casos, esta distancia puede ajustarse a fin de aumentar el ancho de banda de impedancia de la antena aislada.

Por otra parte, se puede calcular la relación entre las corrientes con la ecuación (167):

$$I_2 = -I_1 \frac{Z_{21}}{Z_{22}} \qquad (169)$$

Con la 145 se puede calcular el diagrama de radiación teniendo en cuenta la relación de amplitudes y la posición en el espacio de las antenas de la misma forma que se ha realizado en el caso de los cuatro hilos que conforman una espira (sección 3.3.3).

En las dos secciones siguientes veremos cómo calcular autoimpedancias e impedancias mutuas para antenas tipo dipolo.

3.9.1. Autoimpedancia

Puedes encontrar en [2] cómo se calcula la impedancia de entrada para una antena tipo dipolo. La conclusión más importante es que a medida que el dipolo se hace más grueso (la relación de aspecto, altura entre diámetro, más pequeña), el ancho de banda aumenta. Se observa cómo a medida que la relación de aspecto disminuye, la parte real y la parte imaginaria son más suaves. Esto se traduce en que, por ejemplo, un dipolo λ/2 tendrá más ancho de banda cuanto menor sea la relación de aspecto.

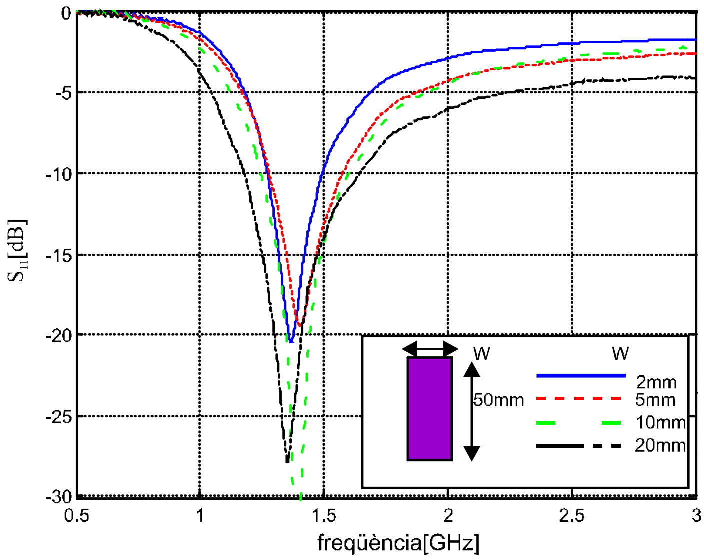


Fig. 138 Coeficiente de reflexión para una antena monopolo plano de altura 50 mm para diferentes grosores. Puede comprobarse que como realmente es un monopolo λ/4: 50mm son λ/4 a la frecuencia de 1.5GHz. A medida que el ancho del monopolo aumenta, aumenta el ancho de banda de impedancia.

3.9.2. Impedancia mutua

Puedes encontrar en [2] cómo se calcula la impedancia mutua entre dos antenas.
Como la impedancia mutua es un indicador de la interacción entre dos antenas, ésta disminuye a medida que aumenta la separación entre antenas. Además, la impedancia mutua entre dos dipolos paralelos es mayor que entre dos dipolos colineales. De forma intuitiva, los dos dipolos paralelos tienen el máximo de radiación apuntado, mientras que para los dipolos colineales es el nulo el que está en la misma dirección y por lo tanto la interacción es menor.



Fig. 139 Oliver Heaviside (1850-1925), científico autodidacta inglés. Realizó importantes aportaciones entre las que destacan las ecuaciones del telegrafista y la condición de línea no dispersiva, la compactación de las ecuaciones de Maxwell eliminando los potenciales (Hertz llegó a las mismas conclusiones reconociendo el trabajo pionero de Heaviside) y el efecto de acoplo mutuo entre líneas [13].

3.9.3. Ejemplos de aplicación

A modo ilustrativo mostramos dos situaciones en los que la impedancia mutua entre antenas juega un papel muy significativo: antena Yagi-Uda y antena microstrip de banda ancha. Aunque analizaremos la antena Yagi-Uda en detalle en el capítulo de agrupaciones, es interesante hacer una breve explicación utilizando el concepto de impedancia mutua. La Fig. 122 muestra un esquema de una Yagi-Uda donde básicamente hay un elemento que está alimentado y otro que no (es un elemento parásito). Dado que la tensión en el dipolo parásito V_2=0, resulta que la corriente inducida (I_2) en el parásito es:

$$I_2 = \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} I_1$$

Puesto que Z_{21} es una magnitud compleja y que además depende de la distancia, quiere decir que diseñando adecuadamente la distancia entre la antena alimentada y la parásita puede controlarse la magnitud y la fase de la corriente I2. Como veremos en el capítulo de agrupaciones, la magnitud y la fase de las corrientes determinan el diagrama de radiación (dirección del máximo, nivel de lóbulos, directividad). Por lo tanto, la impedancia mutua es un parámetro a tener en cuenta, por ejemplo, en antenas como la *Yagi-Uda*.

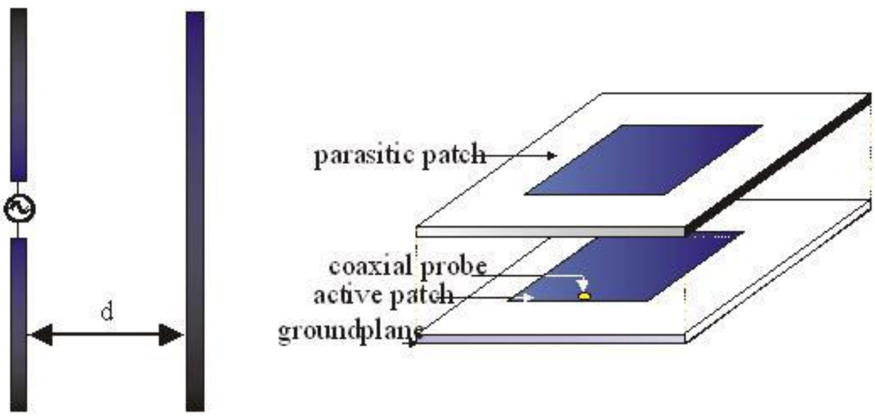


Fig. 140 a) Antena dipolo alimentada en presencia de un elemento parásito; b) antena microstrip con un elemento parásito.

Finalmente, como segundo ejemplo de aplicación, la impedancia mutua altera, como hemos visto, la impedancia de entrada de una antena. Si volvemos al caso de una antena alimentada y otra parásita, la impedancia de entrada Z_{in} se ve modificada por la autoimpedancia. Si la distancia entre la antena alimentada y la parásita se ajusta adecuadamente puede aumentarse el ancho de banda de la antena alimentada respecto al caso que no tuviera parásito. El ejemplo lo tenemos en una antena microstrip alimentada (Fig. 140b) donde se sitúa otra parásita. En la Fig. 141 se observa el coeficiente de reflexión de la antena sin parásito y con parásito donde claramente el ancho de banda aumenta muy significativamente.

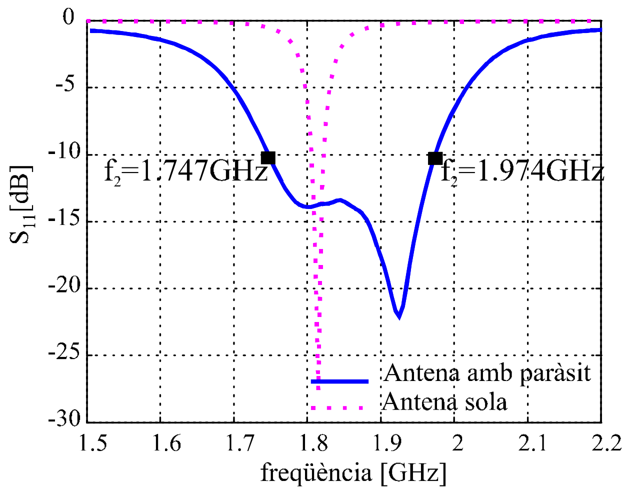


Fig. 141 Impedancia de una antena y la mejora del ancho de banda al introducir un elemento parásito [42]

Ejercicio

Vamos a ver con un pequeño ejemplo la utilidad de la matriz de impedancias. Es un caso muy sencillo de una antena que estudiaremos en el capítulo 4, la antena Yagi-Uda. Esta antena está formada por un elemento alimentado y uno (o más) elemento parásito tal y como muestra Fig. 142.
Si sabemos que:

Z_{11}=72+j5 Ω, Z_{22}=60-j22Ω, Z_{12}=48-j8Ω, d=0.1λ

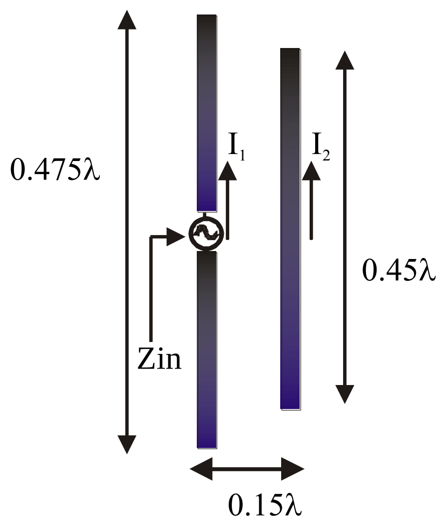


Fig. 142 Antena *Yagi-Uda* formada por un elemento alimentado y un parásito

Calcula:

a) la impedancia de entrada Z_{in},
b) la relación delante/detrás considerando que las dos antenas radian igual en un dipolo λ/2.

Solución:

a) De la ecuación (168) se obtiene $Z_{in}=34.9+j4.2\Omega$
b) Para calcular la relación delante/detrás, se obtiene, en primer lugar, el diagrama de radiación a partir de la relación de corrientes I_1 y I_2: ecuación (169). Asumiendo que el eje z coincida con los dipolos y que el eje x está definido de dipolo alimentado a elemento parásito tenemos que:

$$\vec{N}_t = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$$

Considerando que la distribución de corrientes del dipolo alimentado es aproximadamente igual a la del dipolo de media longitud de onda se obtiene (sección 3.4):

$$\vec{N}_1 = \hat{z} I_1 2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta}$$

Donde I_1 por comodidad matemática tiene valor unitario.

En cuanto al vector de radiación del parásito, se debe tener en cuenta la relación de corrientes dada por la ecuación (169) y se debe tener en cuentas el desfase debido al desplazamiento del dipolo en la dirección X (ver sección 3.3.3). La distribución de corriente se puede aproximar por la del dipolo de media longitud de onda.

$$\vec{N}_2 = \hat{z} I_2 2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta} e^{jk_x d} = \hat{z} \frac{-Z_{21}\cdot I_1}{Z_{22}} 2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta} e^{jk_x d}$$

Finalmente, pasando a coordenadas esféricas y considerando $I_1 = 1$:

$$\vec{N}_t = -\hat{\theta}\cdot sen\theta \cdot \left(2\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta} - 2\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen^2\theta} e^{jk_x d} \right) = 2\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{ksen\theta}\left(1 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} e^{jk\sin\theta\cos\varphi d}\right)\hat{\theta}$$

A partir de las ecuaciones (133) a (135), se calcula el campo radiado E. Como la variación angular ya está implícita en el vector de radiación y de (133) a (135) sólo añaden términos escalares, la forma del diagrama se puede calcular directamente con la expresión obtenida del vector de radiación. Se observa cómo el campo radiado es el producto del elemento base (se ha asumido que los dos elementos tienen una distribución de corriente a lo largo del hilo como la del dipolo de media longitud de onda y por tanto radian como éste) multiplicado por un término que tiene en cuenta la separación entre elementos y la relación de corrientes. Con los valores del enunciado y considerando un corte del diagrama en el plano XZ (φ=0º).

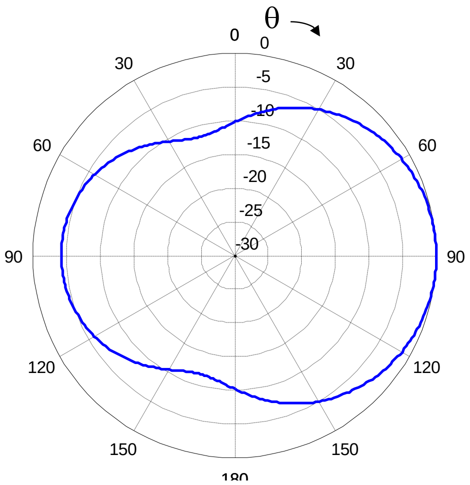


Fig. 143 Diagrama de radiación en el plano XZ. La relación delante-detrás es de 4.2dB.

RESUMEN

Hemos presentado la autoimpedancia y la impedancia mutua de una antena dipolo aunque las expresiones generales que aparecen en las referencias pueden aplicarse a cualquier tipo de antena. Hemos visto que la impedancia de entrada es la autoimpedancia sólo cuando la otra antena o antenas están muy lejos. Se ha estudiado que la impedancia mutua es un indicador de la interacción entre antenas: no sólo depende del tipo de antena sino además de cómo estén orientadas. Es el caso de dos dipolos paralelos o colineales. En el último caso la interacción es menor y lo es por lo tanto la impedancia mutua.

Es importante subrayar que en el caso de una antena alimentada (*driven element*) y otra/s no alimentada/s directamente sino por acoplamiento (*parasitic element*), la interacción debida a la impedancia mutua puede ser utilizada para aspectos positivos como por ejemplo aumentar el ancho de banda y modificar el diagrama de radiación convenientemente. Este último caso se analizará en detalle cuando se hable de la antena *Yagi-Uda* en el capítulo de agrupaciones. En cambio, en aquellas antenas como las agrupaciones (Fig. 6, Fig. 153) donde generalmente todos los elementos están alimentados directamente a partir de una red de distribución, la impedancia mutua puede pasar a ser un aspecto negativo ya que puede limitar las prestaciones como el ancho de banda, eficiencia y distorsionar el diagrama de radiación.

Sesión 14: Sistemas de alimentación

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 2 horas

OBJETIVOS

Entender el mecanismo de alimentación de dipolo al mismo tiempo que se introduce un nuevo tipo de dipolo: el dipolo doblado.

CONTENIDOS

Introducimos un concepto nuevo: el dipolo doblado. Se presentan estructuras balanceadas como las antenas dipolo y cómo alimentarlas y también, cómo alimentar estructuras no balanceadas como el monopolo.

3.10. El dipolo doblado

La antena básica que hemos estudiado ha sido el dipolo $\lambda/2$ con una impedancia de entrada en la frecuencia de resonancia alrededor de 73Ω. A veces, si la impedancia característica es diferente, como por ejemplo 300Ω, es útil utilizar el dipolo doblado ya que su impedancia de entrada en la frecuencia de resonancia es 4 veces mayor. En [18] puedes encontrar la explicación del dipolo doblado.

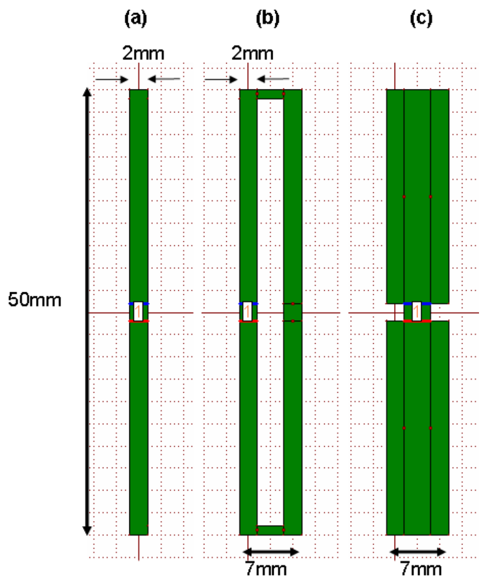


Fig. 144 Comparación entre: a) dipolo de referencia, b) dipolo doblado donde cada brazo tiene las mismas dimensiones que el dipolo de referencia, c) dipolo ancho que ocupa el mismo área que el dipolo doblado (dipolo ancho).

Dado que el dipolo doblado presenta una impedancia en la frecuencia de resonancia unas 4 veces superior al del dipolo, con el fin de comparar anchos de banda de impedancia, consideramos que la impedancia del generador es igual a Z_g=300Ω. En la Fig. 145 hay 6 casos representados. En primer lugar, el coeficiente de reflexión del

dipolo de referencia referido a una Z_g=50Ω y 86Ω. El hecho de referirlo a 86Ω es gracias a que esta es la impedancia que maximiza el ancho de banda (Fig. 146). En efecto, puesto que el dipolo presenta una impedancia de aproximadamente 73Ω en la frecuencia de resonancia (2.8GHz). Si Z_g=86Ω observamos del recorrido en carta de Smith de la Fig. 146 como envuelve el centro y, por tanto, como hay un margen de frecuencias grande que presenta un S_{11}<-10dB.

Para el dipolo doblado repetimos el experimento y naturalmente si se refiere su impedancia a una Z_g=50Ω, la antena está completamente desadaptada, tal y como queda reflejado en la Fig. 145 y Fig. 146. Si Zg=300Ω, el recorrido de la impedancia pasa por el centro de la carta. Observad cómo la curva es más cerrada que para el caso del dipolo de referencia. Esto indica que se puede extraer más ancho de banda para el dipolo doblado, es decir, si en vez de buscar un pico de muy buena adaptación, se desea un ancho de banda más grande, se puede sacrificar el pico de adaptación si intentamos que el bucle de impedancia envuelva el centro de la carta de Smith. Como se observa, una vez es referenciado a Z_g=300Ω, el ancho de banda a S_{11}<-10dB del dipolo doblado es muy superior al del dipolo de referencia referido a Z_g=86Ω. En particular, el ancho de banda del dipolo (Z_g=86Ω, S_{11}<-10dB) es 16.2% y para el dipolo doblado (Z_g=86Ω, S_{11}<-10dB) es 27.1%, claramente superior.

Pero la pregunta que es necesaria plantearse es: ¿es la naturaleza del propio dipolo doblado lo que provoca que tenga un ancho de banda superior que el dipolo de referencia, o bien el hecho de que ocupe más área? Se ha estudiado en la sección de impedancias (Fig. 138) como el ancho de banda de impedancia aumenta al hacer el dipolo más grueso. Es necesario, pues, comparar con un dipolo que ocupe el mismo área, tal y como se propone en la Fig. 144. Los resultados se encuentran representados en la Fig. 145 donde el dipolo ancho (referido a Z_g=80Ω) y el dipolo doblado (Z_g=300Ω), presenten aproximadamente el mismo ancho de banda a S_{11}=-10dB.

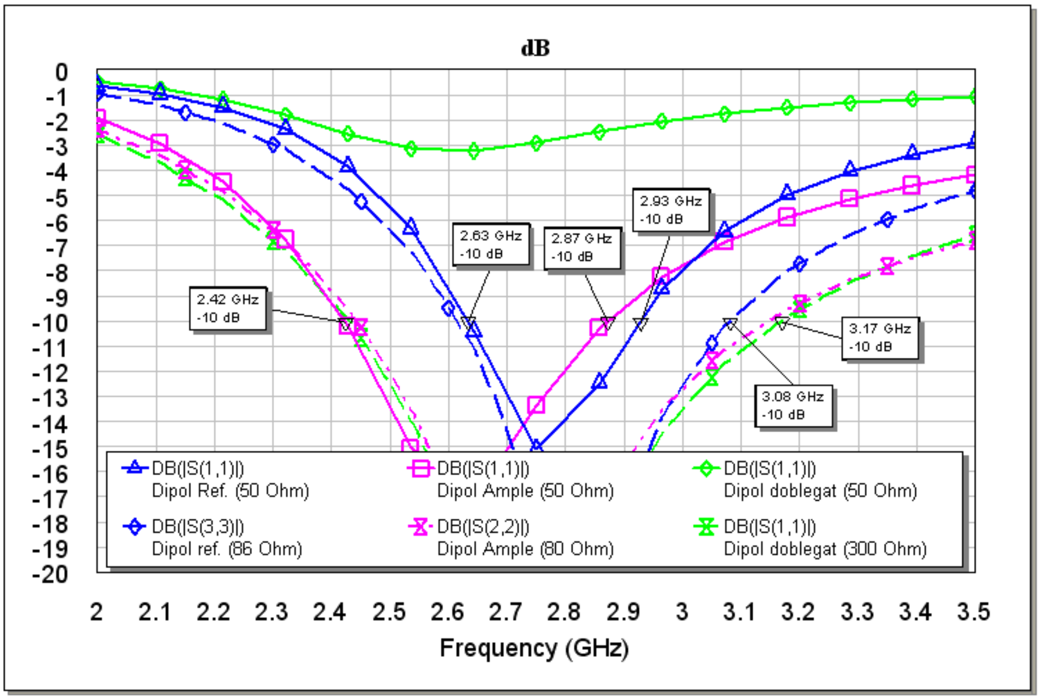


Fig. 145 Comparación del coeficiente de reflexión para los casos de la Fig. 144. Entre paréntesis se indica la impedancia de referencia del generador al cual está conectada directamente la antena.

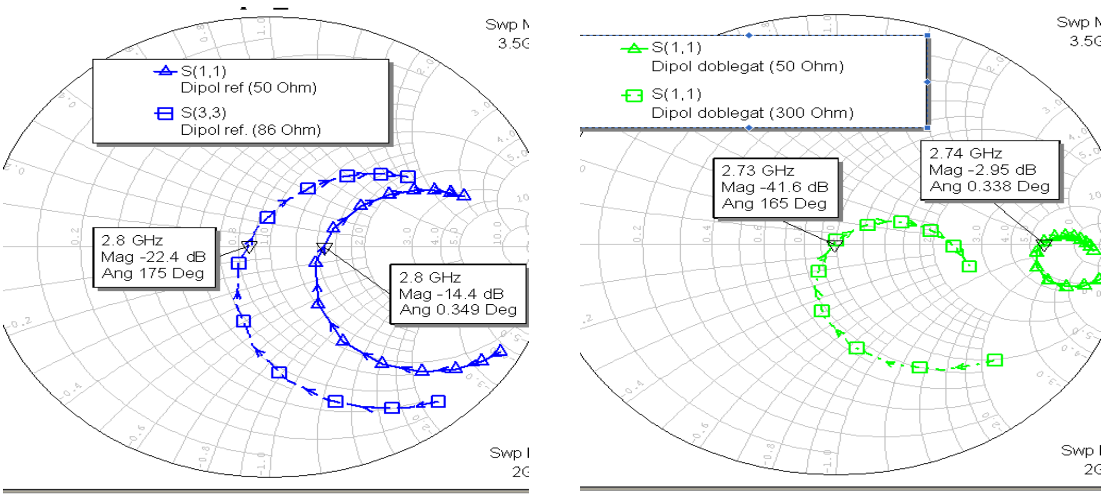


Fig. 146 Izquierda: impedancia del dipolo de referencia con Z_g=50Ω y 86Ω. Derecha: impedancia del dipolo doblado con Z_g=50Ω y 300Ω.

Llegados a este punto podríamos concluir que la única aportación del dipolo doblado es la de tener un ancho de banda equivalente al de un dipolo que ocupe la misma área, pero con una impedancia referida a 300Ω, cosa que lo hace útil para ciertas aplicaciones donde la impedancia de referencia tiene este valor. Pero, si se analizan con más detenimiento los dos casos, se observa cómo del dipolo doblado se puede extraer aún más ancho de banda. La Fig. 147 muestra en la carta de Smith la impedancia del dipolo ancho (Zg=80Ω) y del dipolo doblado (Zg=300Ω). Se observa claramente cómo la forma de bucle de impedancia es más cerrada para el dipolo doblado, algo que facilita que se pueda extraer más ancho de banda si el bucle se sitúa debidamente envolviendo el centro de la carta de Smith a través de una red de adaptación. Este resultado se muestra en la Fig. 148 donde ahora queda patente el gran ancho de banda que se puede extraer del dipolo doblado.

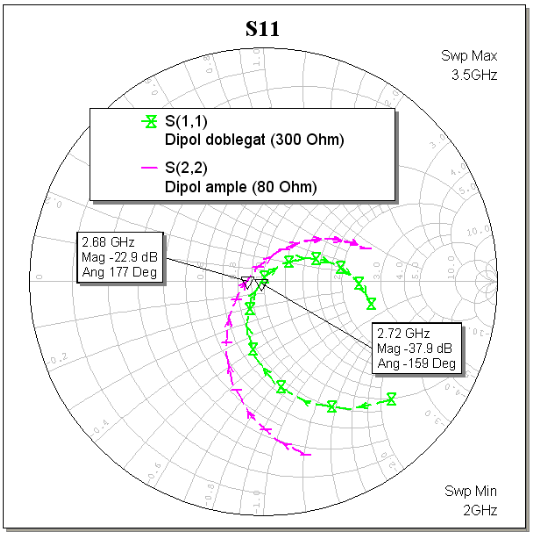


Fig. 147 Impedancia para el dipolo ancho (Z_g=80Ω) y el dipolo doblado (Z_g=300Ω). Se observa cómo el bucle formado por el dipolo doblado es más cerrado que el del dipolo ancho.

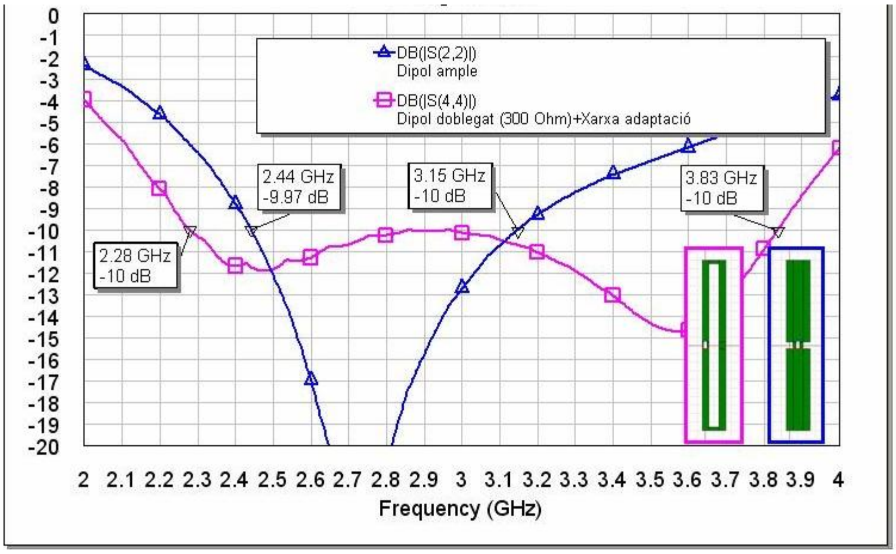


Fig. 148 Coeficiente de reflexión para el dipolo ancho (Z_g=80Ω) y para el dipolo doblado una vez se ha utilizado una red de adaptación para centrar el bucle de impedancia con el objeto de maximizar el ancho de banda.

En cuanto a las características de radiación del dipolo doblado en comparación a la del dipolo de referencia, son iguales ya que la corriente en el dipolo doblado en su modo radiactivo tiene la misma fase y están eléctricamente muy cercanas.

En definitiva, el dipolo doblado presenta una impedancia 4 veces superior al del dipolo y, debidamente diseñado, permite obtener un ancho de banda superior. Variables como radios del dipolo (no necesariamente iguales) y distancia entre ellos, permiten un gran abanico de posibilidades para optimizar el diseño según los requerimientos dados. La radiación producida igual que el dipolo, hace que el dipolo doblado sea un elemento comúnmente utilizado, como por ejemplo las antenas de aplicaciones domesticas como las *Yagi-Uda,* por lo cual es este el elemento principal (alimentador).

3.11. Balunes

Cuando en una línea de transmisión hay presentes dos potenciales de igual magnitud pero de signo contrario decimos que la estructura es equilibrada o balanceada como por ejemplo una línea bicable; cuando tenemos una potencia V y otra de referencia cero decimos que la línea es no equilibrada o no balanceada como un cable coaxial. En este sentido, si alimentamos dos estructuras con diferente comportamiento, tendremos que utilizar un elemento que nos pase de una estructura a otra [2,18]. Este elemento recibe el nombre de *balun*, del inglés *Balanced-Unbalanced*. Si conectamos

- dipolo en un cable coaxial: debemos simetrizar,
- dipolo en línea bi-cable: no se tiene que simetrizar,
- monopolo en cable coaxial: no se tiene que simetrizar.

En el caso de excitar un dipolo directamente con un cable coaxial sin un balun, se puede producir una corriente que circula por la parte externa de la malla hecho que provoca una alteración de la impedancia y distorsión del diagrama de radiación (Fig. 149). La impedancia mesurada será variable con la longitud del cable cosa que no es deseable.

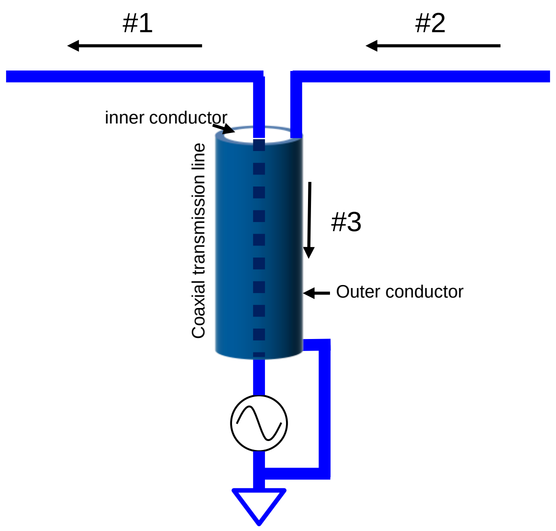


Fig. 149 Dipolo alimentado directamente con un cable coaxial. La corriente #3 que circula por la parte externa de la malla (*outer conductor*) es indeseable ya que altera la impedancia y distorsiona el diagrama de radiación.

De totas forma no es generalizable ya que se puede alimentar un dipolo sin tener un balun. Si se trata de una antena dipolo de banda ancha en la que la longitud del dipolo es grande en términos de la longitud de onda, la corriente en los extremos de la antena es débil. Si se conecta una línea coaxial soldada a lo largo de toda su longitud al conductor de la antena y se sale por el extremo, la corriente por la parte externa de la malla es insignificante evitando de esta forma el uso de un balun (Fig. 150).

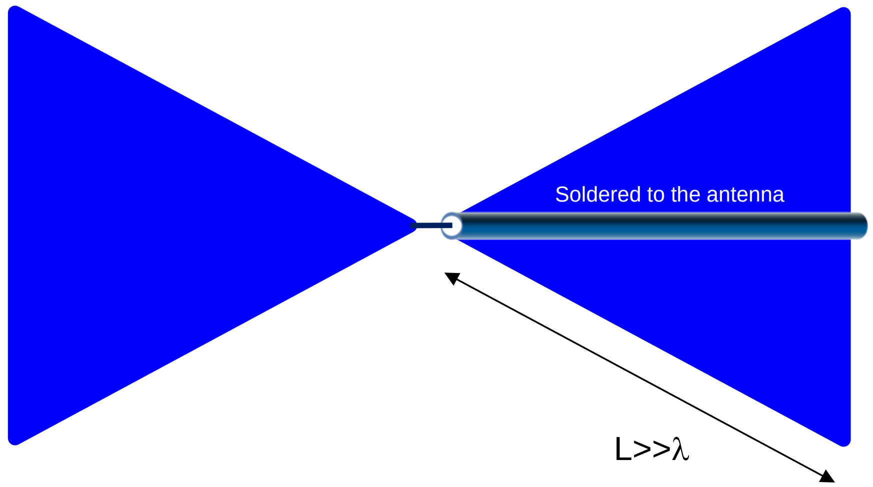


Fig. 150 Antena eléctricamente larga alimentada sin balun

En los casos que se necesite balun, se pueden utilizar varias técnicas entre las que destacamos:

a) enrollar el propio cable coaxial para que tenga un efecto inductor y por tanto presente una impedancia elevada a la frecuencia de operación y minimice de esta forma la corriente por la parte externa de la malla
b) uso de ferritas que abracen la malla con la misma finalidad anterior
c) uso de balun integrados tipo chip con la ventaja de ser pequeños pero se ha de tener en cuenta las limitaciones de ancho de banda y pérdidas de inserción

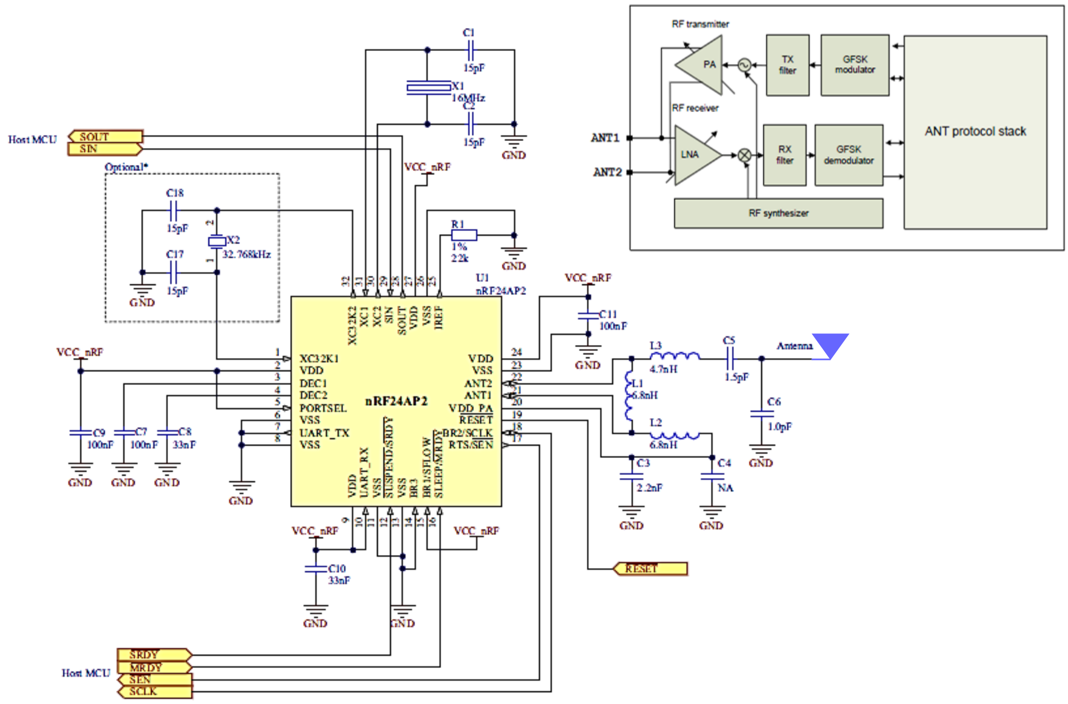


Fig. 151 Ejemplo de conexión de una antena no-balanceada con un chip balanceado mediante un balun realizado con componentes discretos bobina-condensador. Fuente: Nordic Semiconductor. nRFAP2 Product Specification

Ejemplo de conectores y líneas

Los sistemas de conexión tanto los terminales (conectores) como las líneas de transmisión son una parte fundamental del sistema antena (Fig. 152). Estabilidad con la temperatura, robustez, ROE próxima a 1 en el margen de frecuencias de interés, pocas pérdidas, potencia soportada, productos de intermodulación bajos (Fig. 177), coste, son algunos de los parámetros que el ingeniero ha de tener en consideración en la fase de desarrollo de un producto.



Fig. 152 Ejemplos de conectores tipo N y líneas de transmisión coaxiales. Gentileza de la empresa Spinner GmbH. En márgenes superiores al GHz se ha de tener precaución con les transiciones y líneas con el objetivo de tener buenas prestaciones

RESUMEN

Hemos presentado un nuevo concepto: el dipolo doblado. Este concepto es útil cuando se quiere aumentar la impedancia de una antena. Como caso particular si se aplica al dipolo $\lambda/2$ se puede conseguir una impedancia en la frecuencia de resonancia de 300, siendo una impedancia característica de líneas de transmisión utilizadas en aplicaciones de recepción de televisión comercial.

Finalmente se ha presentado cómo alimentar estructuras balanceadas cuando están conectadas a estructuras no balanceadas: el ejemplo más característico y además el más utilizado es conectar un dipolo a un cable coaxial en el que necesitamos un balun. Si el dipolo se excita directamente conectándolo a uno de los brazos y la malla al otro brazo, produce una corriente de retorno que circula por la parte externa de la malla que distorsiona el diagrama, altera la impedancia e incluso puede tiznar la eficiencia de radiación. De aquí la importancia del balun. Si el dipolo es eléctricamente largo, se puede evitar el uso del balun si la malla se puede conectar a lo largo del hilo de la antena y salir el conector por un extremo donde la corriente es mínima. Eso puede resultar práctico en aplicaciones de banda ancha cuando se utilizan dipolos eléctricamente grandes.

Sesión 15: Introducción a las agrupaciones de antenas

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

El objetivo de este capítulo de agrupaciones de antenas es ver el papel que juega la excitación compleja de cada elemento, el número de elementos y la distancia entre ellos. Saber el papel nos permitirá determinar cómo se puede aumentar la directividad, cómo controlar la relación de los lóbulos secundarios, cómo desapuntar el haz principal y cómo calcular las excitaciones para que la antena radie de una forma determinada.

CONTENIDOS

En esta sesión introduciremos las agrupaciones de antenas y presentaremos cómo calcular el diagrama de radiación de una agrupación de antenas iguales.

4. Agrupaciones de antenas

4.1. Introducción

Hasta ahora hemos estudiado antenas que presentan directividades relativamente bajas (~2-6dBi). Una manera para aumentar la directividad de una antena es agruparlas en lo que denominamos agrupación o array de antenas. Pero no sólo se puede conseguir la directividad deseada, sino que además puede sintetizarse la forma del diagrama de radiación; es lo que se conoce como síntesis. Es decir, dado un diagrama de radiación, qué excitación permite obtener el diagrama deseado. Además, con agrupaciones, se podrá barrer el máximo de radiación en cualquier dirección del espacio.

A lo largo de este capítulo dedicado a agrupaciones veremos:

a) análisis de agrupaciones tanto unidimensionales como bidimensionales,
b) cómo se puede barrer el haz de manera electrónica; útil para aplicaciones de radiolocalización,
c) cómo sintetizar diagramas de radiación. Estudiaremos el método de Fourier.

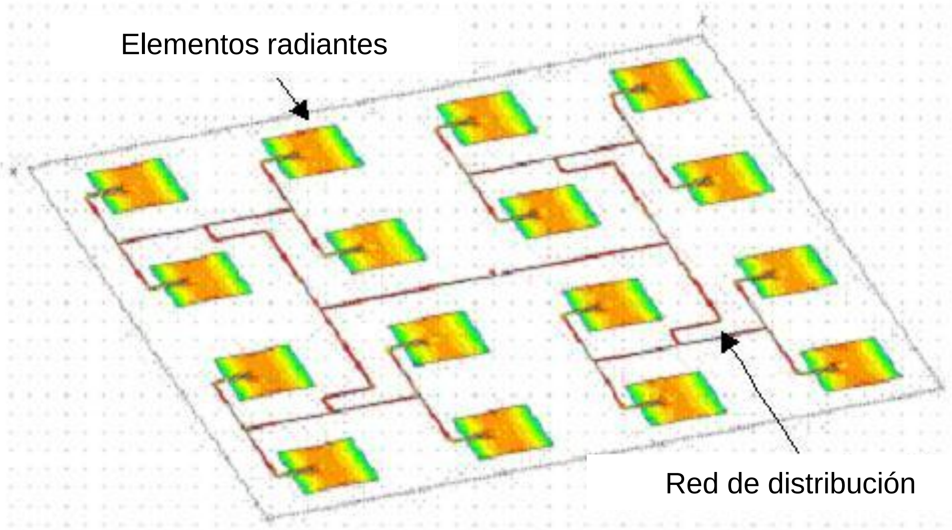


Fig. 153 Ejemplo de *array* bidimensional 4x4 formado con radiadores *microstrip*. La red de distribución *microstrip* sirve para alimentar los elementos [43]. Gentileza del Dr. Jian X. Zheng de la empresa Zeland, Fremont, U.S.A.

4.1.1. Diagrama de radiación de una agrupación

Al analizar dipolos situados sobre un PEC, hemos utilizado la teoría de imágenes para obtener un problema equivalente formado por los dipolos originales y los dipolos imagen. La forma de calcular el vector de radiación total se ha basado en definir correctamente la distribución de corrientes sobre cada uno de los elementos. Otro ejemplo estudiado ha sido el caso de la espira elemental cuadrada donde se ha calculado la radiación como la producida por cuatro tramos de hilo. Se ha visto que se está en disposición de calcular diagramas de radiación de agrupaciones como suma de vector de radiación. Repasando los casos del dipolo sobre PEC, se observa que el campo total es un producto formado por el campo producido por el dipolo radiando aisladamente y por un factor que se denomina factor de agrupación y que sólo depende de la geometría del problema (altura en ese caso). Por lo tanto, con la teoría presentada hasta el momento, se podría calcular el diagrama formado por una agrupación cualquiera. De todas formas, se verá en este capítulo una forma matemática de compactar el cálculo que nos permitirá resolver los problemas de una manera más sencilla. Esto permitirá analizar de manera muy genérica qué sucede en el diagrama de una agrupación si los elementos se excitan con determinadas amplitudes y fases. Además, si hasta ahora se ha estudiado análisis de antenas, es decir, dada una antena, calcular cómo radia, a partir de la teoría que estudiaremos, podremos realizar el proceso inverso, que es: dado un diagrama especificado, cómo tiene que ser la antena (excitaciones) que permite sintetizar dicho diagrama.

Sin pérdida de generalidad, partimos de un caso que podemos resolver con las herramientas hasta ahora estudiadas. Sea una agrupación de tres dipolos tal y como muestra la Fig. 154.

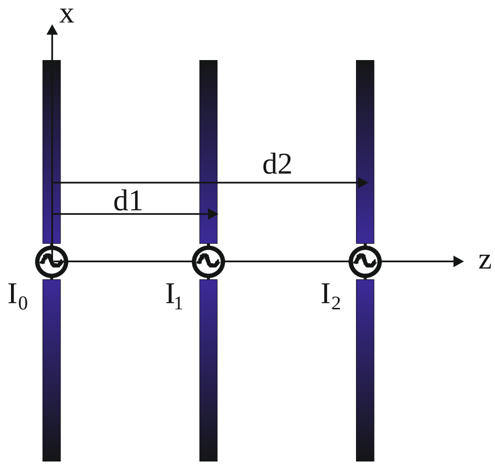


Fig. 154 Agrupación de tres dipolos alineados como el eje z. Las excitaciones de cada uno son I_0, I_1 e I_2.

Calculemos cuál es el campo radiado. Para hacerlo, calculemos primero el vector de radiación *N*. En la integral de radiación *N* aparece la corriente que en este caso es:

$$\vec{J}(\vec{r}\,') = \hat{x}I_0(x')\delta(z')\delta(y') + \hat{x}I_1(x')\delta(z'-d_1)\delta(y') + \hat{x}I_2(x')\delta(z'-d_2)\delta(y')$$

Donde I_1, I_2 e I_3 son las corrientes en cada dipolo. Según como sea el dipolo, la variación de la corriente a lo largo del dipolo será diferente como ya hemos estudiado, es decir, I_1, I_2 e I_3 son funciones de x.
Por lo tanto, el vector *N* total podemos dividirlo como suma de tres vectores de radiación, una para cada dipolo. Sea N_i el vector de radiación de cada dipolo *i*:

$$\vec{N}_0 = \int_{x'=-\infty}^{\infty}\int_{y'=-\infty}^{\infty}\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_0(x')\delta(z')\delta(y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz'$$

$$\vec{N}_1 = \int_{x'=-\infty}^{\infty}\int_{y'=-\infty}^{\infty}\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_1(x')\delta(z'-d_1)\delta(y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz'$$

$$\vec{N}_2 = \int_{x'=-\infty}^{\infty}\int_{y'=-\infty}^{\infty}\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_2(x')\delta(z'-d_2)\delta(y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}e^{jk_z z'}dx'dy'dz'$$

que si operamos resulta:

$$\vec{N}_0 = \int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_0(x')e^{jk_x x'}dx'$$

$$\vec{N}_1 = \left[\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_1(x')e^{jk_x x'}dx'\right]e^{jk_z d_1}$$

$$\vec{N}_2 = \left[\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} \hat{x}I_2(x')e^{jk_x x'}dx'\right]e^{jk_z d_2}$$

Si ahora suponemos que las tres antenas son iguales, las distribuciones de corrientes serán las mismas. De esta forma tenemos que:

$$I_0(x') = I_0 f(x')$$
$$I_1(x') = I_1 f(x')$$
$$I_2(x') = I_2 f(x')$$

y queda como término común la integral de las corrientes sobre la antena. Entonces, teniendo en cuenta este término común se obtiene:

$$\vec{N}=\left[\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}\hat{x}f(x')e^{jk_x x'}dx'\right]\left[I_0+I_1e^{jk_z d_1}+I_2e^{jk_z d_2}\right]$$

donde claramente se distinguen dos partes: la primera es la radiación producida por un dipolo de longitud l, y el otro término que denominaremos a partir de ahora factor de *array* o de la agrupación que depende de la excitación y de la separación entre antenas.
Si suponemos ahora que $d_1=d$ y que $d_2=2d$, el factor de array resulta:

$$\vec{N}=\left[\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}\hat{x}f(x')e^{jk_x x'}dx'\right]\left[\sum_{n=0}^{2}I_n e^{jk_z nd}\right]$$

Para acabar, suponemos que las amplitudes de corrientes son complejas con una fase progresiva α (más adelante estudiaremos por qué interesa tener agrupaciones donde la fase de excitación sea progresiva), de forma que la expresión de la corriente es $I_n e^{jn\alpha}$

$$I_n=a_n e^{jn\alpha}$$

que sustituyendo en la anterior expresión queda:

$$\vec{N}=\left[\int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}}\hat{x}f(x')e^{jk_x x'}dx'\right]\left[\sum_{n=0}^{2}a_n e^{jn(k_z d+\alpha)}\right]$$

Obtener el campo eléctrico radiado total es inmediato y resulta:

$$\vec{E}(\vec{r})=\vec{E}_o(\vec{r})\sum_{n=0}^{2}a_n e^{jn(k_z d+\alpha)} \tag{170}$$

donde E_o es el campo del elemento básico de la agrupación, en este caso un dipolo.

A pesar de haber encontrado la expresión exacta resulta difícil representar el diagrama de radiación y derivar conclusiones. Cabe destacar que este ejemplo nos permite introducir el concepto de factor de array. En las próximas secciones veremos cómo podemos, a partir del factor de array, representar de una forma muy sencilla el diagrama de radiación. Para terminar, acabamos de compactar todavía más la notación utilizada definiendo un ángulo Ψ que denominamos ángulo eléctrico dado por:

$$\psi=k_z d+\alpha \tag{171}$$

Nota importante: en el caso que el array hubiera estado alineado con el eje x, el ángulo eléctrico ψ vendría dado por $k_x d+\alpha=ksen(\theta)cos(\varphi)+\alpha$, y si hubiera estado alineado con el eje y vendría dado por $k_y d+\alpha= ksen(\theta)sen(\varphi)+\alpha$. Si se revisa la anterior formulación, puede demostrarse fácilmente. Referir el ángulo eléctrico respecto *x* e *y* será útil cuando tratemos agrupaciones bidimensionales que

usualmente y por comodidad matemática las situaremos en el plano XY. También por comodidad matemática, las agrupaciones lineales solemos posicionarlas en el eje *z,* ya que la expresión del ángulo eléctrico ψ es más sencilla.

Teniendo en cuenta esta definición ángulo eléctrico el campo total es:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_o(\vec{r}) \cdot \sum_{n=0}^{2} a_n e^{jn\psi} = \vec{E}_o(\vec{r}) \cdot FA(\psi) \qquad (172)$$

Generalizando, el factor de array de una agrupación de N elementos excitados con unos coeficientes a_n resulta:

$$FA(\psi) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jn\psi} \qquad (173)$$

Las conclusiones que de momento podemos derivar son:

a) dada una agrupación de elementos iguales, el diagrama de radiación total viene dado por el producto del diagrama del elemento básico y por el factor de la agrupación,
b) el factor de *array* FA(ψ) depende de la amplitud y fase. No depende de la distancia entre elementos. Lo que depende de *d* es la parte del factor de *array* en el espacio real, es decir, el diagrama de radiación.

En las siguientes secciones se estudia el cálculo del factor de array en función de unas determinadas excitaciones a_n y su representación gráfica.

Las propiedades del FA podemos encontrarlas en [17].

RESUMEN

Se ha introducido en este capítulo las agrupaciones de antenas. Se ha presentado el concepto de factor de array: el diagrama de radiación total es el producto del diagrama del elemento básico de la agrupación por el factor de array. Entonces, el análisis se centra en estudiar el factor de array dado un cierto número de elementos, sus amplitudes y fases de excitación. La separación entre elementos por otro lado no aparece estrictamente en el factor de array, sino una vez se pasa del dominio del ángulo eléctrico al espacio real sabiendo la distancia entre elementos, el cual resulta en el diagrama de radiación.

Sesión 16: Representación gráfica del diagrama. Polinomio de la agrupación

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 4 horas

OBJETIVOS

Representar de manera gráfica el diagrama de radiación del factor de array y del diagrama de radiación.

Comprender la utilidad del polinomio de la agrupación.

CONTENIDOS

En esta sesión veremos cómo dada una agrupación de antenas podemos calcular de manera gráfica el diagrama de radiación. Estudiaremos cómo podemos aumentar la directividad de una agrupación, cómo podemos controlar la relación entre los lóbulos secundarios respecte al lóbulo principal, como podemos desapuntar el haz (*phased-array*), qué se entiende y cómo se pueden evitar los lóbulos de difracción, y qué es un array *broadside o* transversal*)* y *end-fire o* longitudinal.
Podremos notar que existe un paralelismo muy grande con la teoría de procesado de señal, en el sentido que el diagrama de radiación es proporcional a la transformada de Fourier de la corriente sobre la antena. En el caso de agrupaciones, al ser un muestreo de corriente, veremos que aparecerá el concepto de lóbulos de difracción, que es equivalente al *aliasing* estudiado en temas de procesado de la señal.
Finalmente introducimos el polinomio de array.



Fig. 155 Joseph Fourier (1768-1830) matemático y físico francés. El concepto de transformada de Fourier es extremadamente útil para entender cómo el espacio actúa como transformador de Fourier en el sentido que el diagrama de radiación es una transformada de las corrientes sobre la antena.

4.1.2. Representación gráfica del diagrama de radiación de una agrupación

Aunque ya podemos calcular de manera analítica la expresión formal de una agrupación, no podemos de manera sencilla saber cómo afecta que una agrupación tenga excitaciones iguales o presente unos elementos con más peso, qué sucede si se varía la fase, qué sucede si se aumenta el espacio entre elementos, qué hay que hacer para conseguir máxima directividad, cómo se pueden evitar radiaciones no deseadas (lóbulos de difracción). Con la representación gráfica que a continuación se expone y las próximas secciones quedarán explicados todos estos términos para conocer con más profundidad una agrupación.

Primeramente se verá cómo a partir de un FA se puede calcular el diagrama de radiación. En las próximas secciones veremos cómo calcular FA dadas unas excitaciones.

Dado una factor de array (sin pérdida de generalidad se supone un factor de array de una agrupación alineada con el eje Z con 5 elementos puntuales (radiadores isotrópicos) donde todos los elementos están excitados con la misma amplitud), se puede calcular gráficamente el diagrama de radiación al mismo tiempo que puede verse qué efecto tiene aumentar la separación entre elementos y variar la fase (Fig. 156). Se observa cómo el FA es periódico con un período de 2π. Sólo una parte del factor de array es el diagrama de radiación. Tenemos en cuenta que el array está alineado con el eje de las Z $\psi = k_z d + \alpha$ si la fase progresiva α=0, es decir, todos los elementos están excitados con la misma fase, $\psi = kd\cos\theta$. Por tanto, pasar del dominio eléctrico (ψ) al espacio real (θ,φ), se realiza mediante este cambio de variable. Como θ abarca el intervalo [-π,π], la parte del factor de *array* que se ha de trasladar del dominio eléctrico al visible es $\psi_{\max} = kd$ y $\psi_{\min} = -kd$. Este intervalo recibe el nombre de margen visible. Aumentar el margen visible significa por tanto trasladar más margen del dominio eléctrico al dominio visible. En la Fig. 156 el primer y último caso representan dos situaciones donde α=0, donde en el primer caso la separación entre elementos se ha escogido d=0.5λ, de forma que el margen visible es [-π,π], en cambio para el último caso, se aumenta a d=λ de forma que ahora aparecen en el margen visible los lóbulos de difracción situados en ±2π hecho que en la mayoría de las situaciones prácticas se intenta evitar. Para evitar estos lóbulos se podría reducir el margen visible. Es interesante subrayar cómo en este último caso donde d=λ el haz principal es más estrecho que en el primero. En efecto, en el último caso, la longitud de la agrupación es eléctricamente más grande y por los principios de transformación de Fourier que se ha introducido al hablar de antenas lineales, tener una distribución de corriente (en este caso discreta) más grande eléctricamente comporta un ancho de haz más estrecho. Sin embargo, se debe subrayar que para una agrupación donde d fuese ligeramente más pequeño que λ es tendría más directividad ya que aunque sea eléctricamente más pequeña que la agrupación con d=λ, se estaría mitigando los lóbulos de difracción y por tanto aumentando considerablemente la directividad. Para tener un orden de magnitud, por la separación de d=λ se consigue una directividad de D=6.9dB. Si la separación se reduce a d=0.85λ para reducir los lóbulos de difracción, la directividad aumenta a D=8.8dB, casi 2dB aunque sea una agrupación eléctricamente más corta.

Siguiendo con la representación gráfica, es interesante analizar el efecto de la fase progresiva. Con la misma argumentación anterior, el margen visible para una fase

progresiva genérica se convierte en $\psi_{max} = kd + \alpha$ y $\psi_{min} = -kd + \alpha$, por lo tanto el margen visible es una ventana centrada en α y de radio kd. El efecto queda demostrado gráficamente en el segundo caso de la Fig. 156 que en comparación con el primer caso, consigue desapuntar el haz en otras direcciones del espacio.

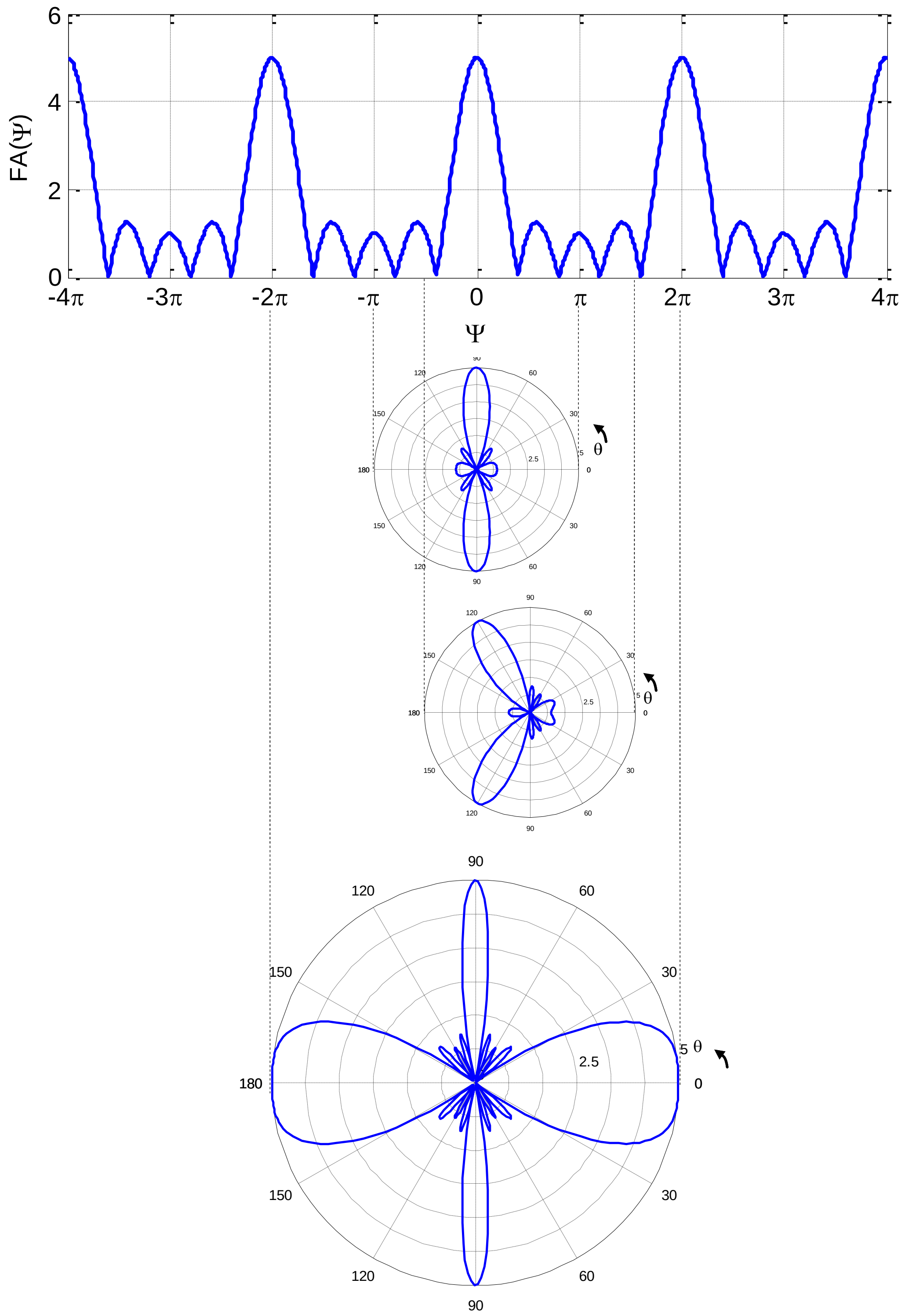


Fig. 156 Representación gráfica para trasladar el dominio eléctrico al visible.

Como conclusiones más importantes destacamos:

a) Si la fase progresiva es cero (máximo de radiación en la dirección perpendicular al eje de la agrupación=array *broadside* o transversal), la directividad va aumentando a medida que se aumenta la separación entre elementos siempre y cuando no entre en el margen visible los lóbulos de difracción (separación entre elementos $d<\lambda$),
b) El máximo de radiación puede desapuntarse si se varía la fase progresiva α. Por lo tanto, como las fases de excitación se pueden controlar de manera electrónica, se puede conseguir una antena que pueda apuntar al eje de forma electrónica; es lo que se conoce como *phased-array,*
c) Una agrupación que tenga fase progresiva α =180º y un espaciado entre elementos $\lambda/2$ tiene los máximos de radiación en la dirección del eje de la agrupación: array *end-fire.*

4.1.3. Polinomio de *array*

El polinomio de array es una herramienta matemática para utilizar propiedades adicionales.
El polinomio es un polinomio que tiene como variable z:

$$FA(\psi) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jn\psi}$$

$$si \quad z = e^{j\psi}$$

$$P(z) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n z^n$$

Donde *P(z)* es el polinomio de *array*.
En las siguientes secciones veremos cómo podemos caracterizar agrupaciones utilizando el polinomio de array.

Se observa que *z* es una variable compleja de módulo unitario. El plano de representación es el que muestra la Fig. 157.

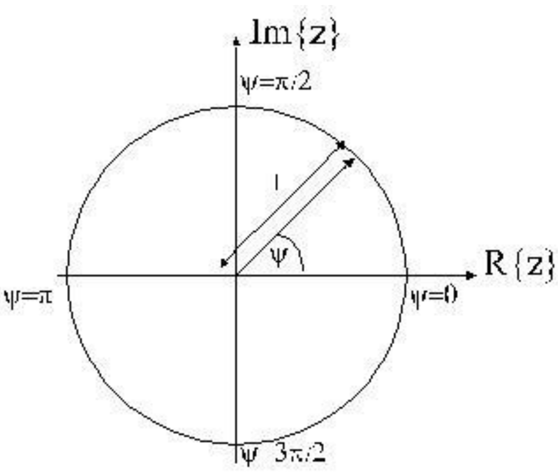


Fig. 157 Plano complejo z. Los ceros del polinomio de array se encontrarán en el plano *z*: en el círculo unitario, es decir, en |z|=1. Dependiendo de cómo sea el margen visible $\psi\in$ [α -kd, α +kd] habrá más o menos número de ceros.

La situación más habitual, que es además la que estudiaremos, es la que se caracteriza por tener todos los ceros en el círculo unitario. Un cero es un nulo en el factor de array. Dependiendo de cómo sea el margen visible, aparecerán más o menos nulos en el diagrama de radiación. Por ejemplo, tenemos un polinomio con 5 ceros, si el espaciado entre elementos es $d=\lambda/2$ y $\alpha=0$, quiere decir que habrá 5 nulos en el diagrama de radiación ya que el margen visible es $\psi\in[-\pi,\pi]$; en cambio, si el espaciado es $d=\lambda$ habrá 10 nulos ya que el margen visible es $\psi\in[-2\pi,2\pi]$ y estamos dando dos vueltas en el plano *z*.

Una propiedad interesante es que si conocemos los ceros del polinomio puede construirse el polinomio P(z). Esto es útil para síntesis de diagramas donde interesa fijar nulos de diagrama de radiación en determinadas direcciones del espacio. Su utilidad puede ser la de minimizar interferencias en otros sistemas. Aunque en este capítulo introduciremos y explicaremos algunas herramientas de síntesis, veamos a continuación un ejemplo de síntesis de diagrama conocidos los nulos del diagrama de radiación.

Ejercicio

Obtener las excitaciones de una agrupación de 3 elementos espaciados $d=\lambda/4$ que tenga un máximo de radiación en $\theta=90^{\circ}$ y dos nulos en $\theta_z=26^{\circ}$ y 154°. Nota: suponer que la agrupación está alineada con el eje *z*.

Si la agrupación tiene un máximo en $\theta=90^{\circ}$, dirección perpendicular al eje del array (array *broadside* o transversal), la fase progresiva $\alpha=0^{\circ}$. Por lo tanto,

$$\psi = kd\cos(\theta) + \alpha = \frac{\pi}{2}\cos(\theta)$$

$$\theta_{z1} = 26^{\circ} \quad \psi_{z1} = \frac{\pi}{2}\cos(26^{\circ}) = 0.45\pi$$

$$\theta_{z2} = 154^{\circ} \quad \psi_{z2} = \frac{\pi}{2}\cos(154^{\circ}) = -0.45\pi$$

Con lo que el polinomio *P(z)* resulta:

$$P(z) = (z - e^{j0.45\pi})(z - e^{-j0.45\pi}) = z^2 - 0.3z + 1$$

Entonces, las excitaciones de la agrupación son: $a_n=\{1,-0.3,1\}$

Representamos a continuación el diagrama en el espacio real a partir del factor de *array*:

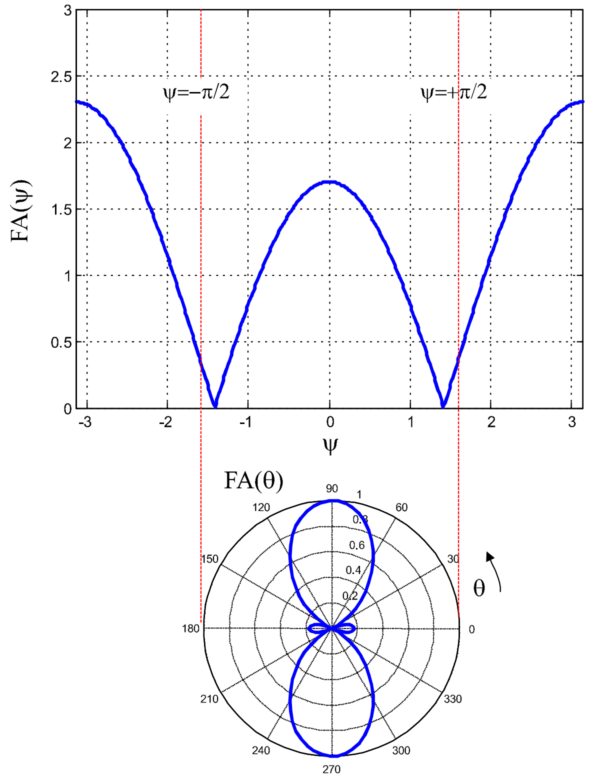


Fig. 158 Diagrama en el espacio real obtenido a partir del factor de array. El FA tiene simetría alrededor del eje de la agrupación.

RESUMEN

Se ha estudiado en esta sesión cómo representar gráficamente el diagrama de radiación en el espacio real a partir de un FA. Incrementar el espacio entre elementos supone un aumento del margen visible; que la fase progresiva es útil para desapuntar el haz principal y por lo tanto si el barrido se realiza de manera electrónica se obtiene una antena que puede barrer el espacio de manera muy rápida.
Finalmente se ha introducido una nueva herramienta denominada polinomio de array útil para encontrar los ceros del factor de array así como para síntesis de diagramas a partir de fijar nulos

Sesión 17: Agrupación lineal uniforme y triangular

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Saber calcular los parámetros principales (distancia entre ceros, distancia del haz a -3dB, NPLS, número de ceros) de una distribución uniforme.

CONTENIDOS

En la presente y la siguiente sesión estudiaremos tres tipos de distribuciones: la uniforme, la triangular y la binómica. La razón de estudiar estas distribuciones es que son casos extremos y por lo tanto, conociendo cómo se comportan estas distribuciones será fácilmente deducible el tipo de comportamiento que tendrán otras distribuciones.

4.2. Agrupación lineal uniforme

La agrupación uniforme se determina por a_n=1 para todo n. El factor de *array* resulta:

$$FA(\psi)=\sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi} \tag{174}$$

Donde el máximo lo tenemos para ψ=0 siendo FA(0)=N.

Si expresamos de forma más compacta, puesto que se trata de una serie geométrica se obtiene:

$$\left|FA(\psi)\right|=\left|\frac{\sin\frac{N\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\right| \tag{175}$$

Para calcular los ceros es conveniente expresar el factor de *array* en función de la variable $z=e^{j\psi}$:

$$P(z)=\sum_{n=0}^{N-1} z^n=\frac{z^N-1}{z-1} \tag{176}$$

Los ceros son las raíces complejas de la unidad excepto z=1 ya que está presente en el denominador.

$$\psi_z^n=2\pi\frac{n}{N} \quad n=1\ldots N-1 \tag{177}$$

De la ecuación (177), podemos calcular cual es el ancho del haz entre ceros del lóbulo principal centrado en Ψ=0 (ver factor array Fig. 156 el cual es un ejemplo para N=5).

$$\Psi_{z1} = \frac{2\pi}{N} \quad \Psi_{z2} = \frac{-2\pi}{N} \quad \Delta\Psi_z = \frac{4\pi}{N} \tag{178}$$

Se debe hacer énfasis que el ancho de haz definido por (178) no es en el dominio real, sino en el dominio eléctrico y que por tanto, se debe tener en cuenta la transformación con la ecuación (171). Por ejemplo, para un caso *broadside* (α=0) resulta:

$$\Psi_{z1} = \frac{2\pi}{N} = kd\cos\theta_{z1} \quad \theta_{z1} = \cos^{-1}\left(\frac{\lambda}{Nd}\right) \quad \Delta\theta_{z1} = \cos^{-1}\left(\frac{\lambda}{Nd}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{-\lambda}{Nd}\right)$$
$$\Delta\theta_{z1} = 2\cos^{-1}\left(\frac{\lambda}{Nd}\right) \tag{179}$$

Como la agrupación uniforme es posiblemente de las más utilizadas, es interesante saber cómo depende el ancho de haz del número de elementos y de su separación. Puedes encontrar cuál es el ancho de haz entre ceros del haz principal y cuál es el ancho de haz a –3dB, en *[18].* Estas expresiones son útiles porque permiten de forma muy sencilla estimar cuál es la directividad de una agrupación lineal ya sea *end-fire* o *broadside*.

Ejercicio

El siguiente ejercicio tiene como objetivo ilustrar un caso sencillo de aplicación de localización de móviles a partir de desfasar un sistema formado por dos antenas. En la realidad estos sistemas están formados por más elementos con la finalidad de obtener haces más directivos para aumentar la precisión. Se conocen como *smart antennas*.

Sea el conjunto de dos dipolos situados en el espacio como indica la figura 1.1. Considerando que para el dipolo 1 circula una corriente I_1 uniforme y que por el dipolo 2 circula una corriente I_2 también uniforme (ambos dipolos elementales), calcular:

a) El vector de radiación total en coordenadas esféricas del sistema formado por las dos antenas.

$$N_\theta = -l(I_1 + I_2 e^{j\pi sen\theta sen\varphi})sen\theta \qquad N_\varphi = 0$$

b) La expresión del campo radiado $\vec{E}$.

$$E_\theta = \tfrac{j\omega\mu}{4\pi}\tfrac{e^{-jkr}}{r} l(I_1 + I_2 e^{j\pi sen\theta sen\varphi})sen\theta \qquad E_\varphi = 0$$

c) Si $I_2 = I_1$, dibujar el diagrama de radiación en el plano H y compararlo con el de un dipolo aislado. Indicar claramente la posición del máximo/máximos y nulo/nulos.

Plano H $\theta=\pi/2$, Diagrama de potencia normalizado dipolo aislado=1; diagrama de potencia del conjunto de 2 dipolos normalizado al del dipolo aislado $= 4\left|\cos\tfrac{kd sen\varphi}{2}\right|^2$ =

$4\left|\cos\tfrac{\pi sen\varphi}{2}\right|^2$

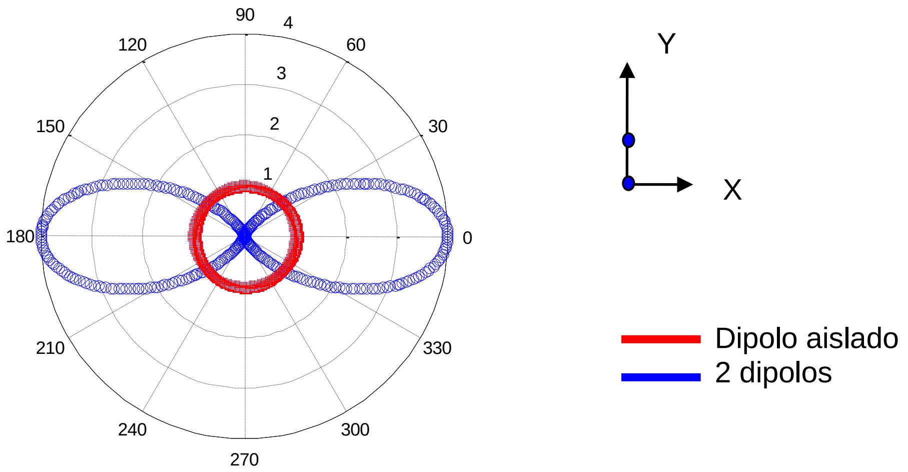


Fig. 159 Diagramas en escala lineal en el plano θ=90º.

d) En las condiciones del apartado c, calcular la diferencia de nivel en la dirección del máximo para la estructura de los dos dipolos respecto la de un dipolo aislado.

La diferencia de nivel de potencia=4 (6dB) tal y como es después de las ecuaciones de radiación

e) En las condiciones del apartado c, indicar la polarización del sistema formado por los dos dipolos

Lineal vertical ya que viene dada por la polarización de los dipolos.

f) Considerando $I_2 = I_1 e^{j\alpha}$, encontrar la expresión del diagrama de radiación. Particularizando α = 180º, dibujar el diagrama de radiación en el plano H y compararlo con el de un dipolo aislado. Indicar claramente la posición del máximo/máximos y nulo/nulos.

$$|E_\theta|^2 = 4\left|\cos\frac{\pi sen\varphi+\alpha}{2}\right|^2$$

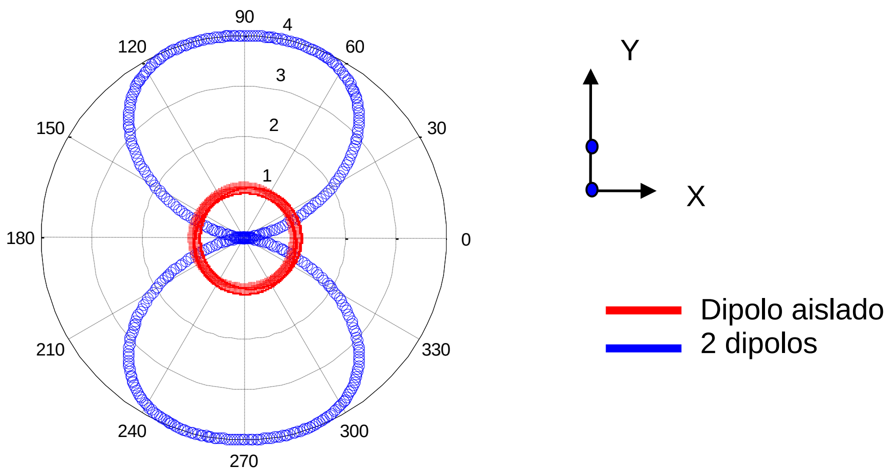


Fig. 160 Diagramas en escala lineal en el plano θ=90º.

g) Imaginar un escenario como el mostrado en la Fig. 161: un usuario con una antena que opera a la misma frecuencia que la estructura que forman los dos dipolos. El usuario se puede encontrar físicamente en dos ubicaciones diferentes:

- Primera (caso A): el usuario se encuentra perpendicular al eje formado por los dos dipolos.
- Segunda (caso B): el usuario se encuentra alineado con el eje formado por los dos dipolos.

En ambos casos el usuario se encuentra en zona de campo lejano. Para cada ubicación, calcular cuál tiene que ser la fase de la alimentación en el dipolo 2 con el fin de maximizar la potencia recibida por el terminal móvil. Calcular también la fase a fin de que la potencia emitida por el sistema de los dos dipolos sea mínima en el terminal móvil.

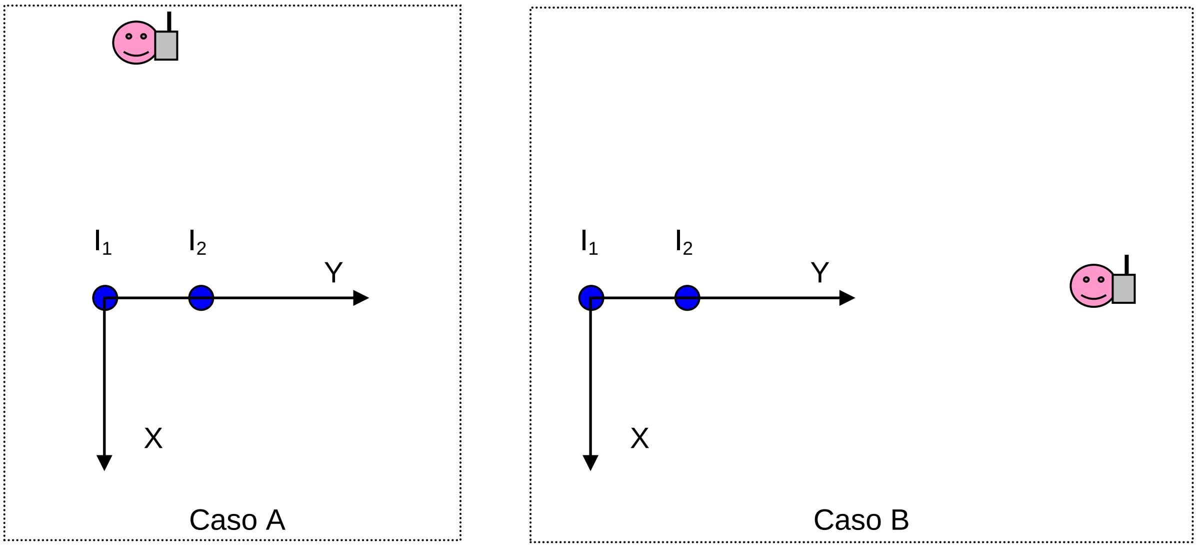


Fig. 161 Escenario A y B.

Se tiene que conseguir una situación *broadside* en A y una *end-fire* en B y por lo tanto: en la situación A la fase 0 y para el caso B la fase=π.

4.3. Agrupación lineal triangular

Puedes encontrar en [12, 17] la formulación matemática necesaria para comprender la distribución triangular.

Es importante subrayar que las propiedades de la distribución triangular pueden derivarse de la agrupación uniforme. Una agrupación triangular de N elementos puede obtenerse como convolución de dos secuencias uniformes de longitudes (N+1)/2. De forma general, tenemos que si:

$$a_n = a_{n1} * a_{n2} \quad (180)$$

Entonces

$$FA(\psi) = FA_1(\psi) \cdot FA(\psi)_2 \quad (181)$$

De esta forma, el factor de array de una agrupación triangular de N elementos resulta:

$$|FA(\psi)| = \left| \frac{\sin\left(\left(\frac{N+1}{2}\right) \cdot \frac{\psi}{2}\right)}{\sin\frac{\psi}{2}} \right|^2 \qquad (182)$$

Es interesante comparar como la directividad es superior para una agrupación uniforme del mismo número de elementos que una triangular a igualdad de los demás parámetros (distancia entre elementos, elementos del array). Una forma sencilla de comprobarlo es calculando en ancho de haz entre ceros del lóbulo principal.





Fig. 162 Christiaan Huygens (1629-1695), físico y matemático holandés. Postuló la naturaleza ondulatoria de la luz la cual fue corroborada por el experimento de la doble ranura de Thomas Young (derecha) (1773-1829) físico inglés. El patrón interferente producido por la doble ranura depende de la distancia entre las mismas y se puede obtener mediante la teoría de agrupaciones aquí presentada

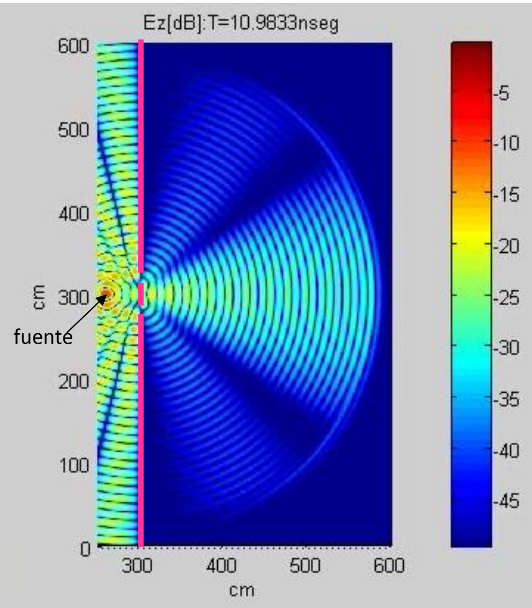


Fig. 163 Simulación mediante FDTD del diagrama generado por una fuente omnidireccional que incide en un conductor donde se le han practicado dos ranuras de media longitud de onda separadas a su vez media longitud de onda. Este experimento se corresponde con la doble rendija propuesto por T. Young lo cual demuestra la naturaleza ondulatoria de las ondas electromagnéticas. Obsérvese como el máximo de radiación se encuentra en la dirección normal al eje donde se ubican las ranuras lo cual no resulta intuitivo si se considerase las ondas electromagnéticas como corpúsculos en vez de como ondas [44].

RESUMEN

En esta sesión se ha analizado la distribución uniforme y triangular. Se ha visto cómo la distribución uniforme presenta un ancho de haz más estrecho que la triangular y por lo tanto es más directiva; en cambio, la relación lóbulo primario a secundario es de 13dB para la uniforme cuando es de 26dB para la triangular. Por lo tanto, vemos que existe un compromiso entre directividad y relación lóbulo primario a secundario.

Se ha visto que las propiedades de la distribución triangular pueden derivarse de la uniforme ya que la triangular puede obtenerse como convolución de dos secuencias uniforme.

Sesión 18: Agrupación lineal binómica

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Entender la relación que hay entre el perfil de excitación y el diagrama de radiación utilizando conceptualmente la transformada de Fourier.

CONTENIDOS

Se analizará la distribución binómica y se compararán sus características con la uniforme y con la triangular.

4.4. Agrupación lineal binómica

La distribución binómica viene determinada por las excitaciones dadas por una serie binómica [18,17]:

$$P(z)=(1+z)^{N-1} \tag{183}$$

Donde N es el número de elementos. Por ejemplo, para N=6, $P(z)=1+5z+10z^2+10z^3+5z^4+1z^5$. Se observa que al igual que la distribución triangular, los pesos de los elementos centrales son superiores y van minando la amplitud hacia los extremos. El factor de array se puede determinar directamente a partir del polinomio P(z):

$$FA(\psi)=P(z)\big|_{z=e^{j\psi}}=\left(1+e^{j\psi}\right)^{N-1} \tag{184}$$

Que, teniendo en cuenta que la referencia de fase se puede escoger arbitrariamente, queda compactada en:

$$FA(\psi)=\left(2\cos\tfrac{\psi}{2}\right)^{N-1} \tag{185}$$

Es interesante observar que esta distribución presenta un cero múltiple en z=-1, que en función del ángulo eléctrico $\psi=\pm(2n+1)\pi$, n entero. Por tanto, para una caso *broadside* (α=0º), si se cumple kd≤π, no aparece ningún lóbulo secundario en el diagrama el espacio real.

4.5. Comparaciones entre las distribuciones uniforme, triangular y binómica

Una vez estudiadas las tres distribuciones (uniforme, triangular y binómica), es interesante compararlas en cuanto a anchos de haz, directividad y NLPS. En la Fig. 164 se muestran los factores de *arrays* representados por $\psi \in [-2\pi, 2\pi]$ y en la Tabla 10 se resumen sus características principales.

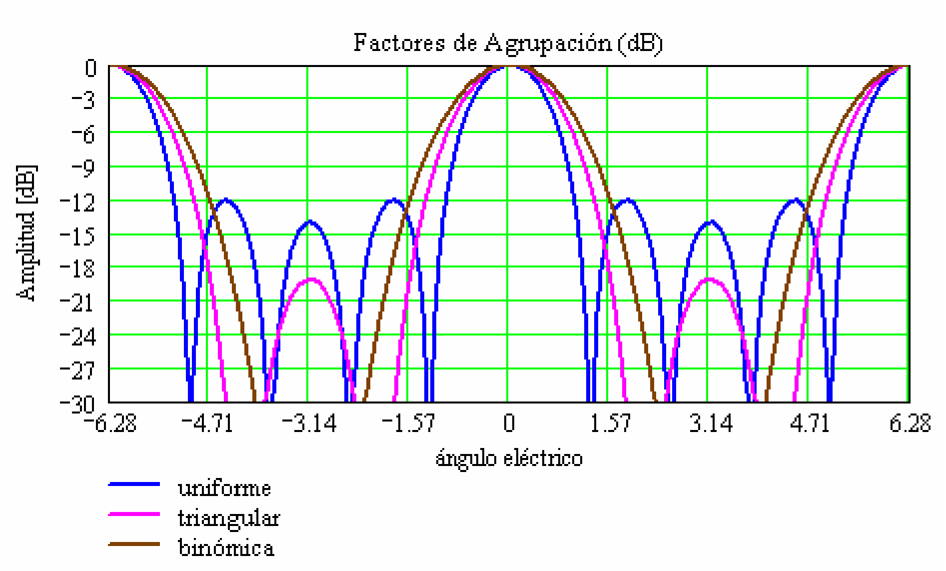


Fig. 164 Factores de *arrays* normalizados para las distribuciones uniforme, triangular y binómica. Escala en dB y margen dinámico 30dB.

	1era	2da	3era
Más directiva	uniforme	triangular	binómica
NLPS más gran	binómica	triangular	uniforme

Tabla 10 Comparación de las distribuciones.

De la Fig. 164 y Tabla 10 se derivan diversas conclusiones:

a) A igualdad de número de elementos y espaciados, la distribución que presenta menos ancho de haz y por lo tanto más directividad es la uniforme, seguida de la triangular y finalmente la binómica,
b) A igualdad de número de elementos y espaciados, la distribución que presenta unos lóbulos secundarios más pequeños (siempre y cuando no haya lóbulos de difracción) es la binómica, seguida de la triangular y la uniforme.

Por lo tanto, existe un compromiso entre directividad y NLPS. Dependiendo del tipo de aplicación se utilizará una distribución u otra. Queda clara una vez más la relación entre la teoría de la señal y la teoría de arrays: si la distribución presenta cambios suaves, el diagrama (directamente proporcional a la transformada de Fourier) presenta pocos lóbulos secundarios; la uniforme que es la que presenta un cambio brusco (de 0 a 1), es la que presenta unos lóbulos secundarios más elevados.

Teniendo en cuenta términos de implementación física, la distribución uniforme es la más sencilla ya que la red de distribución tiene los mismos tipos de divisores de potencia; en cambio la más complicada es la binómica. El hecho que haya mucha disparidad de valores (variancia muy elevada) implica que los divisores también lo serán complicando su realización mecánica. Por ejemplo, si tenemos una distribución binómica de sólo 6 elementos, quiere decir que hay un elemento con excitación unitaria y otro con 10 veces más. En términos de potencia es un factor 100 (20dB).

Si se desea un diagrama con un NLPS diferente al que presentan las distribuciones estudiadas, hay que recurrir a métodos de síntesis. Veremos en la sección 4-9 métodos que permitirán obtener un NLPS especificado tanto de manera analítica como numérica.

Analicemos un ejemplo de la radiación producida por una agrupación de 4 elementos excitados con amplitud y fase uniforme con separación media longitud de onda y una longitud de onda entera. Para tener una idea más física del fenómeno se dibuja la radiación no sólo en campo lejano sino también en campo cercano para ver cómo se va conformando la radiación y ver que realmente el espacio es un transformador de Fourier.

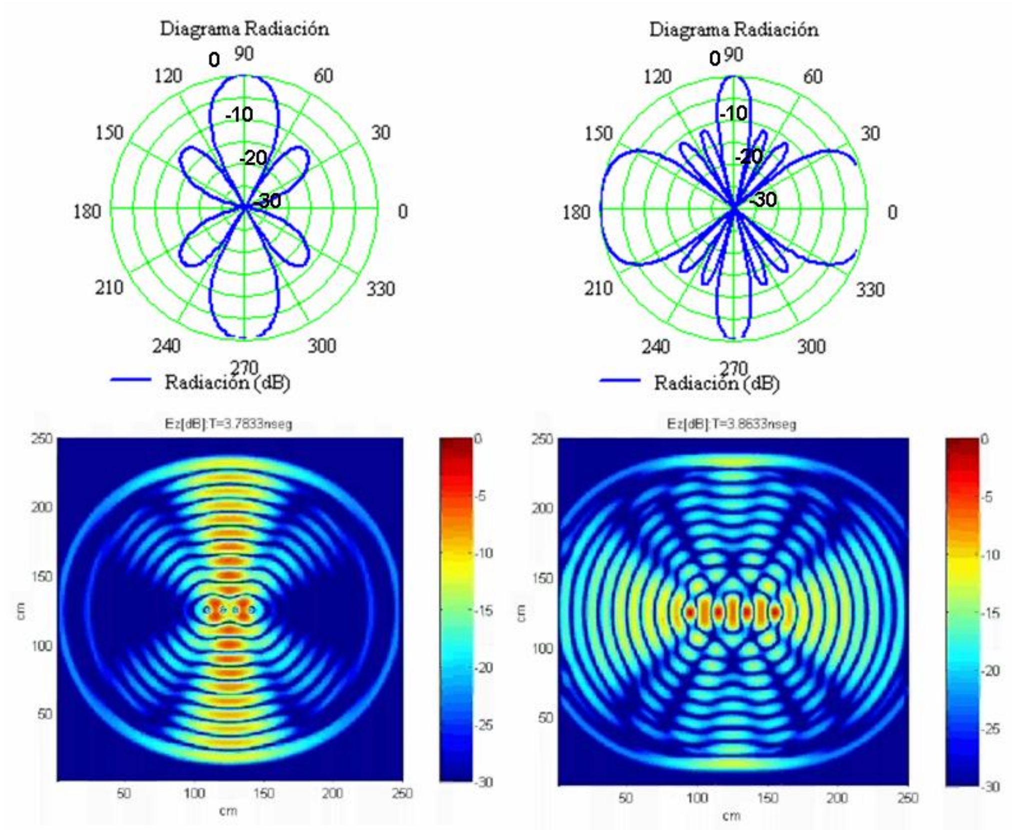


Fig. 165. Izquierda: factor de *array* producido por 4 fuentes de amplitud y fase uniforme separadas 0λ/2. Derecha: espaciadasλ. En la parte superior se representa el diagrama de radiación; debajo, el campo en el espacio: cuando transcurre suficiente tiempo para lograr el régimen permanente y nos situamos lejos de las fuentes (campo lejano), el campo es justamente el diagrama de radiación.

Se ilustra a continuación un caso utilizando las agrupaciones canónicas para los casos *broadside* y *endfire*.

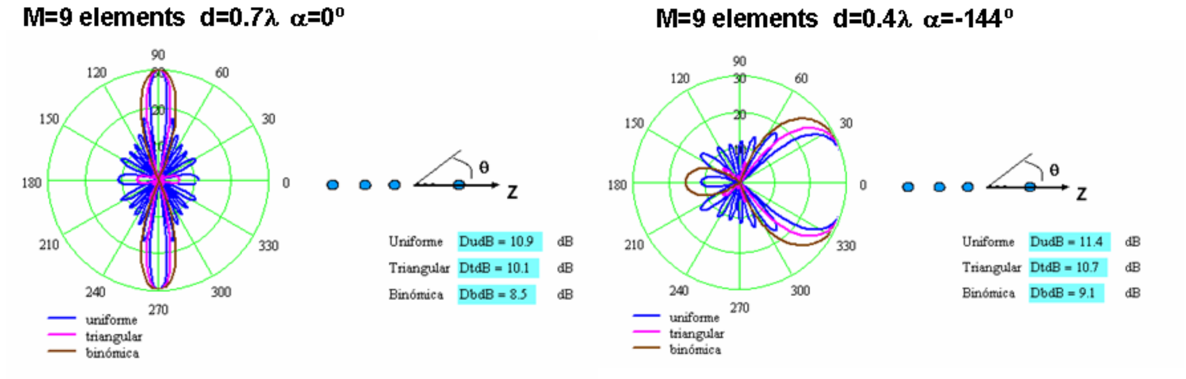


Fig. 166 Cortes del diagrama de radiación para las agrupaciones canónicas. Izquierda: caso *broadside*; derecha: caso *end-fire.*

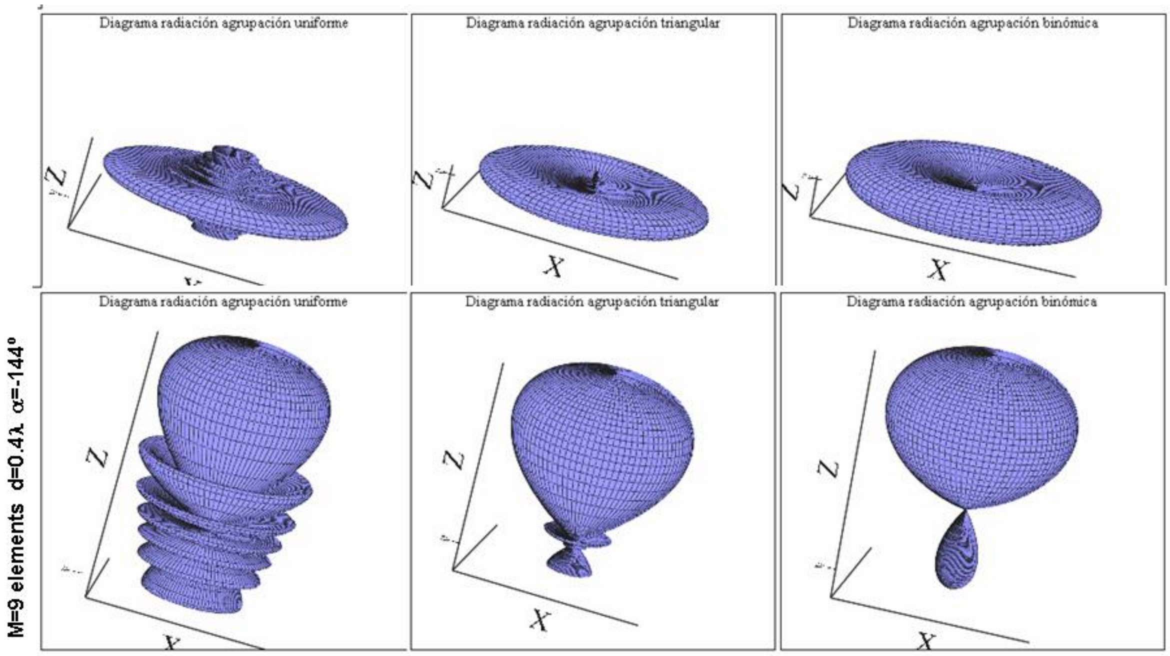


Fig. 167 Diagramas en tres dimensiones de las agrupaciones canónicas para unos ejemplos de radiación *broadside* y *end-fire.*

Se observa que:

a) La agrupación más directiva es la uniforme.

b) Las agrupaciones *end-fire*, debidamente diseñadas, son más directivas que las *broadside* ya que constan de un solo haz.

c) Los diagramas (teniendo en cuenta un elemento isotrópico), presentan simetría de revolución respecto al eje del *array.*

4.6. El espacio como transformador de Fourier. Ejemplo de sistema de medida

Se presenta a continuación un ejemplo para ver cómo realmente el espacio actúa como transformador de Fourier (Fig. 168).

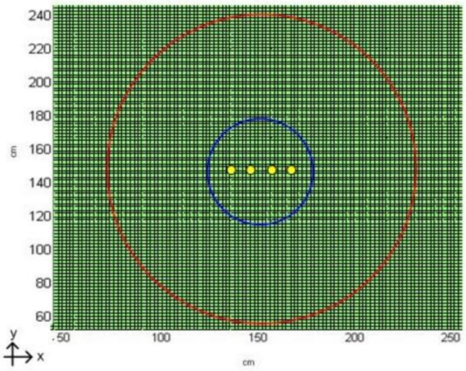
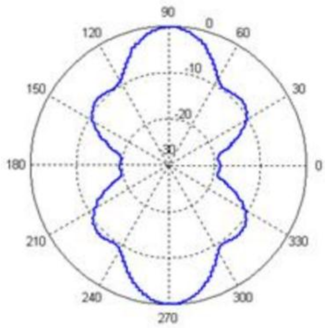


Fig. 168 4 fuentes puntuales radiando de manera síncrona. Los círculos indican dos zonas donde se muestrea la señal. El pequeño corresponde a la zona de campo cercano y el exterior a la zona de camp lejano.



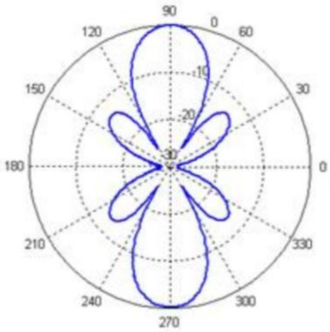


Fig. 169 Izquierda: muestreo del campo en el círculo interior de Fig. 168. Derecha: muestreo del campo en el círculo exterior. El diagrama en campo cercano, aunque presenta el máximo de radiación correcto, no tiene aún definidos los lóbulos secundarios ni los nulos de radiación.

Se observa cómo la transformación de Fourier discreta de las excitaciones (Fig. 165) es idéntica al muestrear el campo lejos de la antena (Fig. 169). Esto nos hace pensar que si se quiere medir el diagrama de radiación de una agrupación se puede pensar en dos alternativas: la primera, es una cámara anecoica de grandes modos para tener una sonda en campo lejano. La segunda, es poder muestrear la excitación de cada elemento y aplicar la transformada discreta de Fourier para tener el diagrama de radiación. Esta segunda presenta la gran ventaja de no requerir una cámara grande, ya que se trabaja en campo cercano. La Fig. 170 muestra un escáner que permite medir las excitaciones complejas (módulo y fase) de cada elemento de una agrupación y poder de esta forma determinar el diagrama de radiación.

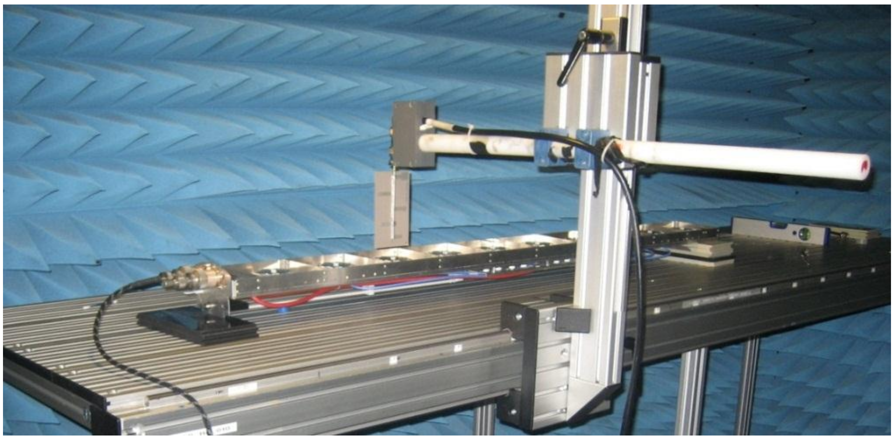


Fig. 170 Escáner para medir las excitaciones complejas de cada uno de los elementos de una agrupación. Mediante transformación discreta de Fourier permite calcular el diagrama de radiación. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus.

4.7. Descomposición en suma y convolución

Las propiedades de la agrupación triangular pueden derivarse de la de una agrupación uniforme. La ventaja de esta herramienta es que es más sencillo calcular el factor de *array* de la uniforme que de la triangular. En otros casos, dada una agrupación arbitraria, puede darse el caso de que sea más sencillo calcular el factor de *array* de dos secuencias tales que la suma de la agrupación inicial [14]. A esta segunda propiedad la llamamos descomposición en suma de tal forma que:

$$a_n = a_{n1} + a_{n2} \tag{186}$$

entonces

$$FA(\psi) = FA_1(\psi) + FA_2(\psi) \tag{187}$$

El siguiente ejercicio ilustra las dos propiedades de suma y convolución.

Ejercicio

Sea una agrupación uniforme de 9 elementos excitados en fase y espaciados d=λ/2. Por un mal funcionamiento, el elemento central se desconecta [17]. Calcular para los dos casos:

a) Ceros en el plano z
b) FA(ψ) y FA(θ)
c) NLPS

Nota: suponer *array* alineado con eje *z*.

1a) El polinomio P(z) para una agrupación uniforme de 9 elementos es:

$$P(z) = \frac{z^9 - 1}{z - 1}$$

Los ceros se obtienen de *P(z)*=0, z^9=1 teniendo en cuenta que *z*=1 no es solución ya que anula al denominador. Por lo tanto, son:

$$z_z = \sqrt[9]{1}$$

soluciones de módulo unitario y fase 2πn/9 para n=1 hasta 8. En el plano *z* resulta:

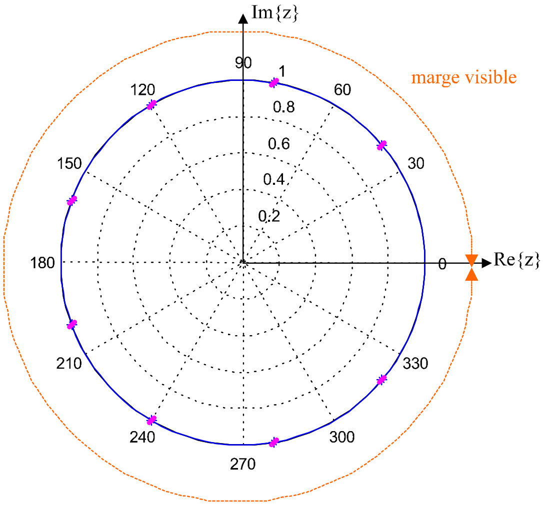


Fig. 171 Diagrama de ceros para la distribución uniforme con 9 elementos. Al ser la fase progresiva cero y d=λ/2, el número de ceros en el espacio real será de 8.

1b) El factor de *array* en función del ángulo eléctrico ψ es:

$$FA(\psi)=\left|\frac{\sin\frac{9\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\right|$$

y teniendo en cuenta el margen visible, podemos calcular el factor de *array* en el espacio real en función de θ. Gráficamente resulta:

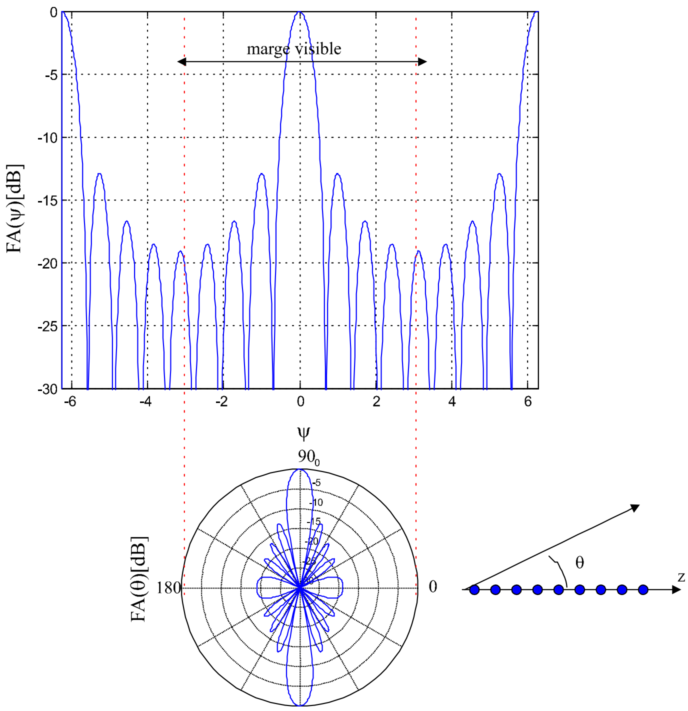


Fig. 172 Factor de *array* en función del ángulo eléctrico ψ y factor de *array* en el espacio real. Se observa que hay 8 ceros en el diagrama (al tener el factor de *array* simetría de revolución, aparecen 8 ceros más en el semiplano inferior.

1c) De manera gráfica puede calcularse el NLPS resultante 13dB. Analíticamente resulta:

$$NLPS \approx \frac{|FA(0)|}{\left|FA\left(\frac{\psi_z^1+\psi_z^2}{2}\right)\right|} \quad \psi_z^1 = \tfrac{2\pi}{N} \quad \psi_z^2 = \tfrac{4\pi}{N} \quad NLPS \approx \frac{|FA(0)|}{\left|FA\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|} = 4.5 = 13dB$$

Si ahora el elemento central se desconecta, el vector de excitaciones resulta: a_{n1}=[1 1 1 1 0 1 1 1 1].

Aunque puede calcularlo el factor de *array* aplicando la expresión genérica, vamos a resolver el problema de forma que se obtenga una expresión sencilla de manejar. Para ello, atacaremos el problema de dos formas: una, aplicando la propiedad de convolución y, la otra, con suma de secuencias de forma que sea sencillo calcular el FA de las secuencias. Para el caso de la convolución, el FA resultante será el producto de los FA de las secuencias, mientras que para el caso suma será la suma de los FA de las secuencias.

El vector a_{n1} puede descomponerse en:

- convolución de las secuencias a_{n2}=[1 1 1 1] y a_{n3}=[1 0 0 0 0 1],
- suma de las secuencias a_{n4}=[1 1 1 1 1 1 1 1 1] y a_{n5}=[0 0 0 0 –1 0 0 0 0].

2a) Para calcular los ceros utilizamos la propiedad de convolución

$P_1(z)=P_2(z)\cdot P_3(z)$
$P_2(z)=1+z+z^2+z^3$ es una distribución uniforme de 4 elementos. Los ceros son $\psi_z=n2\pi/4$ n=1,2,3
$P_3(z)=1+z^5$ los ceros son la raíz 5 de –1.

Si se representa en el plano *z* los ceros resulta:

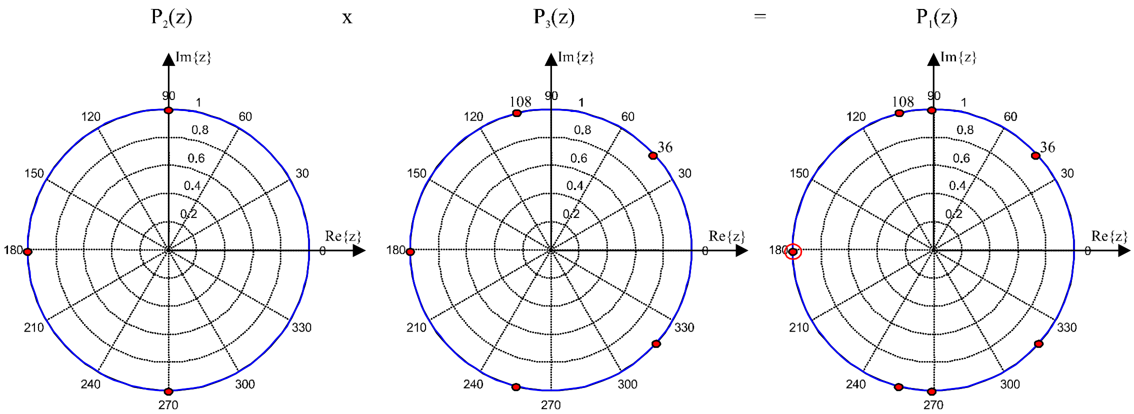


Fig. 173 Diagrama de ceros para la nueva secuencia a partir de la convolución de dos secuencias.

2b) Calculamos el FA utilizando la propiedad de convolución:

como $a_{n1}=a_{n2}*a_{n3}$ tenemos que $|FA_1(\psi)|=|FA_2(\psi)|\cdot|FA_3(\psi)|$

Como las secuencias a_{n2} y a_{n3} tienen un FA fácil de calcular se obtiene que:

$$|FA_1(\psi)| = |FA_2(\psi)| \cdot |FA_3(\psi)| = \left|\frac{\sin\frac{4\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\right| \cdot \left|1+e^{j5\psi}\right| = \left|\frac{\sin\frac{4\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\right| \left|2\cos\frac{5\psi}{2}\right|$$

Gráficamente resulta

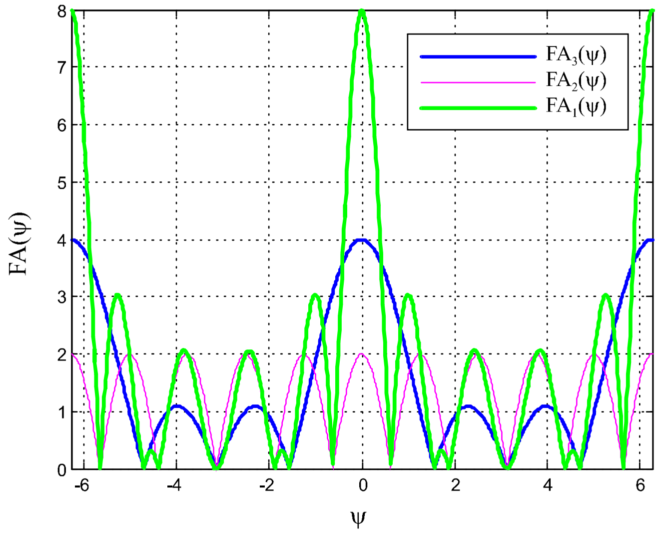


Fig. 174 Factor de *array* en escala lineal para las secuencias a_{n1}, a_{n2} y a_{n3}.

A partir del FA_1 y sabiendo el margen visible, calculamos el FA_1 en el espacio real, es decir, $FA_1(\theta)$ tal y como muestra la Fig. 175.

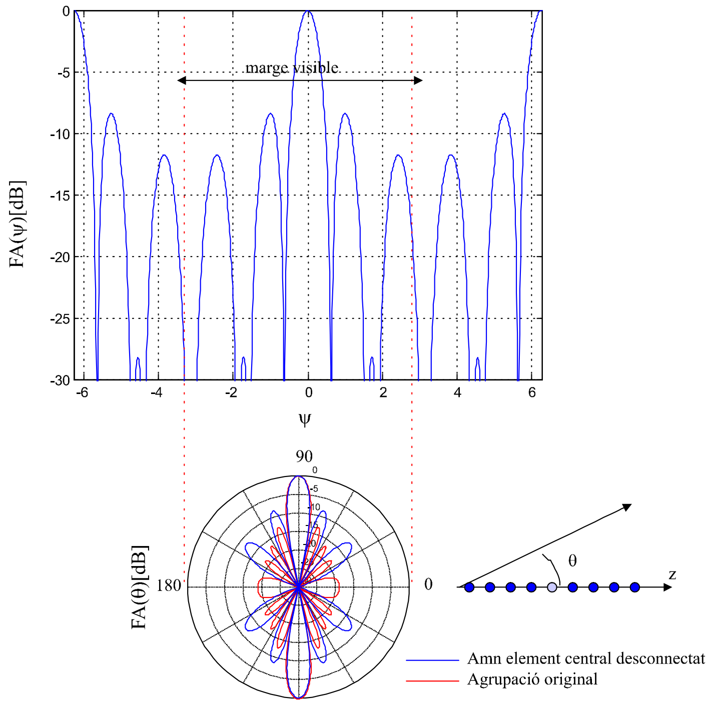


Fig. 175 FA en el espacio real. Se observa como en el nuevo FA los lóbulos secundarios son más elevados: el NLPS ha empeorado hasta aproximadamente 8.5 dB respecto a los 13dB originales.

Vamos a repetir el procedimiento pero ahora aplicando la propiedad suma de FA, es decir, si: $a_{n1}=a_{n4}+a_{n5}$ entonces $FA_1(\psi)=FA_4(\psi)+FA_5(\psi)$. Como normalmente interesa el

módulo $|FA_1(\psi)|=|FA_4(\psi)+FA_5(\psi)|$. Especial atención, ya que $|FA_1(\psi)|\neq|FA_4(\psi)|+|FA_5(\psi)|$. Esto quiere decir que para obtener lo respectivos factores de *array,* se ha de tener en cuenta que el centro de fase sea el mismo para la secuencia 4 y para la 5. La Fig. 176 muestra dónde se escoge el centro de fase:

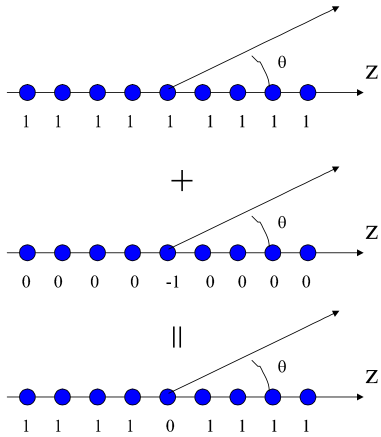


Fig. 176 Para calcular el módulo del FA es irrelevante donde se sitúa el centro de fases ya que lo único que sucede es que aparece o no un término de tipo e^j que al hacer el módulo desaparece. En cambio, hay que tener en cuenta cuando se aplica suma de secuencias: los centros de fase, no importa cuál sea, tienen que ser los mismos.

Por qué se ha elegido el centro de fases en el elemento central queda claro a continuación. Calculamos cuáles son los Factores de *array*:

$$FA_4(\psi)=e^{-j4\psi}+e^{-j3\psi}+e^{-j2\psi}+e^{-j\psi}+1+e^{j\psi}+e^{j2\psi}+e^{j3\psi}+e^{j4\psi}=\frac{sen\frac{9\psi}{2}}{sen\frac{\psi}{2}}$$

Para la secuencia a_{n5} el FA_5 es simplemente $FA_5(\psi)=-1$

El FA_1 queda entonces:

$$FA_1(\psi)=FA_4(\psi)+FA_5(\psi)=\frac{sen\frac{9\psi}{2}}{sen\frac{\psi}{2}}-1$$

Donde puedes comprobar que el módulo de esta expresión es el mismo que el obtenido mediante la propiedad de convolución.

2c) El nuevo NLPS se puede calcular o gráficamente o analíticamente. El cálculo del NLPS es sencillo a partir de la expresión de FA1 obtenida como suma de secuencias ya que el NLPS.

$$NLPS=20\log\frac{FA_1(0)}{\left.\frac{sen\frac{9\psi}{2}}{sen\frac{\psi}{2}}\right|_{\psi=\frac{\psi_{z1}+\psi_{z3}}{2}=\frac{\pi}{3}}-1}=8.5dB$$

Las conclusiones más importantes que se derivan de este ejercicio son:

a) El campo radiado en la dirección del máximo disminuye en 8/9.

b) El ancho de haz entre ceros del lóbulo principal y a –3dB disminuye ligeramente (esto puede comprobarse con el diagrama de ceros ya que los nuevos ceros están más cerca del origen).
c) El NLPS empeora de 13dB a 8.5dB.
d) La propiedad de convolución es útil siempre y cuando sea fácil calcular el FA de las secuencias que aparecen en la convolución.
e) En la suma de FA se debe tener en cuenta que el centro de fases tiene que ser el mismo.

Ejemplo de sistema de medida: analizador de PIMs

En algunas aplicaciones un fenómeno que puede degradar el sistema es el producido por los productos de intermodulación. Estos aparecen en sistemas no lineales en el que si a la entrada del sistema se presentan dos frecuencias f_1 y f_2, en la salida hay armónicos combinaciones de $m \cdot f_1$ i $n \cdot f_2$ donde $|m+n|$ es el orden del producto de intermodulación (m y n enteros). Uno de los productos de intermodulación más críticos es el 3 (m=2, n=1 o m=1, n=2) pues presenta una frecuencia muy similar a f_1 y f_2. Por ejemplo, una agrupación de estación base que emita por unas portadores f_1 y f_2 de un sistema como el GSM, podría producir un producto de intermodulación que cayera dentro de la banda de recepción. Si este producto presenta una amplitud similar a la señal que recibe la antena, estaría perjudicando la recepción. Se tiene que mitigar por tanto la amplitud de los productos de intermodulación.

Los fenómenos no lineales se pueden encontrar en antenas con soldaduras de poca calidad o unión de diferentes metales que crean un par galvánico (similar a un efecto rectificador de un diodo y per tanto, no lineal). Esto permite subrayar que el proceso de diseño de antenas tiene una componente sumamente importante que es la del diseño mecánico no sólo per encontrar materiales ligeros, robustos sino que además se tiene que tener en cuenta estas consideraciones eléctricas. El aparato que permite caracterizar los productos de intermodulación inyectar dos frecuencias y detecta los productos de intermodulación creados (Fig. 177).



Fig. 177 Aparato de PIM: medida de productos de intermodulación. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona.

RESUMEN

En esta sesión se ha analizado la distribución binómica y se han comparado las características de las distribuciones estudiadas. Se ha constatado que hay un compromiso entre directividad y NLPS: en general si se desea un NLPS mayor hay que sacrificar directividad.

Utilizando de manera conceptual la transformada de Fourier se puede concluir que el perfil de excitaciones como la uniforme permite maximizar la directividad pero con una relación NLPS alrededor de los 13dB. En el caso de querer disminuir esta relación, se debe sacrificar directividad. En este sentido, el espacio actúa como transformador de Fourier de las excitaciones del array lo cual permite de una manera sencilla realizar un sistema de medida para calcular por lo menos un corte del diagrama de radiación de una agrupación. Si el muestreo se realiza mucho más cerca del elemento se tiene en cuenta solo la influencia del elemento sin que los otros afecten. De esta forma con una transformada de Fourier discreta se puede obtener el diagrama de radiación. Naturalmente este método no tiene en cuenta el diagrama de radiación del elemento base el cual se ha de medir con otros métodos como por ejemplo en cámara anecoica 3D. De todas maneras, si la agrupación tiene algunos elementos, se puede despreciar la influencia en el diagrama del elemento base. En este sentido, este método de medida en campo próximo es un ejemplo académico al mismo tiempo que eminentemente práctico debido a su simplicidad.

Sesión 19: Interpretación física de las agrupaciones. Agrupaciones bidimensionales

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Tener una idea física complementaria a la resolución matemática del cálculo de diagramas de forma que ayude a comprender por qué se crean máximos y mínimos.
Conseguir los conocimientos suficientes para calcular el diagrama de radiación de estructuras más complejas. Así como en una agrupación lineal, el haz se puede barrer en un plano, ahora además, en las agrupaciones 2D, el haz se puede barrer en cualquier punto del espacio. Entender cómo esto se puede realizar permitirá entender muchas aplicaciones como ahora los radares de seguimiento de ayuda a la aviación civil.

CONTENIDOS

Interpretación física de las agrupaciones.
Introduciremos las herramientas necesarias para poder calcular FA de agrupaciones bidimensionales. Tras ver el caso lineal, pasar al caso 2D es lo suficientemente intuitivo y no añadirá mucha más complejidad. Analizaremos teóricamente la agrupación bidimensional formando una malla rectangular.

4.8. Interpretación física de las agrupaciones

Con el fin de complementar el conocimiento de las agrupaciones de antenas, se aborda en esta sección un análisis muy físico del fenómeno de superposición de ondas para entender cómo se producen los máximos y mínimos de radiación.

Imaginemos un primer caso en el que cuatro antenas están excitadas de forma uniforme: misma amplitud y fase (Fig. 178). Suponemos que en el tiempo t_0, se propaga por la red una señal armónica (la representación muestra un periodo). En t_1, la señal original se ha dividido en dos señales de la misma amplitud y fase. Este hecho se repite para t_2 donde cada antena radia una señal con la misma amplitud y fase. Si un observador se coloca en campo lejano (indicado con traza curvada en t_3), observará diferentes amplitudes dependen del ángulo de observación. Si se coloca en la dirección normal en el eje del *array* (θ_1), estará recibiendo cuatro señales que han sufrido la misma atenuación y fase debido a que el camino que las cuatro señales han recurrido de cada antena hasta donde se encuentra el observador en θ_1 es el mismo. Por lo tanto, se trata de una suma constructiva. En la presentación se obvia la atenuación que sufren las señales desde que salen de la antena hasta que llegan al punto de observación en campo lejano.

Si ahora el observador se mueve a θ_2 (también en campo lejano y manteniendo la distancia) observará que la señal recibida es menor ya que las señales llegan desfasadas. Aunque las distancias de cada antena al punto de observación son estrictamente diferentes, el hecho de estar en campo lejano se puede considerar que la distancia desde cada antena al punto de observación en θ_2 es el mismo pero únicamente por consideraciones de amplitud, no de fase.
Ahora el observador se desplaza a θ_3 (también en campo lejano y manteniendo la distancia). En este caso se presenta una situación de suma destructiva y por lo tanto la señal recibida es nula (mínimo de radiación = nulo del diagrama). Es interesante subrayar que en este caso de cuatro señales, la suma destructiva se puede dar por dos situaciones: que hay dos señales con fase 0º y dos más con fase 180º, o bien que una tenga 0º, la otra 90º, la tercera 180º y la última 270º. Todo dependerá del punto de observación.

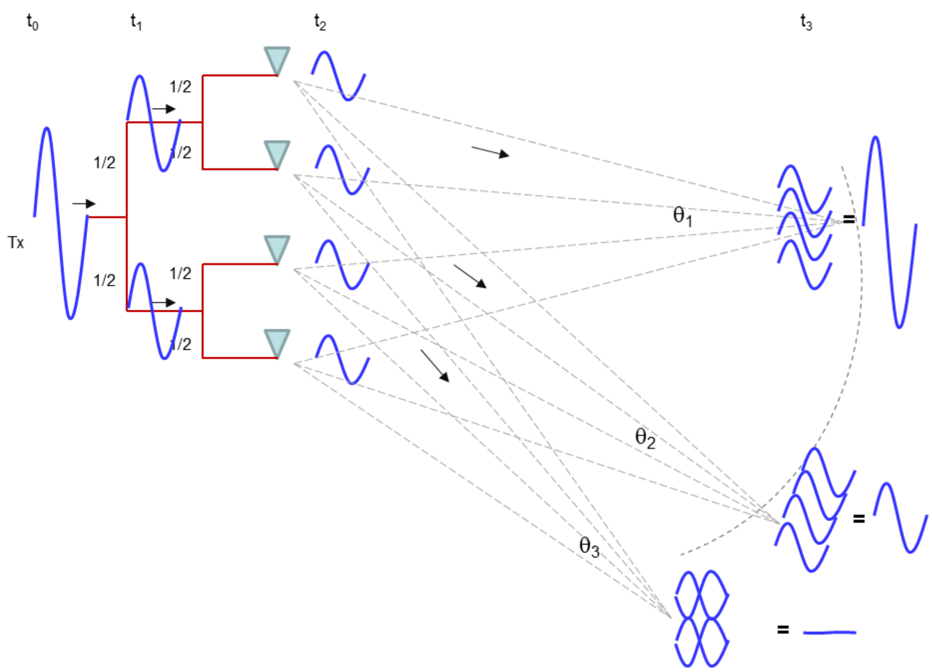


Fig. 178 Agrupación operando en transmisión con cuatro antenas excitadas en fase. Divisores de potencia simétricas.

Suponemos a continuación la situación antes comentada pero analizada en recepción (Fig. 179, Fig. 180). Hemos mencionado que el diagrama de una antena con elementos no recíprocos es idéntico en transmisión que en recepción. Por lo tanto, analizar el problema en recepción es similar al de transmisión. En el primero casa una señal proveniente de una fuente en campo lejano radia ondas electromagnéticas. Al llegar cerca de la agrupación el frente de onda se puede considerar plano (t_0, Fig. 179). Asumiendo además que la dirección de llegada es θ_1. En t_1 frente a la onda tiene la misma fase en el eje de la agrupación. Una vez que cada antena haya captado la señal, la traduce en cuatro señales con la misma fase (t_2) que se combinan en la salida del divisor en t_3 con la misma fase y de igual forma en el divisor de entrada (t_4). Esta situación representa una suma coherente de las cuatro señales de entrada y por lo tanto un máximo. Es la misma situación de agrupación *broadside* que la analizada en la Fig. 178.

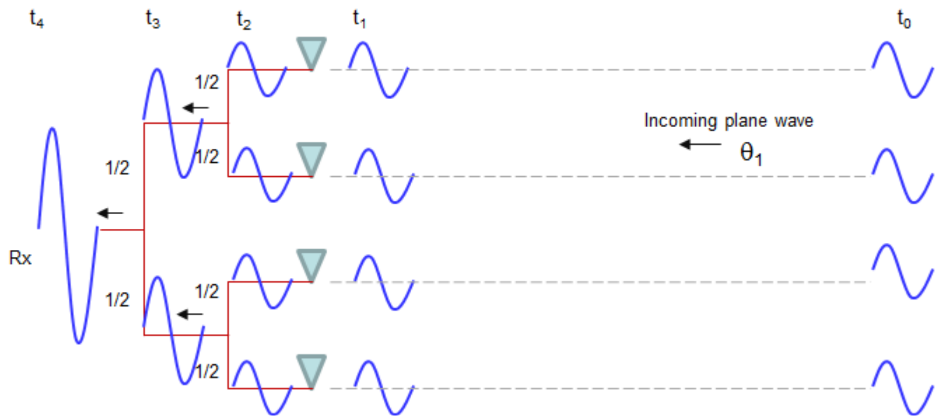


Fig. 179 Agrupación de antenas operando en recepción con cuatro antenas que presentan el mismo camino eléctrico hacia el receptor (situación análoga a la de la Fig. 178 para el caso de recepción en la dirección *broadside*). Divisores de potencia simétricos.

Se repite el caso pero por un frente de onda con un ángulo de llegada diferente (Fig. 180). El frente de onda presenta en t_1 la misma fase pero con un plano que no contiene la agrupación. Es decir, que primero llega la señal a la antena inferior y al cabo de un rato a la antena superior. Esto supone un desfase de las señales tal como se refleja en t_2. En este caso se muestra una situación en la que la señal en t_2 está en contrafase antes de combinarse en el primer divisor (0º, 180º, 00, 180º). Entonces, en t_3 ya aparece un nulo de recepción que se traslada al receptor en t_4. También podría suceder que el señales en t_2 tuvieran una fase como (0º, 90º, 180º, 270º) y por lo tanto cancelarían no en t_3 sino en t_4.

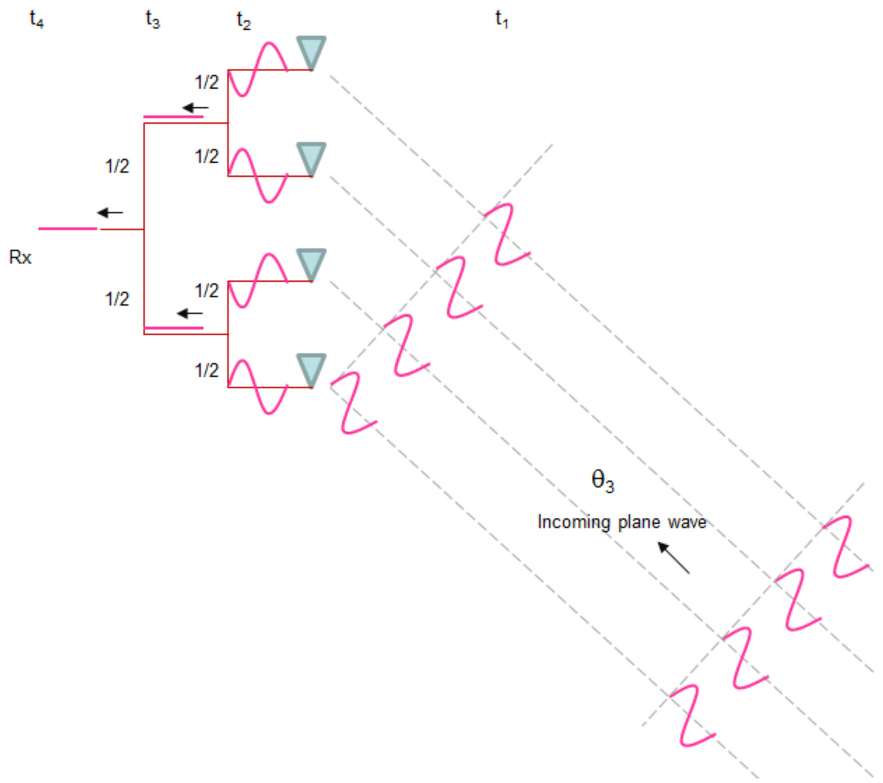


Fig. 180 Agrupación de antenas operando en recepción con cuatro antenas que presentan el mismo camino eléctrico hacia el receptor (situación análoga a la de la Fig. 178 para el caso de recepción en una dirección diferente al caso de la Fig. 179). Divisores de potencia simétricos.

Consideramos una situación en la que la red de distribución es uniforme en cuanto a la amplitud pero que introduce una fase progresiva (Fig. 181). En t_0 la señal de entrada se transmite ninguno hacia el primer divisor, que divide en amplitud la señal en t_1. Puesto que en el último tramo las líneas de transmisión tienen medidas diferentes, las cuatro señales de salida en t_2 tienen fases diferentes. En esta situación si un observador se coloca en campo lejano en una dirección normal en el eje del *array* (θ_2), recibirá cuatro señales de la misma amplitud pero desfasadas en el tiempo y por lo tanto, a diferencia de la situación de la Fig. 178, ahora no hay un máximo de radiación. En este caso se ha representado que en la dirección θ_3 la diferencia de camino recurrido por cada señal desde que emana de la antena hasta que llega al observador ha introducido una fase tal que resulta en cuatro señales coherentes. En esta situación la suma se convierte en máxima (máximo de radiación). En θ_3 se ha considerado que la diferencia de caminos es tan grande que introduce unos retrasos tales que en las cuatro señales forma uno suma destructiva ya sea por una situación con fases (0º, 180º, 0º, 180º), o bien (0º, 90º, 180º, 270º).

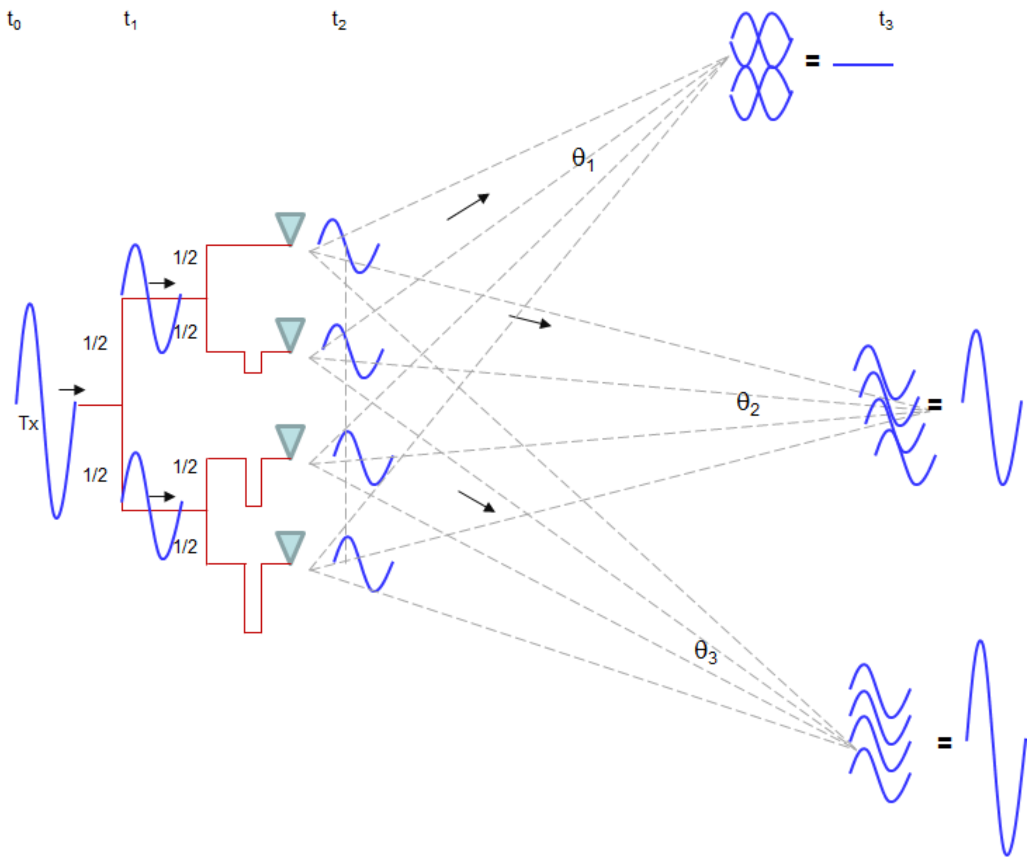


Fig. 181 Agrupación de antenas operando en transmisión donde hay una fase progresiva que se consigue añadiendo un tramo extra de línea de transmisión. Divisores de potencia simétricos.

Resulta interesante analizar la situación en recepción (Fig. 182, Fig. 183). En caso de que una fuente situada en campo lejano esté radiando de forma que la señal llega en la dirección θ_1, resulta que en el eje de la agrupación las cuatro señales no tienen la misma fase ya que llegan entes instantes diferentes (t_1, , Fig. 182). En t_2, la diferencia de caminos provocada por las diferentes líneas de transmisión es tal que en t_3 la suma es destructiva y por lo tanto en t_4 no se capta señal.

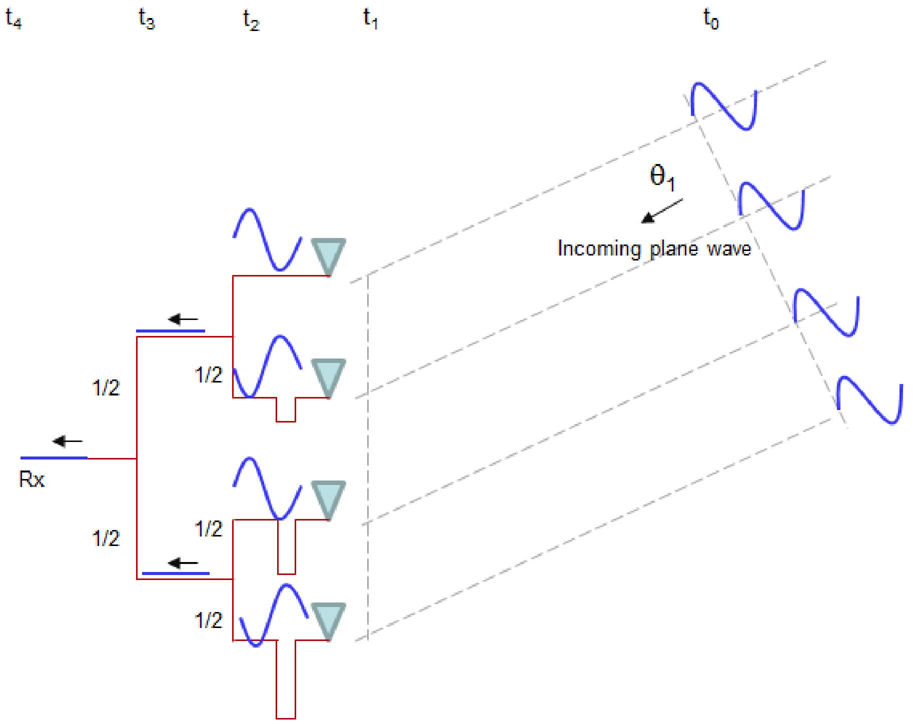


Fig. 182 Agrupación de antenas como la de la Fig. 181 en el caso de estar operando en recepción cuando le llega una onda plana en una determinada dirección.

Si ahora la situación es tal que la fase introducida por las líneas hace que en t_2 las señales estén en fase, se producirá una suma constructiva en el divisor en t_3 que se traslada en un máximo en recepción en t_4.

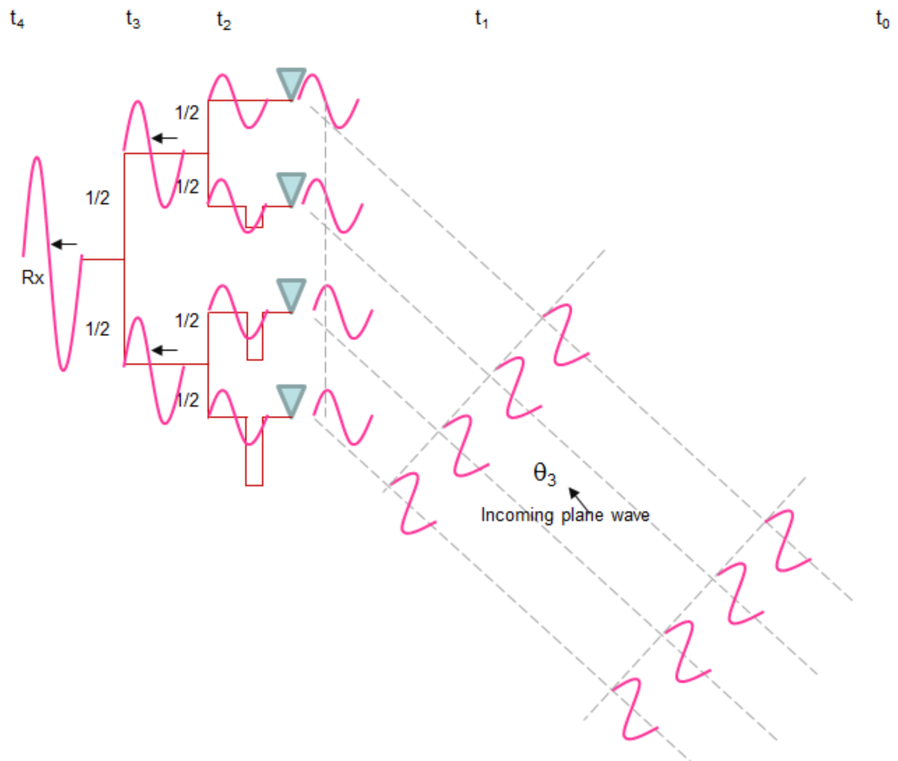


Fig. 183 Agrupación de antenas como la de la Fig. 181 en el caso de operando en recepción cuando le llega una onda plana en una determinada dirección diferente a la de la Fig. 182.

Por lo tanto, se observa cómo la diferencia de caminos determina la dirección de máxima y mínima radiación. Esto permite a las agrupaciones el poder tener la libertad de manipular el desfase con el fin de apuntar el haz en la dirección deseada ya sea de forma mecánica o de forma electrónica.

4.9. Agrupaciones bidimensionales

Sin pérdida de generalidad, consideramos la agrupación bidimensional situada en el plano XY, es decir, los elementos que forman la agrupación están en este plano tal y como muestra la Fig. 184 Los elementos de la agrupación se escogen dependiendo de la aplicación, por ejemplo, si se quiere un haz en el semiplano z>0, se pueden elegir dipolos horizontales sobre un PEC que apantalla la radiación y provoca que toda la radiación esté concentrada en el semiplano z>0. Cada elemento, al igual que las agrupaciones unidimensionales, pueden excitarse convenientemente para obtener un perfil de diagrama dado.

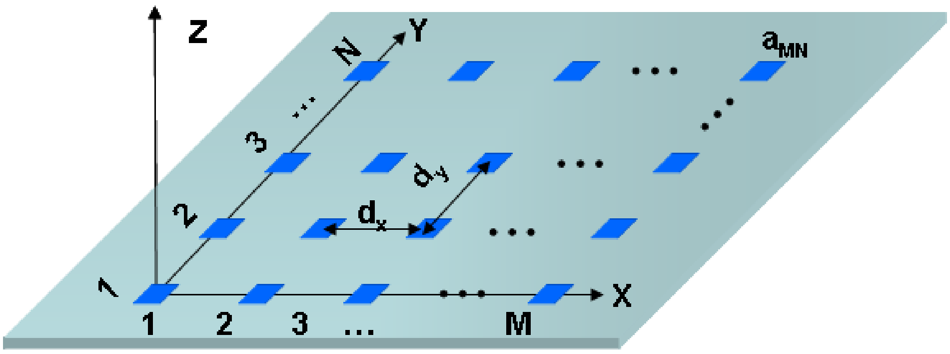


Fig. 184 Agrupación bidimensional de MxN antenas situadas en el plano XY

La expresión genérica del factor de la agrupación es:

$$FA(\psi_x,\psi_y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}a_{mn}e^{jm\psi_x}e^{jn\psi_y}$$
$$on \qquad (188)$$
$$\psi_x=k_xd_x+\alpha=kd_x sen(\theta)\cos(\varphi)+\alpha$$
$$\psi_y=k_yd_y+\beta=kd_x sen(\theta)\sin(\varphi)+\beta$$

Donde α y β son las fases progresivas en la dirección x e y respectivamente.

Puedes encontrar las herramientas suficientes en [18].
A modo de ejemplo, si consideramos una agrupación uniforme, $a_{mn}=1$ se obtiene el producto de dos funciones *sinc*, es decir, el producto de factor de *arrays* de agrupaciones bidimensionales. Con estas consideraciones resulta:

$$\left|FA(\psi_x,\psi_y)\right|=\left|\frac{\sin\frac{M\psi_x}{2}}{\sin\frac{\psi_x}{2}}\cdot\frac{\sin\frac{N\psi_y}{2}}{\sin\frac{\psi_y}{2}}\right| \qquad (189)$$

Represando el factor de *array* gráficamente, se obtiene:

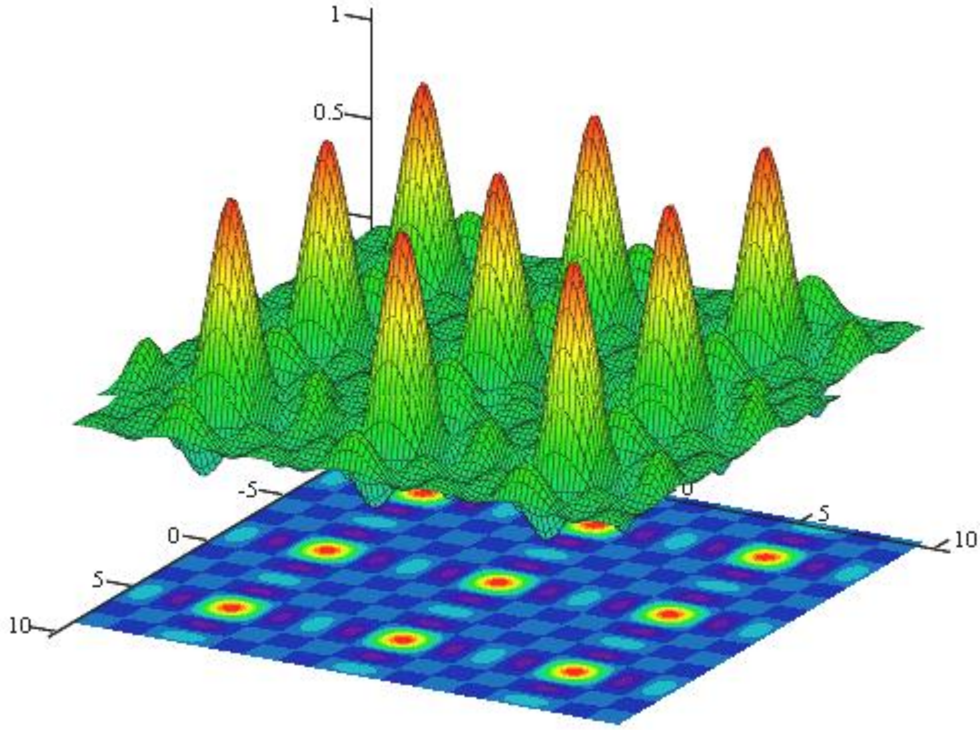


Fig. 185 Factor de una agrupación bidimensional uniforme formada por M=5 y N=5 elementos

Igual que en las agrupaciones unidimensionales tenemos que:

a) La separación entre elementos y la fase fijan el margen visible. Por ejemplo, para una fase uniforme, si $d_x<\lambda$ no aparecerán lóbulos de difracción en el diagrama en el plano XZ; de igual forma, si $d_y<\lambda$ no aparecerán lóbulos de difracción en el diagrama en el plano YZ.

b) La fase progresiva permite desapuntar el haz principal. En este caso el eje se puede desapuntar en cualquier punto del espacio manipulando adecuadamente la fase progresiva en cada dirección.

En la Fig. 186aparecen algunos ejemplos que ilustran algunos de los aspectos más relevantes. En la parte A se muestra una agrupación de M=N=5 (25) elementos. Dado que la separación entre elementos tanto en la dirección *x* como *y* es menor que la longitud de onda y la fase progresiva en ambos direcciones es cero, sólo aparece un lóbulo principal. En el caso B, se aumenta la separación entre los elementos en la dirección y hasta que aparecen los dos lóbulos de difracción situados a $+2\pi$ y -2π. El caso C muestra una situación como A pero con más elementos en la dirección *x,* lo que provoca que el diagrama sea más directivo en el plano XZ. En el último caso se muestra el mismo ejemplo que C pero con un desfase progresivo en la dirección x, lo que provoca que el eje se desapunte en el plano XZ.

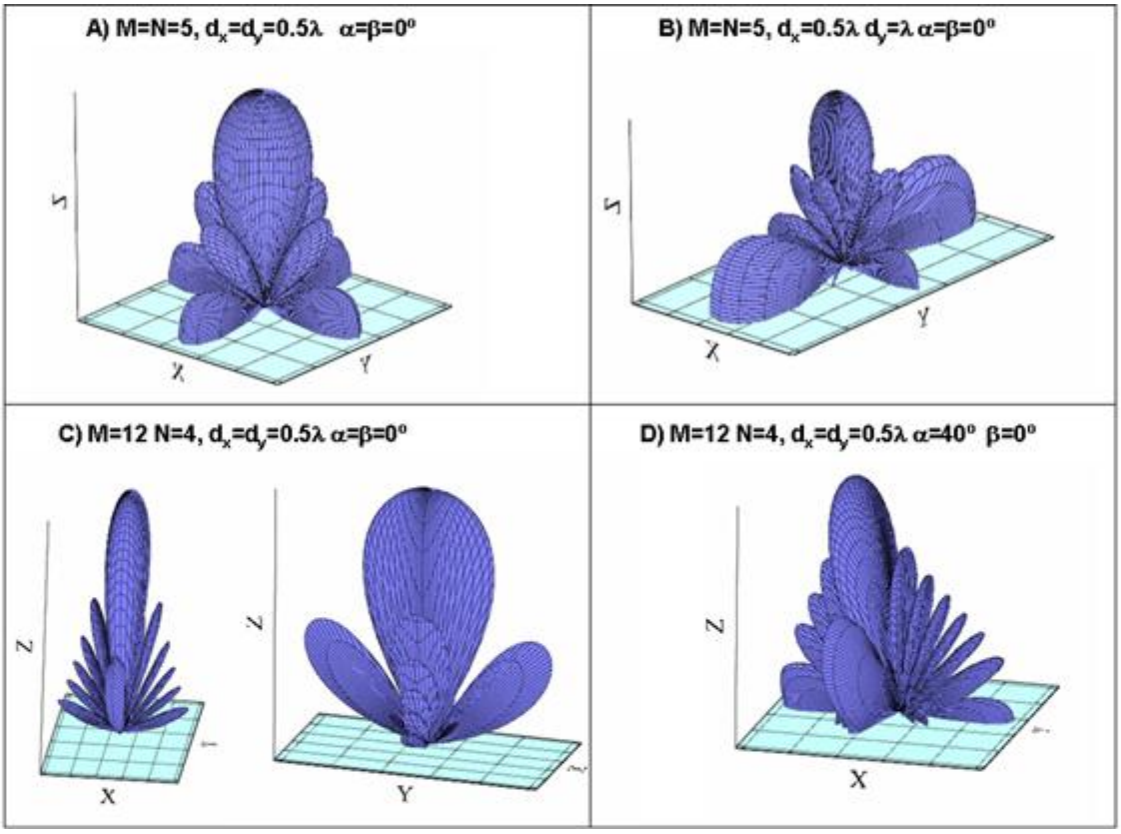


Fig. 186 Ejemplos de diagramas de radiación producidos por agrupaciones bidimensionales



Fig. 187 *Array* de antenas *microstrip* con barrido de eje electrónico en banda L para comunicaciones satélite - marítimas.
Gentileza de la Dra. Marta Martínez de IMST, Alemania

Ejercicio

El siguiente ejercicio ilustra cómo calcular el diagrama de una agrupación de dipolos λ/2 en presencia de un plano conductor. Aunque de salida la agrupación es lineal, al sustituir el conductor por las imágenes, se obtiene una agrupación bidimensional. Además de calcular el FA, representaremos el diagrama de radiación teniendo en cuenta el diagrama de radiación del elemento unitario.

Sea una agrupación de 4 dipolos λ/2 separados λ/2 y situados a una altura λ/4 respecto un PEC infinito (Fig. 188). Tanto la amplitud como la fase de excitación son uniformes. Calcularemos los cortes del diagrama en el plano E y plano H y los anchos de eje entre ceros en ambos planos.

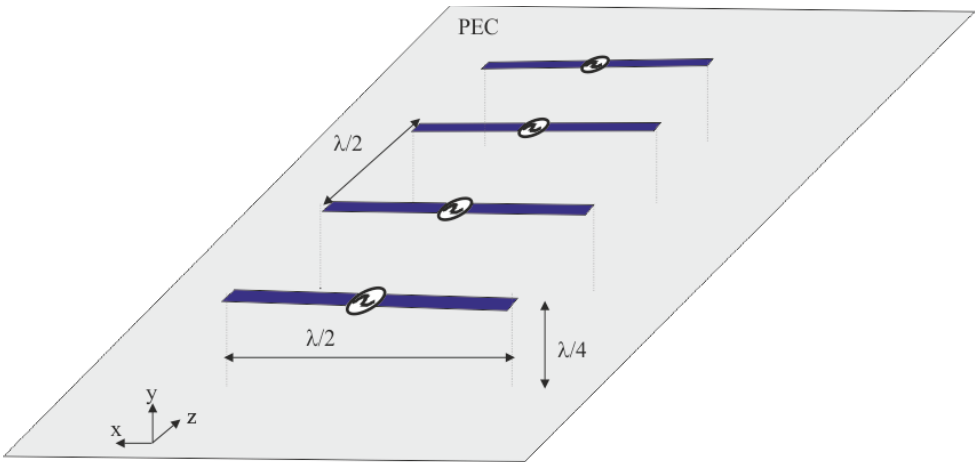


Fig. 188 Agrupación lineal de dipolo λ/2 situada sobre un PEC infinito

Al ser el PEC infinito, se considera el modelo equivalente utilizando la teoría de imágenes. Al ser dipolos dispuestos horizontalmente sobre el PEC, la imagen será de igual módulo pero de signo contrario. La Fig. 189 muestra el sistema de ejes de referencia, así como las excitaciones de los dipolos y sus imágenes.

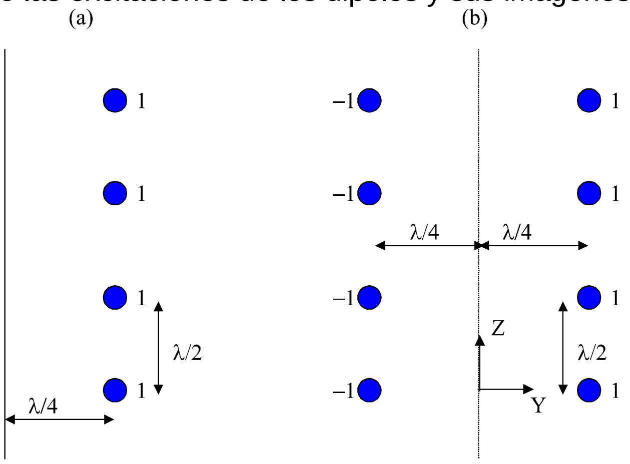


Fig. 189 a) Problema original, b) problema equivalente utilizando teoría de imágenes

Podemos resolver el problema de diversas formas. Utilizaremos dos en este ejemplo: en la primera calcularemos el FA producido por el par –1,1. De esta manera nos queda una agrupación lineal en el eje de la z donde el elemento unitario es otro factor de *array*. En la segunda alternativa, plantearemos directamente el polinomio de la agrupación aplicando la expresión estudiada anteriormente.

Resolvemos el problema a partir de FAs anidados. El FA del par –1,1 separados en el eje *y* λ/2 es:

$$FA_y(\psi_y) = \sum_{n=0}^{1} a_n e^{jn\psi_y} = -1 + 1e^{j\psi_y} \qquad \left|FA_y(\psi_y)\right| = 2sen\tfrac{\psi_y}{2}$$

si calculamos el FAψ; en el espacio real resulta:

$$\psi_y = k_y d_y = ksen(\theta)sen(\phi)\tfrac{\lambda}{2} = \pi sen(\theta)sen(\phi)$$

$$\left|FA_y(\theta,\phi)\right| = \left|2sen\left(\pi/2\, sen(\theta)sen(\phi)\right)\right| \quad \phi \in [0,\pi]$$

Donde el valor de la coordenada φ sólo toma valores en el intervalo [0, π] ya que en el semiplano inferior no existe radiación debido al PEC infinito.

De manera gráfica queda ilustrado en la Fig. 190:

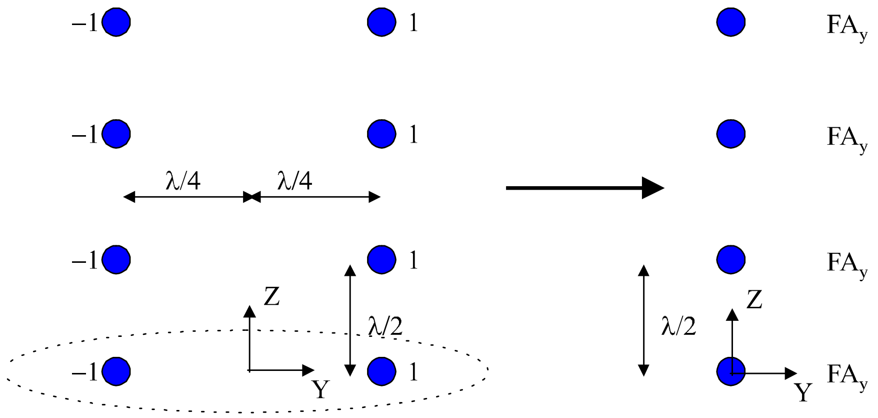


Fig. 190 Alternativa 1ª: el cálculo del FA_{total} se lleva a cabo a partir de cálculos anidados.

Por lo tanto, lo que tenemos ahora es una agrupación lineal uniforme de elementos separados λ/2 a lo largo del eje *z* donde el elemento base tiene un diagrama de radiación que podemos denominar E_o' donde este E_o' es el producto del par dipolo y su imagen. E_o' es por lo tanto el producto del FA y por el diagrama del elemento base, el dipolo, es decir, $Eo'=E_oFA_y$ donde Eo es el campo producido por el dipolo. En definitiva, el campo total será $E_t=E_o'FA_z=E_oFA_yFA_z$. Calculemos ahora el FA_z:

$$\left|FA_z(\psi_z)\right| = \left|\sum_{n=0}^{3} e^{jn\psi_z}\right| = \left|\frac{sen(4\frac{\psi_z}{2})}{sen(\frac{\psi_z}{2})}\right|$$

que en el espacio real resulta:

$$\left|FA_z(\theta,\varphi)\right| = \left|\frac{sen(2\psi_z)}{sen(\frac{\psi_z}{2})}\right| = \left|\frac{2sen(\psi_z)\cos(\psi_z)}{sen(\frac{\psi_z}{2})}\right| = \left|\frac{2\cos(\psi_z)2sen(\frac{\psi_z}{2})\cos(\frac{\psi_z}{2})}{sen(\frac{\psi_z}{2})}\right| = \left|4\cos(\psi_z)\cos(\tfrac{\psi_z}{2})\right| =$$

$$= \left|4\cos(\pi\cos(\theta))\cos(\tfrac{\pi}{2}\cos(\theta))\right|$$

Y finalmente el FA_{total} queda de la siguiente manera:

$$\left|FA_{total}(\theta,\phi)\right| = 8\left|sen\left(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\theta)sen(\phi)\right)\cdot\cos(\pi\cos(\theta))\cdot\cos(\tfrac{\pi}{2}\cos(\theta))\right| \qquad \phi\in[0,\pi]$$

Donde el campo total producido por la a agrupación es E_{total} dado para $E_{total}=E_o\cdot FA_{total}$ donde E_o es el diagrama del dipolo $\lambda/2$ radiando en el espacio libre.

Calculemos ahora el corte del diagrama total en el plano E ($\theta=\pi/2$):

$$\left|E_t(\theta=\tfrac{\pi}{2},\phi)\right| = E_o 8\left|sen\left(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\phi)\right)\right|$$

donde E_o para el plano $\theta=\pi/2$ viene dado por $E_o(\theta=\pi/2)=sen(\varphi)$, entonces:

$$\left|E_t(\theta=\tfrac{\pi}{2},\phi)\right| = 8\left|sen(\phi)sen\left(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\phi)\right)\right| \qquad \phi\in[0,\pi]$$

Y el corte para el plano H ($\varphi=\pi/2$) es:

$$\left|E_t(\theta,\phi=\tfrac{\pi}{2})\right| = E_o 8\left|\cos(\pi\cos(\theta))\cdot\cos(\tfrac{\pi}{2}\cos(\theta))\cdot sen(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\theta))\right|$$

donde ahora E_o es unitario ya que el diagrama en el plano $\varphi=\pi/2$ es omnidireccional. Queda por lo tanto,

$$\left|E_t(\theta,\phi=\tfrac{\pi}{2})\right| = 8\left|\cos(\pi\cos(\theta))\cdot\cos(\tfrac{\pi}{2}\cos(\theta))\cdot sen(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\theta))\right|$$

Para este caso calculemos los ceros del diagrama. Como hay tres productos, los ceros vendrán dados por:

$$\begin{aligned}
\cos(\pi\cos(\theta_z)) = 0 &\quad\rightarrow\quad \theta_z = 60^{o},120^{o}\\
\cos(\tfrac{\pi}{2}\cos(\theta_z)) = 0 &\quad\rightarrow\quad \theta_z = 0^{o},180^{o}\\
sen(\tfrac{\pi}{2}\,sen(\theta_z)) = 0 &\quad\rightarrow\quad \theta_z = 0^{o},180^{o}
\end{aligned}$$

Representamos los cortes del diagrama de forma gráfica:

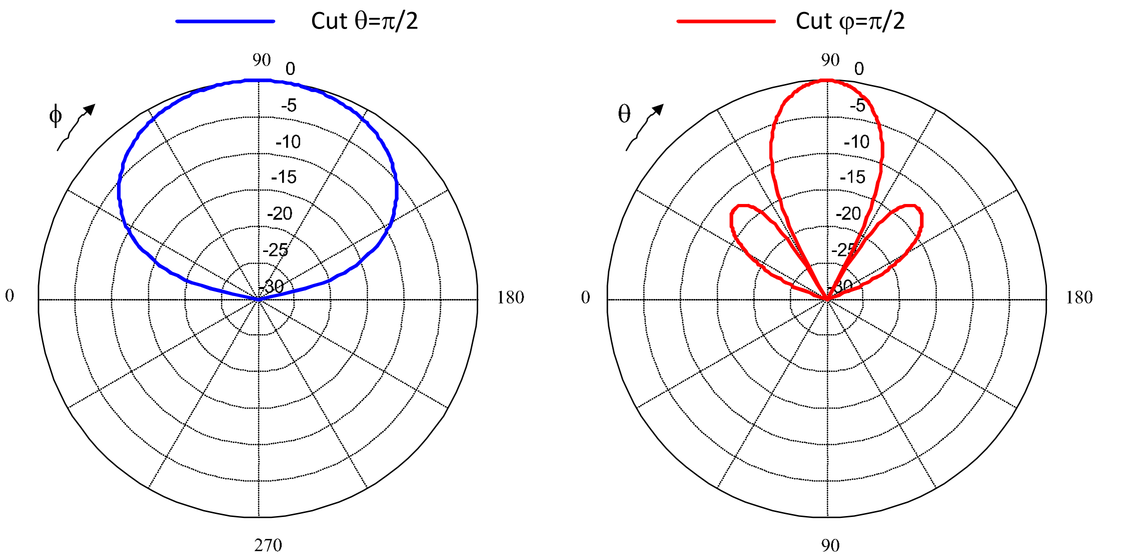


Fig. 191 Cortes del diagrama total. Se observa como al tratarse de una agrupación uniforme los lóbulos secundarios están a unos 13dB por debajo del lóbulo principal

De los resultados pueden extraerse algunas conclusiones importantes:

a) El diagrama es más estrecho en el plano que contiene la agrupación. Si nos fijamos, en el plano θ=π/2, sólo se ve un elemento y el corte del diagrama es el que obteníamos ya al analizar dipolos horizontales sobre PEC. Por otro lado, en el plano φ=π/2 es donde están las cuatro fuentes y es por lo tanto en este plano donde la radiación está más confinada

b) El máximo lo tenemos en la dirección normal en el plano de la antena ya que todas las fuentes están radiadas en fase (agrupación *broadside*). De todas maneras, depende del diagrama del elemento básico. Si el dipolo, en lugar de estar situado en λ/4 hubiera estado en λ/2, hubiera aparecido un nulo en la dirección perpendicular (ver diagramas Fig. 113)

c) El NLPS es aproximadamente de 13dB ya que se trata de una agrupación uniforme.

Vamos a resolver el problema por el segundo método previamente comentado. Teniendo en cuenta el modelo equivalente a partir de la teoría de imágenes, el polinomio de *array* es:

$$P(z,w)=\sum_{m=0}^{1}\sum_{n=0}^{3}a_{mn}z^m w^n \quad donde \quad z=e^{j\psi_y} \quad y \quad w=e^{j\psi_z}$$

$$P(z,w)=(w^3+w^2+w+1)(z-1)=\frac{(1-w^4)}{1-w}(z-1)$$

que sustituyendo *z* y *w* por sus valores se obtiene:

$$FA(\psi_z,\psi_y)=\frac{sen(4\frac{\psi_z}{2})}{sen(\psi_z)}2sen(\tfrac{\psi_y}{2})$$

Resultado igual al obtenido previamente.

4.9.1. Ejemplo de aplicación: agrupaciones submuestreadas

En caso de que el diagrama básico de la agrupación presente nulos en el diagrama se puede diseñar la separación entre los elementos de forma que coincida el nulo con lóbulo de difracción puesto que el diagrama total es el producto del diagrama del elemento base por el factor de la agrupación (ecuación (172)). Esto permite tener agrupaciones con menos elementos y por lo tanto se simplifica la red de distribución. La antena *microstrip* de Fig. 192 es un elemento operante en un modo superior en el que se obtiene un diagrama con un haz principal con dos nulos.

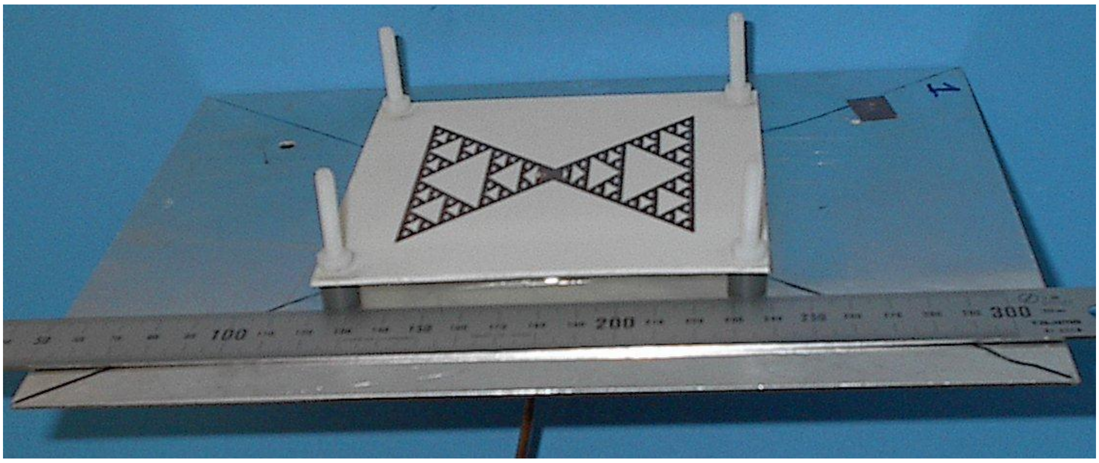


Fig. 192 Antena microstrip basada en la geometría fractal de Sierpinski. Elemento imprimido sobre un substrato y dispuesto a sobre un plano conductor eléctrico [45]

Si comparamos este diagrama con el de una antena microstrip con geometría circular operando en su modo fundamental, se observa cómo el diagrama no presenta ningún nulo sacado del nulo en el plano del conductor (Fig. 197).

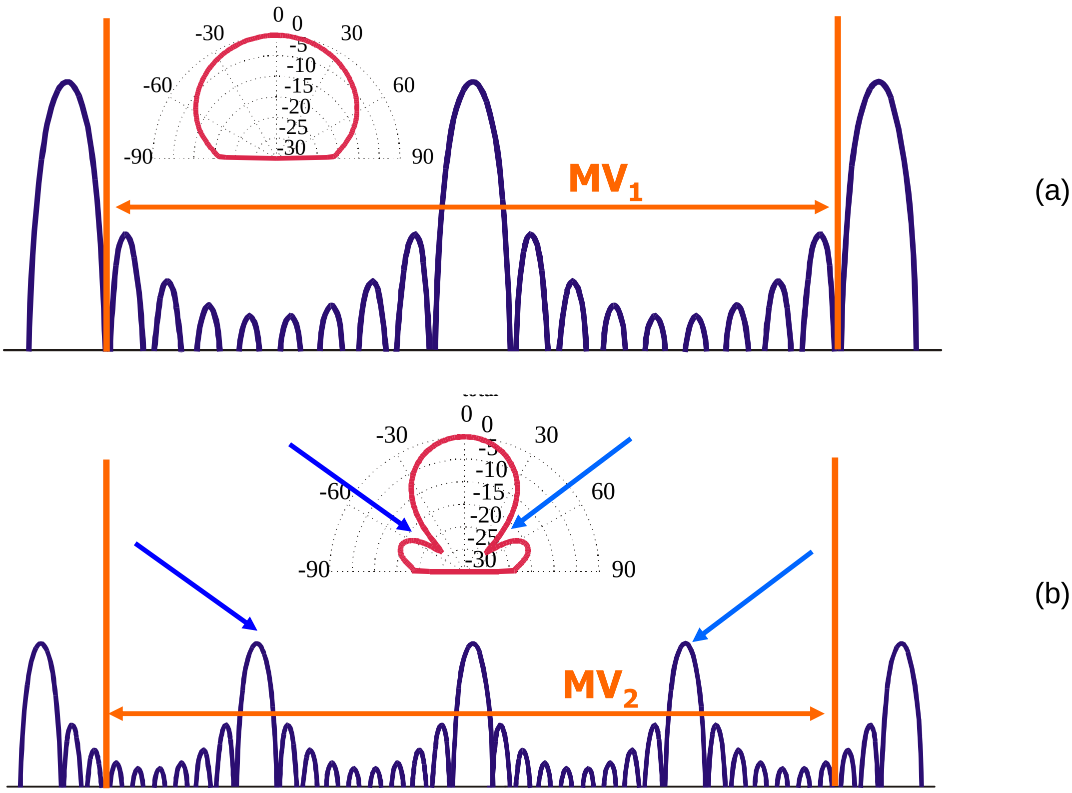


Fig. 193 a) Diagrama de un elemento microstrip circular y margen visible (MV) para evitar los lóbulos de difracción; b) Diagrama del elemento de la Fig. 192 y el margen visible para hacer coincidir los dos lóbulos de difracción (±2π) con los nulos del diagrama de radiación

Siguiendo esta metodología, la agrupación utilizando el elemento más directivo permite separar más los elementos y reducir el número de elementos necesarios (reducción en un factor 2.8) simplificando la complejidad de la red de distribución (Fig. 199).

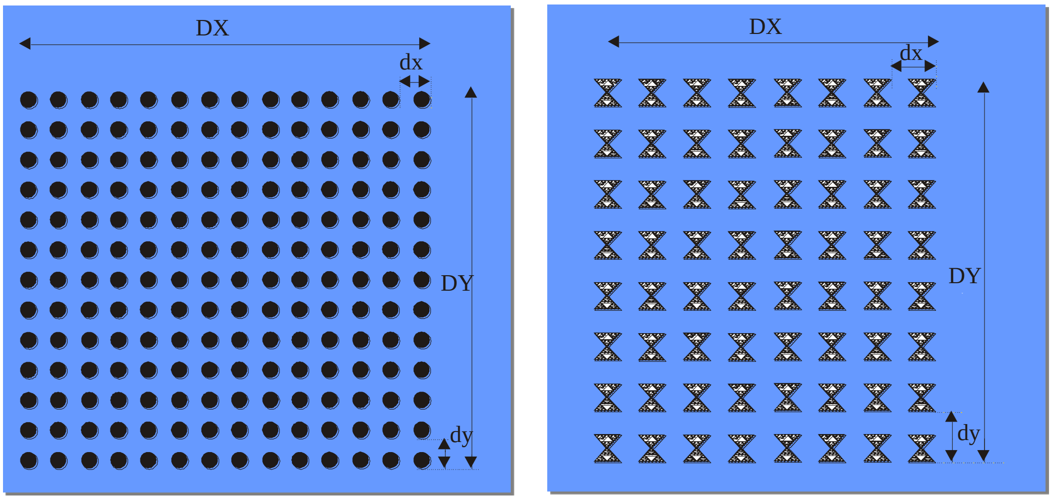


Fig. 194 Izquierda: agrupación bidimensional con elementos circulares (14 x 13); Derecha: agrupación bidimensional con elementos inspirados en la geometría fractal de Sierpinski (8 x8)

Utilizando el principio de que el espacio actúa como transformador de Fourier, as agrupaciones de la
Fig. 194 presentan el mismo tamaño eléctrico (tienen la misma medida física y operan a la misma frecuencia) y se puede concluir que su directividad ha de ser igual. El diagrama de radiación presenta en el cono principal (círculo indicado en la Fig. 195), el mismo haz pincel y NLPS. Fuera de este margen aparecen lóbulos secundarios con una relación NLPS~12dB que son el producto de los lóbulos secundarios que se han eliminado con el nulo del diagrama del elemento base de la agrupación.

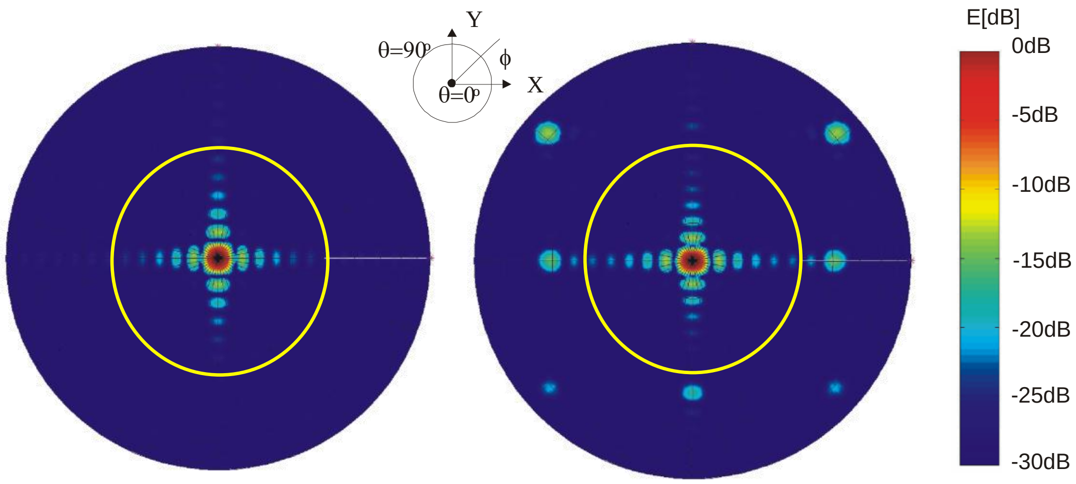


Fig. 195 Diagramas de radiación de las agrupaciones de la Fig. 194. Izquierda: por la agrupación con elementos circulares; Derecha: por la agrupación con elementos inspirados en la geometría fractal de Sierpinski

Ejemplo de sistema de medida: sistema de exploración en coordenadas cilíndricas

En los casos que se desea medir en 3D los diagramas de radiación de una antena, es necesario realizar una adquisición de datos en una superficie que envuelva a la antena

bien en una esfera (Fig. 45) bien en un sistema cilíndrico (Fig. 196). La ventaja del sistema de adquisición en coordenadas cilíndricas mostrado en la Fig. 196 radica en la posibilidad de medir antenas eléctricamente grandes como los arrays de estación base (ej. Un array de 10 elementos separados 0.9λ resulta en una longitud total aproximada de 8.1λ). El cilindro de adquisición contiene un conjunto de sondas de doble polarización distribuidas a lo largo de un anillo. En la parte central se ubica un rail móvil donde reposa la antena la cual de forma mecánica se va introduciendo en su interior para realizar múltiples cortes. A partir de dicha información en 3D es posible obtener la directividad, la ganancia, la eficiencia, magnitudes que dependen de la integración del campo en el espacio 3D que envuelve a la antena. Además es posible obtener toda la información de cortes del diagrama de radiación en cualquier plano, polarización, relación axial entre los más relevantes. Es importante destacar la ventaja que supone el rail mecánico pues con dicho mecanismo es posible medir antenas eléctricamente grandes que de otra formas se necesitaría una cámara de grandes dimensiones o bien una cámara como la mostrada en la Fig. 45, pero en una versión mayor que la mostrada pues la propia longitud del array puede superar el diámetro del aro de adquisición.

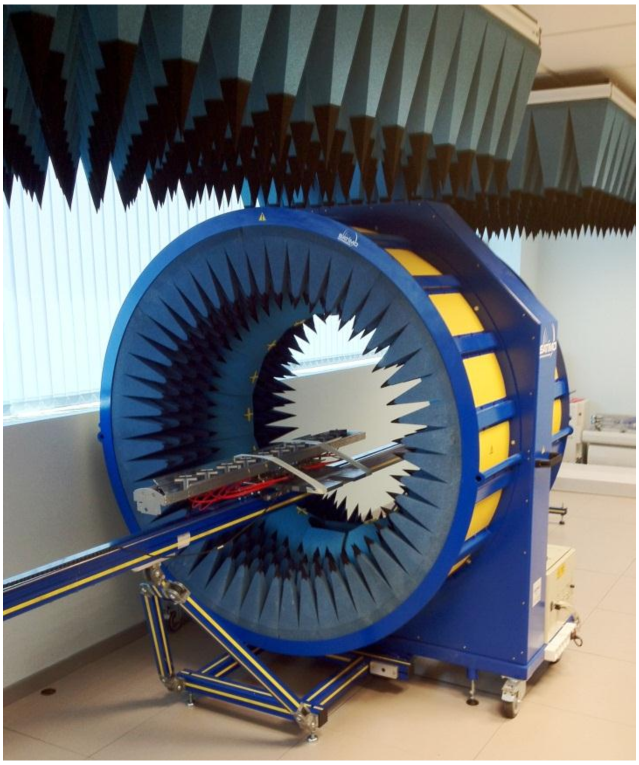


Fig. 196 Sistema de exploración en coordenadas cilíndricas. El sistema es compacto y permite la caracterización de antenas eléctricamente grandes como los arrays de estación base.
Gentileza del Dr. Francisco Cortés e Ismael Bel de la empresa Telnet, Zaragoza.

RESUMEN

En esta sesión se han analizado las agrupaciones bidimensionales. La utilidad de éstas es que el haz puede barrerse en cualquier punto del espacio, cosa que hace que sea muy útil para aplicaciones de radiolocalización. Además, si se quiere sintetizar un diagrama de una forma determinada, por ejemplo, un diagrama que dé apertura a la península y además a las islas Baleares y Canarias, se puede sintetizar un diagrama con varios lóbulos sin desperdiciar energía hacia el mar. Con el debido diseño de los pesos (amplitud y fases), así como las distancias, se pueden sintetizar diagramas a

medida. Eso es lo que se conoce como conformación de diagramas y corresponde al apartado de síntesis que veremos en la próxima sección.

El diagrama del elemento puede ser determinante en la optimización del número de elementos en una agrupación tanto unidimensional como bidimensional, como el de agrupaciones submuestreadas.

Sesión 20: Síntesis de diagramas

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Completar el conocimiento en una de las aplicaciones más importantes de las agrupaciones de antenas: la síntesis. Hasta ahora hemos estudiado que una agrupación es útil para: a) conseguir la directividad y NLPS deseados; b) barrer el haz en cualquier punto del espacio; c) sintetizar el diagrama que se desee. Este último punto es el que se trata a fondo en esta sesión.

CONTENIDOS

Clasificación de los métodos de síntesis de antenas y estudio detallado del método de Fourier. Se presentan dos métodos más basados en algoritmos genéticos y redes neuronales.

4.10. Síntesis de diagramas

Con las agrupaciones podemos conseguir antenas más directivas a medida que aumenta el número de elementos y que se puede barrer el haz de manera electrónica en un plano para el caso de agrupaciones lineales y en todo el espacio para el caso de agrupaciones bidimensionales. Hemos analizado que se puede sintetizar una agrupación dados los nulos del diagrama de radiación. A este método de síntesis lo denominamos síntesis de ceros. En esta sesión presentamos la síntesis de diagramas, donde profundizaremos en uno de ellos: el método de Fourier.

Hasta ahora, las herramientas que hemos tratado han sido herramientas de síntesis, es decir, dadas unas amplitudes, fases y distancias, qué diagrama se obtenía. Ahora, la herramienta que vamos a estudiar nos permitirá resolver la siguiente pregunta: ¿cuáles tienen que ser las excitaciones (amplitudes, fases y distancias de los elementos de la agrupación) para obtener un determinado diagrama de radiación o para sintetizar un determinado NLPS o para determinar un conjunto de nulos en el diagrama de radiación? La Fig. 197 muestra el proceso de síntesis como proceso inverso del análisis.

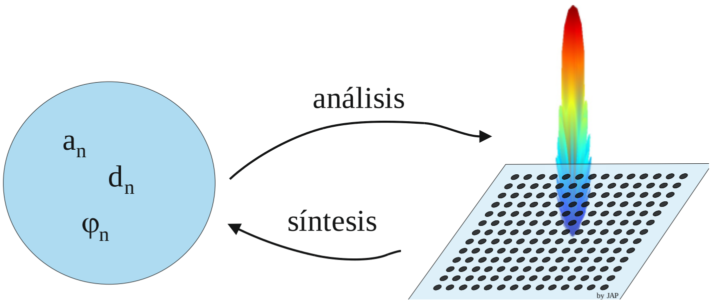


Fig. 197 El análisis en un procedimiento sencillo para calcular el diagrama de radiación cuando se conoce el tipo de excitación (amplitud a_n, distancia d_n y fase φ_n) de cada elemento de la agrupación. El procedimiento inverso, la síntesis, es más complicado.

Así como el análisis es sencillo ya que se trata de aplicar la expresión del factor de *array* dadas las excitaciones para determinar el diagrama, el proceso inverso es más complicado.
Existen diferentes técnicas de síntesis. A continuación se expone una clasificación y cuáles son las características diferenciadoras de cada una de ellas:

Métodos Analíticos	Métodos Numéricos
Modelado del haz: Fourier, Woodyard	Algoritmos genéticos PSO (Particle Swarm Optimization) Simulated Annealing
Síntesis de ceros: Schelkunnoff	
Optimización NLPS y directividad: Chebychev, Taylor	

Tabla 11 Clasificación de algunos métodos de síntesis

Distinguimos dos grandes grupos: los métodos analíticos y los numéricos. Tal y como su propio nombre indica, los analíticos son aquellos en los que hay expresiones cerradas para poder calcular las excitaciones. El ejemplo que se ha estudiado sobre síntesis de ceros es un caso. Los numéricos aprovechan la potencia de cálculo de los ordenadores para realizar procesos muy repetitivos.

Entre los analíticos encontramos aquellos que permiten sintetizar cualquier tipo de diagrama de radiación: Fourier y Woodyard. En el método de Fourier necesitamos la expresión analítica del diagrama que se va a sintetizar. La síntesis de ceros es un método particular ya que sólo se fija en lo ceros del diagrama de radiación, sin controlar ninguna otra especificación. Recibe el nombre de Schelkunnoff y data aproximadamente de 1943. Finalmente, hay métodos que permiten sintetizar un determinado NLPS y directividad como son los métodos de Chebychev y Taylor.

Los métodos numéricos son de más reciente aplicación. Estos métodos pueden sintetizar cualquier tipo de parámetros: diagrama, NLPS, directividad, etc. Entre los más utilizados encontramos los algoritmos genéticos (GAs). Los GAs son métodos de optimización inspirados en principios de selección natural siguiendo la teoría de la evolución.

4.10.1. Síntesis de Fourier

Analizamos con detalle el método de Fourier ya que su formulación es la más familiar. El método de Fourier consiste básicamente en:

a) A partir de la especificación del diagrama en el espacio real $FA(\theta)$, averiguar el $FA(\psi)$. Puede ocurrir que al hacer el paso inverso y en función de la distancia entre elementos, $FA(\psi)$ no quede definida en todo el margen $[0,2\pi]$ necesario para hacer el desarrollo. Entonces, se puede completar como se quiera la función ya que nunca aparecerá en el espacio real. El criterio que habitualmente se utiliza para completar la función es aquél que resulta en una señal de menos ancho de banda. De esta manera, se necesitarán menos términos para sintetizar el diagrama. Ilustraremos este hecho con un ejemplo.

b) Desarrollar en serie de Fourier y truncar la serie en base bien porque el error entre la aproximación y el desarrollo es menor que un cierto valor prefijado, bien porque se ha alcanzado un máximo número de elementos.

A continuación mostraremos cuál es el formalismo matemático necesario para dar con el coeficiente de la agrupación que sintetizará el diagrama deseado. Utilizaremos la misma nomenclatura que habitualmente se utiliza en los primeros cursos de ingeniería.

Sea un polinomio en *z*, FA(*z*) de la forma:

$$FA(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_m z^m + \ldots a_{2M} z^{2M}$$
$$FA(z) = z^M \left(a_0 z^{-M} + a_1 z^{-(M-1)} + \ldots + a_m + \ldots + a_{2M} z^M \right)$$

Si solamente interesa sintetizar el módulo del diagrama (caso habitual en nuestro caso) tenemos que:

$$\left| FA(z) \right| = \left| a_0 z^{-M} + a_1 z^{-(M-1)} + \ldots + a_m + \ldots + a_{2M} z^M \right|$$

Ya que |*z*|=1.
Entonces,

$$\left| FA(\psi) \right| = \left| \sum_{n=-M}^{M} c_n e^{jn\psi} \right|$$

Donde

$$a_0 = c_{-M}$$
$$a_1 = c_{-(M-1)}$$
$$\vdots$$
$$a_m = c_o$$
$$\vdots$$
$$a_{2M} = c_M$$

Si el FA(ψ) pertenece a R se cumple que $c_n = c_{-n}^*$, es decir, hay simetría compleja conjugada.

Como FA(ψ) será una función periódica de periodo 2π (si no lo es, lo impondremos añadiendo el tramo de función que resta siguiendo el criterio de mínimo ancho de banda), c_n son los coeficientes de la serie de Fourier y que además representan las excitaciones de la agrupación. Como sólo estudiaremos FA(ψ) pertenece a R tenemos en definitiva que:

$$FA(\psi) = \sum_{n=-M}^{M} c_n e^{jn\psi} \qquad donde \qquad cn = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} FA(\psi) e^{-jn\psi} d\psi$$

Que permite relacionar con la expresión más familiar del desarrollo en serie de una función periódica de periodo 2π:

$$FA(\psi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\psi + b_n senn\psi$$

donde

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} FA(\psi)\cos n\psi d\psi$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} FA(\psi) sen n\psi d\psi$$

$$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \qquad c_{-n} = c_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2} \qquad c_o = \frac{a_o}{2}$$

Por lo tanto, dado el FA(ψ), el problema es encontrar los coeficientes a_n y b_n. A partir de estos, las excitaciones de la agrupación son los c_n.

Existen casos particulares en los que el cálculo puede simplificarse:

a) si FA(ψ)=FA(-ψ), es decir, es una función par, entonces b_n=0.
b) si FA(ψ)=-FA(-ψ), es decir, es una función impar, entonces a_n=0.

Ejercicio

Sintetiza una batería de 5 elementos isotrópicos con una separación entre elementos de 15 cm de manera que a 500 MHz aproxime el diagrama de radiación siguiente:

f(θ) = 1   0 < θ < π/2
f(θ) = 0   π /2 < θ < π

Nota: Utiliza el valor del desfase progresivo α= 0º
Resolución del problema:

Para una agrupación con las siguientes características,

f = 500 MHz → $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8}{500\cdot 10^6} = 0.6$ m

d = 0.15 cm = λ / 4
α = 0

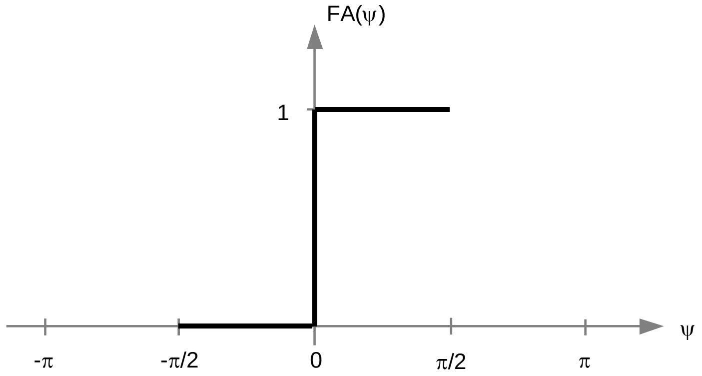
$$k\cdot d = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

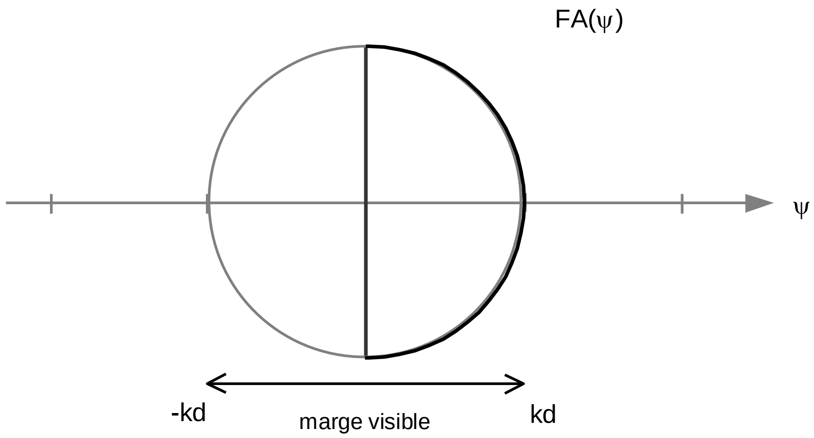
se encuentra la expresión del factor de agrupamiento FA(ψ) :

f(θ)	θ	ψ
1	0	π/2
1	π/2	0
0	π	-π/2

$$\psi = kd\cdot\cos(\theta) + \alpha = \frac{\pi}{2}\cos(\theta)$$

FA(ψ) = 0   ***-π/2 < θ < π /2***
FA(ψ) = 1   ***0 < θ < π/2***

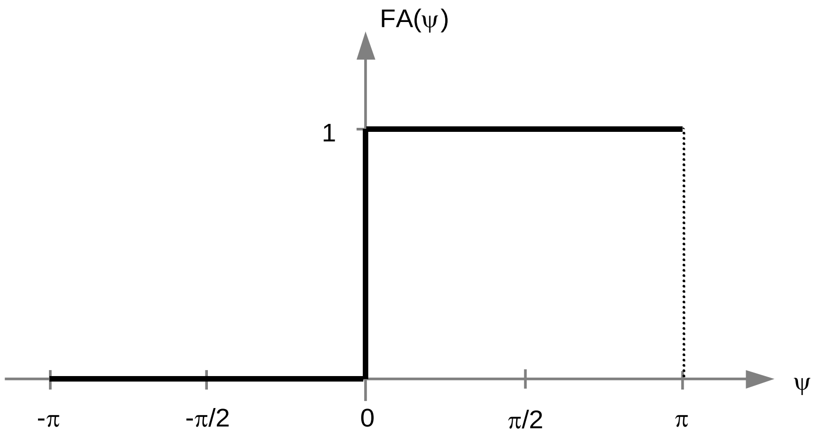




La expresión del factor de agrupación tiene que ser periódica de período 2π.

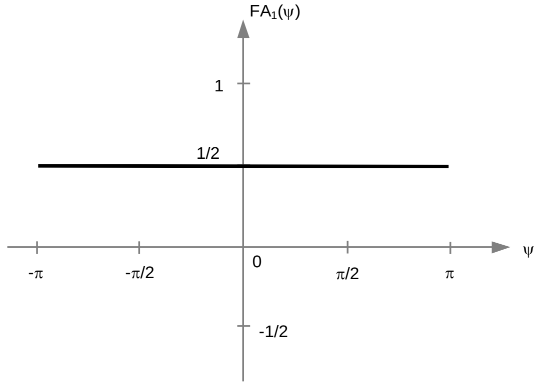
Para sintetizar el diagrama debe completarse la función para los valores de ψ entre $-\pi$ y $-\pi/2$ y entre $\pi/2$ y π. Existen varias posibilidades, es este caso haremos la síntesis para dos modelos diferentes y así podremos establecer una comparativa entre ellos.

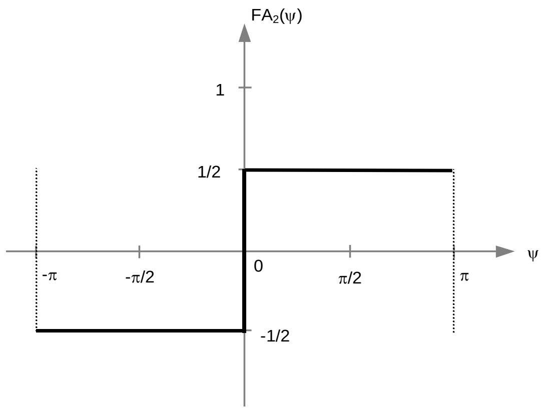
a) Modelo A



Quizás sea el modelo más intuitivo. En primer lugar, se observa que no es una función par ni impar pero, como toda función, siempre puede ponerse como una composición de una parte par y otra impar. La figura siguiente nos muestra esta composición, útil para su síntesis.

$$FA(\psi) = FA_{parella}(\psi) + FA_{imarella}(\psi) = FA_1(\psi) + FA_2(\psi)$$





La serie de Fourier para FA(ψ) puede ponerse como sumatorio, donde c_n son los coeficientes de la serie:

$$FA(\psi) = \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} c_n \cdot e^{jn\psi}$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} FA(\psi) \cdot e^{-jn\psi} d\psi$$

En nuestro caso, FA(ψ) está definida sólo entre 0 y π. Además, podemos ponerlo en función de las funciones par e impar anteriormente descritas.

$$c_n = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi} FA(\psi) \cdot e^{-jn\psi} d\psi = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} FA_1(\psi) \cdot \cos(n\psi) d\psi - j\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} FA_2(\psi) \cdot \sin(n\psi) d\psi$$

Evaluamos cada integral por separado:

$$c_{n,1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_1(\psi)\cdot\cos(n\psi)d\psi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot\cos(n\psi)d\psi =$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\cos(n\psi)d\psi = \frac{1}{2n\pi}sin(n\psi)\Big]_0^{\pi} = \frac{1}{2n\pi}sin(n\pi)$$

$$c_{n,2} = -j\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_2(\psi)\cdot\sin(n\psi)d\psi = -j\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot\sin(n\psi)d\psi =$$
$$= \frac{-j}{2\pi}\int_0^{\pi} sin(n\psi)d\psi = \frac{j}{2n\pi}\cos(n\psi)\Big]_0^{\pi} = \frac{j}{2n\pi}\left[\cos(n\pi)-1\right]$$

Cuando tenemos las dos integrales, damos valores a ‘n’ para obtener los coeficientes. Para el caso de n=0, volvemos a evaluar la integral para evitar indeterminaciones.

$$c_{0,1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_1(\psi)\cdot\cos(0)d\psi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot(1)d\psi = \frac{1}{2\pi}(\pi-0) = \frac{1}{2}$$
$$c_{0,2} = \frac{-j}{\pi}\int_0^{\pi} FA_2(\psi)\cdot sen(0)d\psi = \frac{-j}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot(0)d\psi = 0$$

$$c_0 = c_{0,1} + c_{0,2} = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$
$$c_1 = c_{1,1} + c_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\sin(\pi) + \frac{j}{2\pi}\left[\cos(\pi)-1\right] = 0 + \frac{-j}{\pi} = \frac{-j}{\pi}$$
$$c_{-1} = c_1^{\,*} = \frac{j}{\pi}$$
$$c_2 = c_{2,1} + c_{2,2} = \frac{1}{2\cdot 2\pi}\sin(2\pi) + \frac{j}{2\cdot 2\pi}\left[\cos(2\pi)-1\right] = 0 + 0 = 0$$
$$c_{-2} = c_2^{\,*} = 0$$
$$c_3 = c_{3,1} + c_{3,2} = \frac{1}{2\cdot 3\pi}\sin(3\pi) + \frac{j}{2\cdot 3\pi}\left[\cos(3\pi)-1\right] = 0 + \frac{-j}{3\pi} = \frac{-j}{3\pi}$$
$$c_{-3} = c_3^{\,*} = \frac{j}{3\pi}$$

Así pues, para una agrupación de once elementos obtendríamos los siguientes coeficientes:

$$c_{N=11} = \left[\frac{j}{5\pi} \quad 0 \quad \frac{j}{3\pi} \quad 0 \quad \frac{j}{\pi} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{-j}{\pi} \quad 0 \quad \frac{-j}{3\pi} \quad 0 \quad \frac{-j}{5\pi}\right]$$

Por lo tanto el factor de la agrupación es:

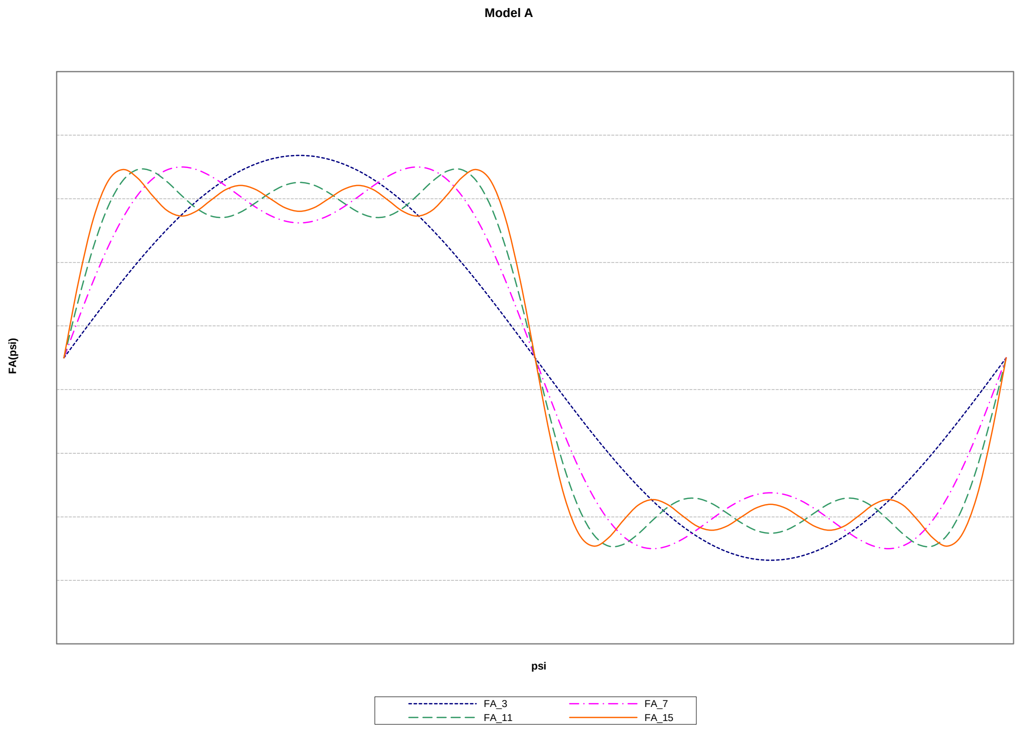
$$FA(\psi) = \frac{j}{5\pi}e^{-5j\psi} + \frac{j}{3\pi}e^{-3j\psi} + \frac{j}{\pi}e^{-j\psi} + \frac{1}{2} - \frac{j}{\pi}e^{j\psi} - \frac{j}{3\pi}e^{3j\psi} - \frac{j}{5\pi}e^{5j\psi} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{j\pi}(e^{j\psi} - e^{-j\psi}) + \frac{1}{j3\pi}(e^{3j\psi} - e^{-3j\psi}) + \frac{1}{j5\pi}(e^{5j\psi} - e^{-5j\psi}) =$$

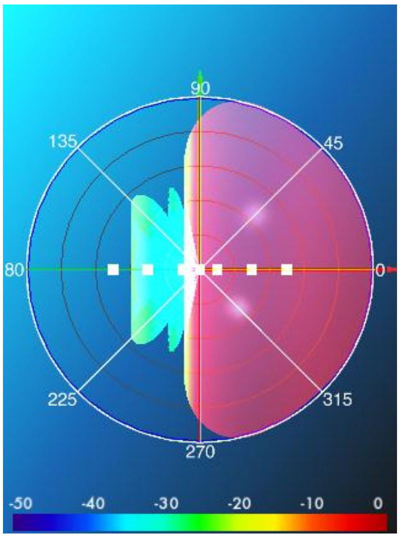
$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} sin(\psi) + \frac{2}{3\pi} sin(3\psi) + \frac{2}{5\pi} sin(5\psi)$$

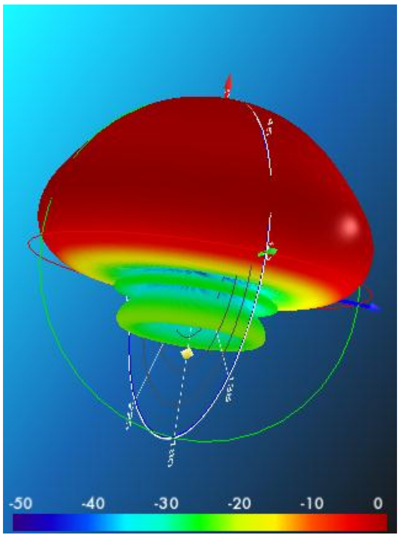
$$\boxed{FA_{N=11}(\psi) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} sin(\psi) + \frac{2}{3\pi} sin(3\psi) + \frac{2}{5\pi} sin(5\psi)}$$

En la gráfica siguiente puede verse cómo evoluciona la aproximación de la expresión del factor de agrupación cuanto más elevado sea el número de elementos.

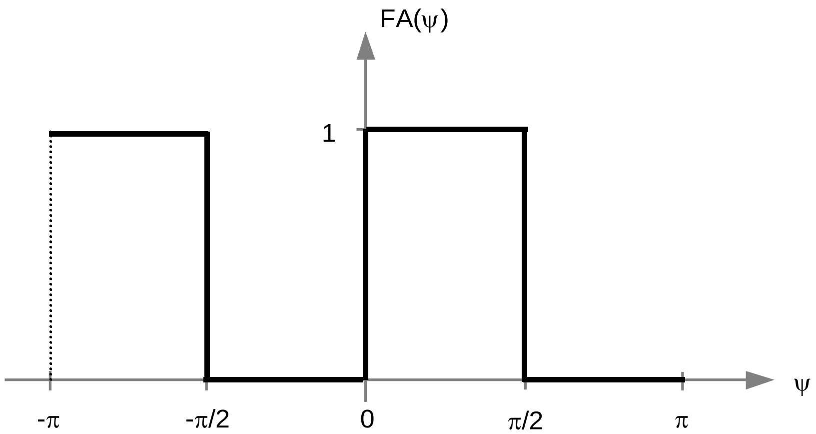


Con los coeficientes $c_{N\,=\,11}$ encontrados anteriormente y teniendo en cuenta que la separación entre elementos es de 15cm a la frecuencia de 500MHz, el diagrama en 3D sintetizado resultante es:



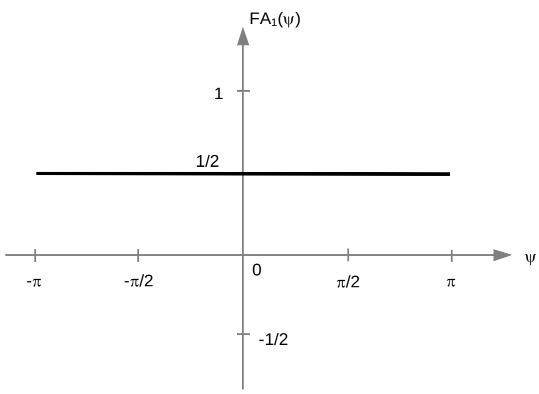


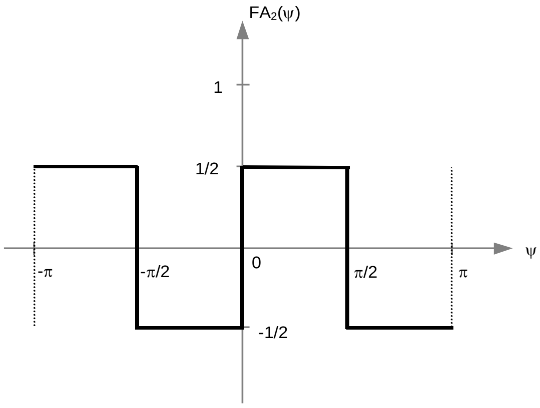
b) Modelo B



Este segundo modelo nos presenta más periodicidad que el primero. También lo podemos sintetizar como una composición de una parte par y otra impar. La figura siguiente nos muestra esta composición.

$$FA(\psi) = FA_{parella}(\psi) + FA_{imarella}(\psi) = FA_1(\psi) + FA_2(\psi)$$





Igual que antes, construiremos la serie de Fourier para FA(ψ) a partir de los coeficientes c_n:

$$FA(\psi) = \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} c_n \cdot e^{jn\psi}$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} FA(\psi)\cdot e^{-jn\psi}\,d\psi =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_1(\psi)\cdot\cos(n\psi)d\psi - j\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_2(\psi)\cdot sin(n\psi)d\psi$$

Evaluando cada integral:

$$c_{n,1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_1(\psi)\cdot\cos(n\psi)d\psi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot\cos(n\psi)d\psi =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\cos(n\psi)d\psi = \frac{1}{2n\pi}sin(n\psi)\Big]_0^{\pi} = \frac{1}{2n\pi}sin(n\pi)$$

$$c_{n,2} = -j\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} FA_2(\psi)\cdot\sin(n\psi)d\psi = \frac{-j}{\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2}\cdot\sin(n\psi)d\psi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\sin(n\psi)d\psi\right] =$$

$$= \frac{-j}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(n\psi)d\psi + \frac{j}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sin(n\psi)d\psi = \frac{j}{2n\pi}\cos(n\psi)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{-j}{2n\pi}\cos(n\psi)\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} =$$

$$= \frac{j}{2n\pi}\left[\cos(n\frac{\pi}{2}) - \cos(0)\right] - \frac{j}{2n\pi}\left[\cos(n\pi) - \cos(n\frac{\pi}{2})\right] = \frac{j}{2n\pi}\left(2\cos(n\frac{\pi}{2}) - \cos(n\pi) - 1\right)$$

Como en el caso anterior, damos valores a 'n' para obtener los coeficientes. Para el caso de n=0, volvemos a evaluar la integral para evitar indeterminaciones.

$$c_{0,1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cos(0)d\psi = \frac{1}{2} \qquad c_{0,2} = \frac{-j}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cdot sen(0)d\psi = 0$$

$$c_0 = c_{0,1} + c_{0,2} = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$

$$c_1 = c_{1,1} + c_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\sin(\pi) + \frac{j}{2\pi}\left[2\cos(\frac{\pi}{2}) - \cos(\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{2\pi}(0+1-1) = 0$$

$$c_{-1} = c_1^{\ *} = 0$$

$$c_2 = c_{2,1} + c_{2,2} = \frac{1}{2\cdot 2\pi}\sin(2\pi) + \frac{j}{2\cdot 2\pi}\left[2\cos(\pi) - \cos(2\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{4\pi}(-4) = \frac{-j}{\pi}$$

$$c_{-2} = c_2^{\ *} = \frac{j}{\pi}$$

$$c_3 = c_{3,1} + c_{3,2} = \frac{1}{2\cdot 3\pi}\sin(3\pi) + \frac{j}{2\cdot 3\pi}\left[2\cos(\frac{3\pi}{2}) - \cos(3\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{6\pi}(0+1-1) = 0$$

$$c_{-3} = c_3^{\ *} = 0$$

$$c_4 = c_{4,1} + c_{4,2} = \frac{1}{2\cdot 4\pi}\sin(4\pi) + \frac{j}{2\cdot 4\pi}\left[2\cos(2\pi) - \cos(4\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{8\pi}(2-1-1) = 0$$

$$c_{-4} = c_4^{\ *} = 0$$

$$c_5 = c_{5,1} + c_{5,2} = \frac{1}{2\cdot 5\pi}\sin(5\pi) + \frac{j}{2\cdot 5\pi}\left[2\cos(\frac{5\pi}{2}) - \cos(5\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{10\pi}(0+1-1) = 0$$

$$c_{-5} = c_5^{\ *} = 0$$

$$c_6 = c_{6,1} + c_{6,2} = \frac{1}{2\cdot 6\pi}\sin(6\pi) + \frac{j}{2\cdot 6\pi}\left[2\cos(3\pi) - \cos(6\pi) - 1\right] = 0 + \frac{j}{12\pi}(-4) = \frac{-j}{3\pi}$$

$$c_{-6} = c_6^{\ *} = \frac{j}{3\pi}$$

En primer lugar, puede observarse que necesitamos más elementos para tener coeficientes que no se anulen. Así pues, para una agrupación de trece elementos obtendríamos los siguientes coeficientes:

$$c_{N=13} = \left[\frac{j}{3\pi} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{j}{\pi} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{-j}{\pi} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-j}{3\pi}\right]$$

Y el factor de la agrupación asociado es:

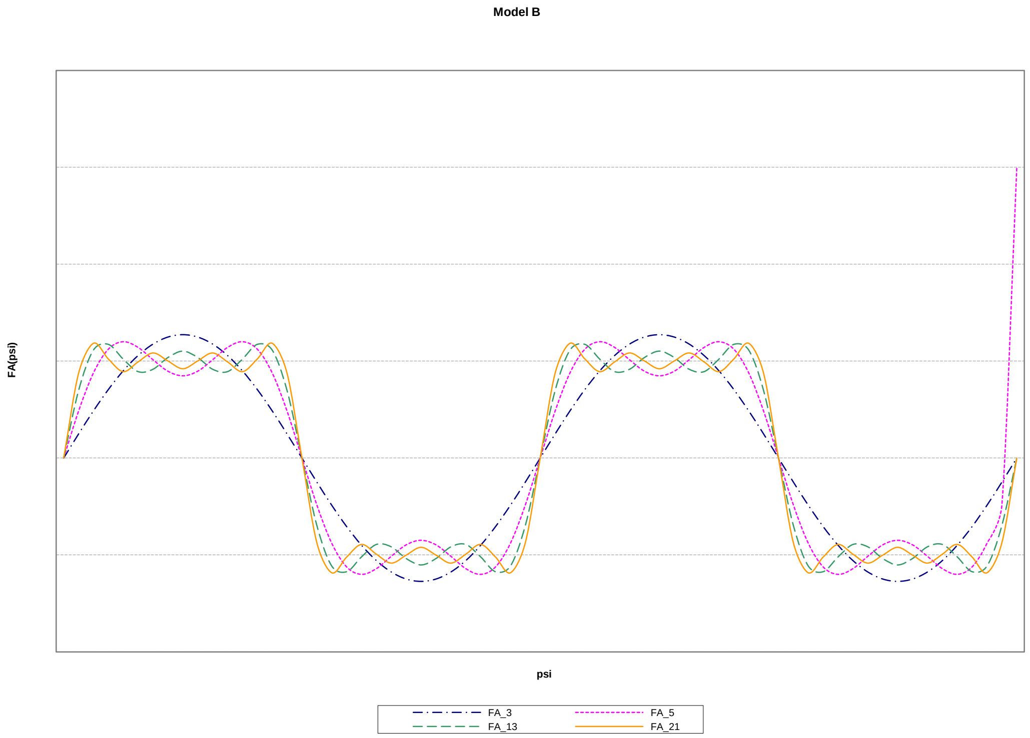
$$FA(\psi) = \frac{j}{3\pi} e^{-6j\psi} + \frac{j}{\pi} e^{-2j\psi} + \frac{1}{2} - \frac{j}{\pi} e^{2j\psi} - \frac{j}{3\pi} e^{6j\psi} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{j\pi}(e^{2j\psi} - e^{-2j\psi}) + \frac{1}{j3\pi}(e^{6j\psi} - e^{-6j\psi}) =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} sin(2\psi) + \frac{2}{3\pi} sin(6\psi)$$

$$\boxed{FA_{N=13}(\psi) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} sin(2\psi) + \frac{2}{3\pi} sin(6\psi)}$$

Igual que en el modelo anterior, la gráfica siguiente nos muestra cómo evoluciona la aproximación de la expresión del factor de agrupación en función del número de elementos.



En esta segunda gráfica se observa por un lado que para una batería de tres elementos (N=3) es igual que para N=1 porque los elementos de los extremos tendrían alimentación nula. El siguiente paso sería una batería de 5 elementos y, a partir de aquí, la batería tendrá que incrementarse en 8 elementos para que surta efecto, lo que implica una longitud excesiva de la antena.

Por otro lado se observa cómo el número de elementos que se necesitan para tener una aproximación aceptable, comparando con el modelo anterior, es bastante más elevado. Esto indica que la serie de Fourier que aproxima la función FA del modelo (b) converge más lentamente.

Esta diferencia entre ambos modelos también puede verse si se evalúa el error cometido entre la expresión aproximada y la función original, es decir, se trata de analizar el error cuadrático medio.

En primer lugar, recordemos la expresión de la potencia media del factor de agrupación FA, aplicando el teorema de Parseval para una señal periódica:

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \left|FA(\psi)\right|^2 d\psi = \sum_{n=0}^{\infty}\left|c_n\right|^2$$

Así pues, el error cuadrático medio se calcula como la diferencia entre la potencia del factor de agrupación especificado y el factor de agrupación sintetizado con una batería finita de antenas:

$$\overline{error} = \bar{e} = \sum_{n=0}^{\infty}\left|c_n\right|^2 - \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}}\left|c_n\right|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|FA(\psi)\right|^2 d\psi - \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}}\left|c_n\right|^2$$

Para medir con más precisión el grado de convergencia, se suele poner el error cuadrático medio normalizado con la potencia media, $\bar{e}/P$.

Calculemos, pues, la potencia media para cada modelo expuesto anteriormente:

$$P_A = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|FA_A(\psi)\right|^2 d\psi = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}1^2\, d\psi = \frac{1}{2\pi}\left(\pi - 0\right) = \frac{1}{2}$$

$$P_B = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|FA_B(\psi)\right|^2 d\psi = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}}1^2 d\psi + \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}1^2 d\psi\right) = \frac{1}{2\pi}\left((\frac{\pi}{2} - 0) + (\frac{3\pi}{2} - \pi)\right) = \frac{1}{2}$$

En cuanto al segundo término de la expresión del error, lo calcularemos según un número de elementos determinado:

Modelo A y N=11:

$$\sum_{n=-\frac{11-1}{2}}^{\frac{11-1}{2}}\left|c_{n,A}\right|^2 = \left|\frac{j}{5\pi}\right|^2 + 0 + \left|\frac{j}{3\pi}\right|^2 + 0 + \left|\frac{j}{\pi}\right|^2 + \left|\frac{1}{2}\right|^2 + \left|\frac{-j}{\pi}\right|^2 + 0 + \left|\frac{-j}{3\pi}\right|^2 + 0 + \left|\frac{-j}{5\pi}\right|^2 =$$

$$= \frac{1}{25\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} + \frac{1}{25\pi^2} = 0.48326$$

Modelo B y N=13:

$$\sum_{n=-\frac{13-1}{2}}^{\frac{13-1}{2}}\left|c_{n,B}\right|^2 = \left|\frac{j}{3\pi}\right|^2 + 0 + 0 + 0 + \left|\frac{j}{\pi}\right|^2 + 0 + \left|\frac{1}{2}\right|^2 + 0 + \left|\frac{-j}{\pi}\right|^2 + 0 + 0 + 0 + \left|\frac{-j}{3\pi}\right|^2 =$$

$$= \frac{1}{9\pi^2} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} = 0.47516$$

Con estos datos obtenemos el siguiente error cuadrático medio normalizado con la potencia media:

Modelo A : $\overline{e_A} = 0.5 - 0.48326 = 0.01674$; $\overline{e_A}/P = 0.03347$ → 3.3 %
Modelo B : $\overline{e_B} = 0.5 - 0.47516 = 0.02484$; $\overline{e_B}/P = 0.04968$ → 4.9 %

En la siguiente tabla puede verse una relación entre este error cuadrático medio normalizado y el número de elementos necesarios para cada modelo expuesto anteriormente.

	N=3	*N=5*	*N=7*	*N=9*	*N=11*	*N=13*
Modelo A: $\overline{e_A}/P$	9.5 %	9.5 %	4.9 %	4.9 %	3.3 %	3.3 %
modelo B: $\overline{e_B}/P$	50 %	9.5 %	9.5 %	9.5 %	9.5 %	4.9 %

Esta tabla comparativa nos muestra, tal y como habíamos explicado antes, cómo el modelo A tiene un grado de convergencia más rápido que el modelo B. Así, si se quiere hacer una aproximación con un error normalizado que no supere el 5 %, con el modelo A habría suficiente con implementar una batería de antenas con 7 elementos, mientras que con el modelo B habría que implementar con 13 elementos. Y si queremos una cota de error normalizado del 3.3%, con el modelo A se necesitarán 11 elementos y con el modelo B el número se dispara hasta los 21 elementos.

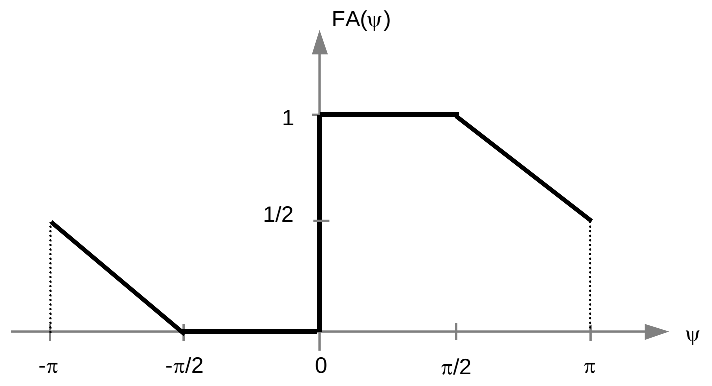
Cuantos más elementos se necesiten mayor es el tamaño de la antena, ya que se mantiene la distancia entre elementos aunque haya algunos con alimentación nula, y eso hace que resulte inviable implementar baterías con un número elevado de elementos.

Se puede deducir que la elección del diagrama del factor de agrupación a sintetizar es vital para obtener un resultado adecuado. Si se desea realizar una batería con un número de antenas reducido, hay que escoger el modelo de FA(ψ) que ocupe menos ancho de banda (BW), porque será el que tenga un grado de convergencia más rápido y, por lo tanto, de menos coeficientes a determinar.

Como se ha explicado antes, el modelo A resulta más eficiente que el modelo B, pero todavía se podría optimizar más el resultado si encontramos otro modelo que ocupe menos BW, siempre que cumpla la premisa básica:

FA(ψ) = 0 $\qquad -\pi/2 < \theta < \pi/2$
FA(ψ) = 1 $\qquad 0 < \theta < \pi/2$

Siguiendo este criterio, la figura siguiente muestra un modelo que cumple esta condición, que es periódico de periodo 2π y que ocuparía menos BW porque presenta menos componentes frecuenciales.



4.10.2. Algoritmos genéticos y redes neuronales

El método de Fourier siendo un método que permite sintetizar un diagrama arbitrario, presenta la limitación que las amplitudes resultantes pueden ser muy dispares. Esta disparidad puede presentar un problema a la hora de implementar la red de distribución. La optimización con algoritmos genéticos permite añadir restricciones como la limitación de la variación de la amplitud. Además, presenta una gran versatilidad ya que se pueden añadir como variables a optimizar no solo las amplitudes (tanto en módulo como en fase) sino que también la distancia entre elementos. Los algoritmos genéticos son sencillos de implementar y siguen un proceso natural de optimización (Fig. 183).

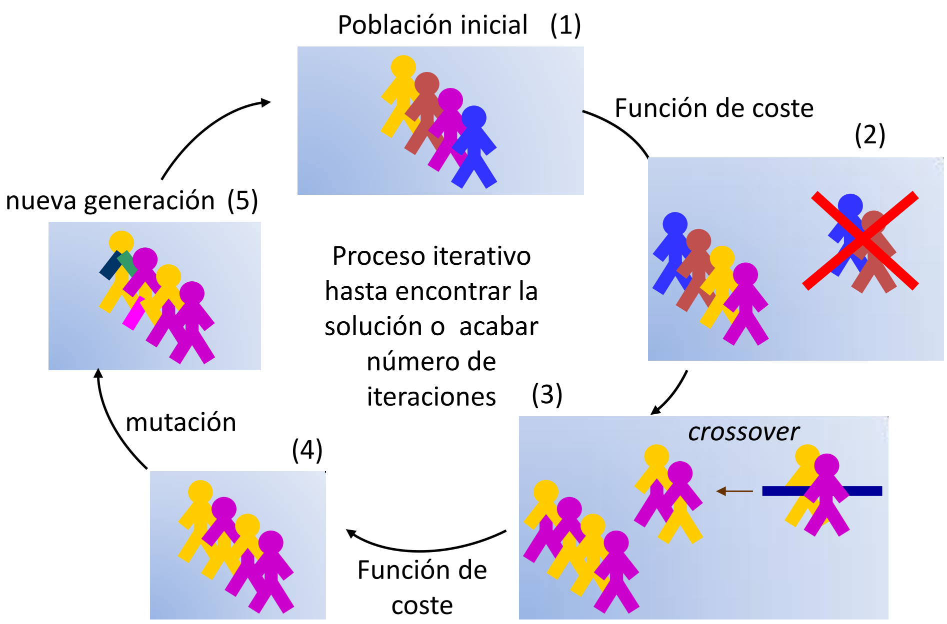


Fig. 198 Proceso de optimización basado en algoritmos genéticos.

El proceso de optimización consta de:

1) Creación de una población inicial. Por ejemplo, en el caso de optimización de diagramas de radiación con agrupaciones, la población inicial sería un conjunto de N arrays con amplitudes y distancias arbitrarias.
2) A partir de esta población inicial la función de coste evalúa su proximidad al objetivo y ordena el individuo de mejor a peor. Por ejemplo, la función de coste

podría ser la distancia euclidiana entre el diagrama objetivo y el diagrama de cada individuo. El que se parezca más será un individuo que se colocará en el primer lugar (elemento de color lila).

    a. Eliminación de la peor especie (selección).

3) Con los mejores especímenes (padres), los cruzamos para obtener hijos (cross-over). Se espera que si los padres son buenos individuos, los hijos hereden propiedades de sus progenitores. Por ejemplo, si dos arrays con M elementos se cruzan para obtener dos hijos, se puede coger los M/2 primeros elementos del array para 1 con los M/2 primeros del array 2 para crear un hijo.
4) Como los hijos pueden ser mejores que los padres, se aplica la función de coste para ordenar los elementos de mejor a menor.
5) Para evitar caer en un máximo absoluto, especialistas en genética introducen el operador mutación el cual sirve por ampliar el espacio de búsqueda. Una mutación puede generar un individuo que sea mejor que todos sus precedentes. En caso afirmativo, se meterá en la parte superior de la cadena evolutiva para generar descendencia. En caso contrario, la función de coste le condenará a su extinción. Una mutación puede ser por ejemplo una variación aleatoria de una amplitud o de la distancia en algunas de las antenas del array. Generalmente no se aplica mutación a los elementos o elementos superiores sino a los inferiores, de esta forma se asegura que en cada iteración se asegure siempre un individuo igual o mejor. Este procedimiento se repite hasta alcanzar la solución o bien agotar el número de iteraciones (Fig. 199).

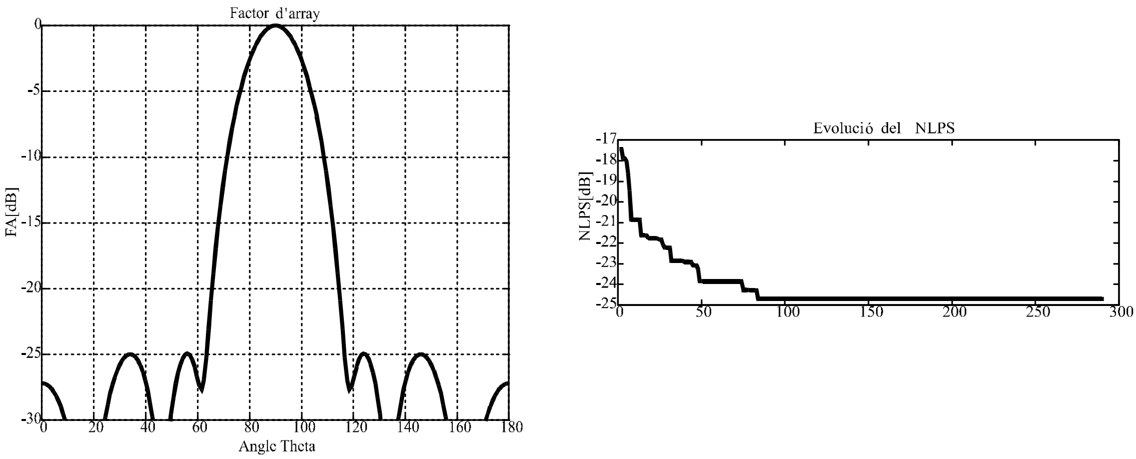


Fig. 199 Izquierda: optimización del NLPS hasta -25dB, hecho que manipula la distancia entre elementos utilizando métodos genéticos para un *array* de N=10 elementos uniformemente alimentados y con la misma fase. Derecha: evolución del NLPS con el número de iteraciones [46]

Otra alternativa de optimización consiste en utilizar redes neuronales las cuales, como su nombre indica, emulan a un sistema que funciona como el cerebro humano: entrenamiento para activar las conexiones. De hecho, se trata de un entramado de conexiones que mapean desde la entrada hasta la salida. El cerebro necesita para aprender estás sometido a diferentes situaciones. Una vez se ha alcanzado esta fase de aprendizaje es capaz de generalizar. Por ejemplo, un niño experimenta un día que el fuego de una cerilla quema. Al día siguiente se quema con el fuego de un encendedor. Pero al tercer día de haber aprendido, es capaz de generalizar e independientemente del fuego (encendedor, cerilla e incluso cualquier otra fuente), sabe que quemará. Con esta intención funciona este sistema de optimización de redes neuronales. Al cerebro (red neuronal) se le somete a N entradas a las cuales se les da N respuestas, es la llamada fase de entrenamiento. Por ejemplo: N diagramas de los

cuales se les adjudican N arrays de radiación. Una vez el cerebro está preparado, es suficientemente hábil para saber el array que le corresponde a cierto diagrama que no había visto nunca, tal y como ocurría con el niño al detectar el fuego.

Como ejemplo, suponemos un proceso de síntesis con redes neuronales (Fig. 200). Primero se define la arquitectura de la red con sus entradas, salidas y las capas ocultas. Las capas ocultas pueden tener varios nodos como conexiones entre neuronas, las cuales se han de entrenar. El proceso de entrenamiento define los pesos (flechas, w_i, Fig. 201).

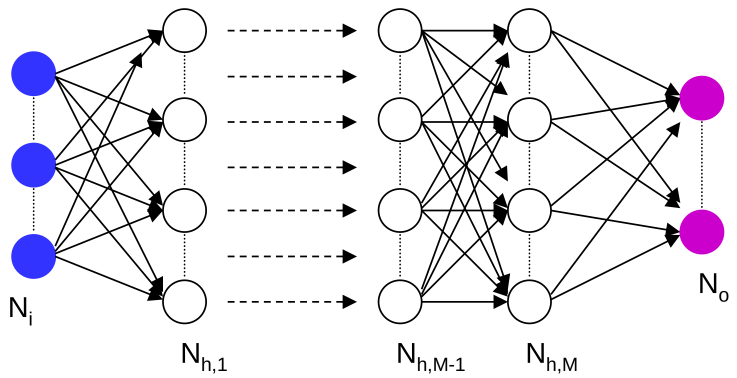


Fig. 200 Esquema de una red neuronal con Ni entradas, No salidas, y M capas ocultas (*hidden layers*).

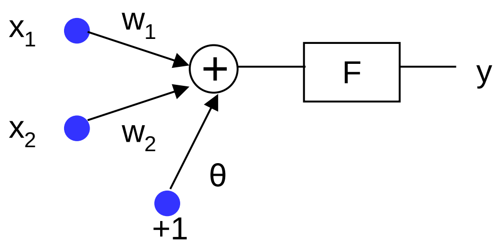


Fig. 201 Red neuronal de una sola capa.

Un ejemplo sencillo de red con una sola capa consta de unas entradas xi, un término de offset, y una función F que puede introducir una función lineal o no lineal (ej., un decisor entre dos valores dependen del valor de entrada). Matemáticamente:

$$y = F\left(\sum_{i=1}^{2} w_i x_i + \theta\right) \qquad (190)$$

En el proceso de entrenamiento, el par (x_i,y_i) es una dato de entrada, y las incógnitas son las variables w_i. Existe código especializado como por ejemplo Matlab, el cual contiene librerías para implementar de forma sencilla redes neuronales. En el caso de agrupaciones de antenas, las variables x_i son las amplitudes del diagrama por cada posición y que corresponde a una posición angular. Las salidas y_i, son los pasos a_n y también podría ser un vector de distancias entre elementos. La capacidad de generalización de una red neuronal queda demostrada en la Fig. 202.

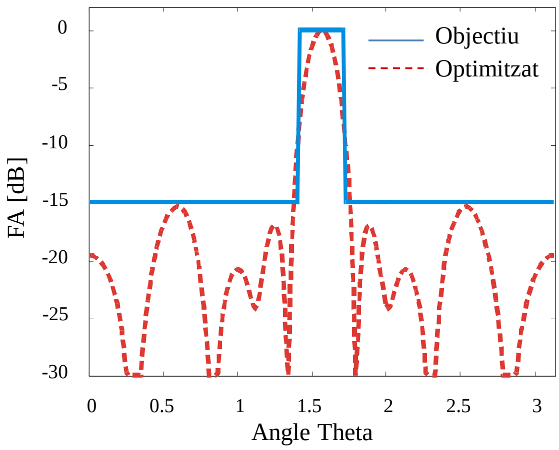


Fig. 202 Ejemplo de optimización mediante una red neuronal que nunca había visto la red de proceso de entrenamiento [47].

La ventaja de las redes neuronales frente a un algoritmo genético es que una vez está la red entrenada, la respuesta es en tiempo real. El inconveniente es que el genético permite una solución más próxima al objetivo. En este sentido se puede tener un método híbrido de forma que en una primera etapa se optimice con una red neuronal y que se depure con un algoritmo genético [**47**].

Ejemplo de sistema de medida: cámara de reverberación

Los sistemas con múltiples antenas tienen otra aplicación en lo que se conoce como sistemas de diversidad i MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) los cuales difieren en cuanto a funcionamiento con la teoría de agrupaciones analizada en este capítulo. Por ejemple, en un array formado por dos antenas con el enfoque presentado está pensado para aumentar la directividad, o bien conformar el diagrama. Cada antena radia o recibe la misma información. En los sistemas de diversidad y MIMO en cambio se desea en términos generales incorrelar la señal de las antenas con la finalidad de mitigar los desvanecimientos debido a la propagación multicamino (*multipath*) y además poder aumentar la capacidad del canal aprovechándose del entorno multicamino. Para tal de caracterizar un sistema de diversidad y MIMO se necesita recrear un entorno multicamino lo cual se puede implementar con una cámara metálica y diversas antenas con el objetivo de crear muchos rayos que lleguen al sistema de múltiples antenas con amplitudes, fases y direcciones diferentes (Fig. 203). Esta cámara permite medir entre otros parámetros la correlación, ganancia de diversidad y la capacidad MIMO, TIS (*Total Isotropic Sensitivity*).



Fig. 203 Cámara de reverberación para la medida de sistemas con múltiples antenas: sistemas de diversidad i MIMO. Gentileza del profesor David A. Sánchez del Dept. Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Cartagena y de la empresa EMite Ing, Murcia.

RESUMEN

Se han presentado algunas herramientas de síntesis de diagramas de radiación y se ha profundizado en estudiar la síntesis de Fourier. Por lo tanto, queda demostrada la potencia de las aplicaciones de los *arrays* en el diseño/síntesis de antenas ya que además de obtener antenas con la directividad deseada, barrer el haz de manera electrónica nos sirve también para sintetizar la antena que presente un diagrama en concreto.

El método de Fourier ha sido una herramienta introductoria para subrayar la potencia de las agrupaciones para poder conformar un diagrama. En este sentido, una limitación importante es que los pesos no están sometidos a ninguna restricción. Puede ser que una solución resulte en una diferencia elevada de pesos cosa que dificultaría el diseño de la red de distribución. Para tal efecto, el método basado en genético es una herramienta muy práctica ya que permite añadir las restricciones que uno quiera.

Sesión 21: Agrupaciones con elementos parásitos: la antena Yagi-Uda

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Analizar agrupaciones de antenas formadas con elementos parásitos, es decir, elementos que no se excitan directamente sino que están acoplados electromagnéticamente al elemento alimentado.

CONTENIDOS

Se presentará la antena con elementos parásitos más conocida: la antena Yagi-Uda. Veremos que utilizando las herramientas ya aprendidas de impedancias mutuas y la de agrupaciones, podremos analizar este tipo de antenas.

4.11. Agrupaciones de antenas con elementos parásitos

Una breve descripción histórica se encuentra en [2].

Básicamente la agrupación Yagi-Uda está formada por un elemento al cual se excita, un reflector de medidas ligeramente superiores y unos o más elementos directores tal como muestra la Fig. 204.

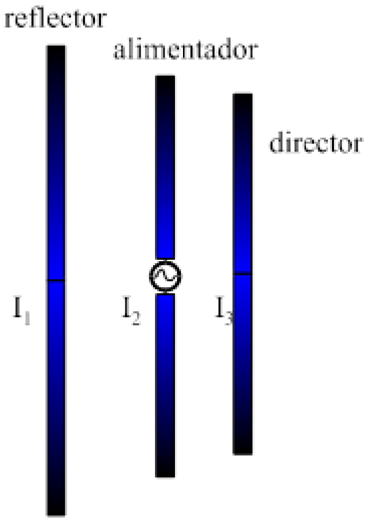


Fig. 204 Esquema de una Yagi-Uda de dipolos formada por un elemento reflector y un director.

La base matemática es una extensión de la desarrollada en la sección de impedancias mutuas [49] utilizando la ecuación (163) pero ahora considerando 3 puertos.

Si utilizamos la matriz de impedancias y teniendo en consideración que $V_1=V_3=0$ resulta:

$$\begin{aligned} I_1Z_{11}+I_2Z_{12}+I_3Z_{13}&=0\\ I_1Z_{21}+I_2Z_{22}+I_3Z_{23}&=V_2\\ I_3Z_{31}+I_2Z_{32}+I_3Z_{33}&=0 \end{aligned} \qquad (191)$$

De donde se puede obtener las expresiones para obtener la impedancia de entrada y I_1 y I_3 en función de I_2 para calcular el diagrama de radiación.

En efecto, del sistema de ecuaciones(191) tenemos que la impedancia de entrada resulta:

$$\frac{V_2}{I_2}=Z_{11}+\frac{I_1}{I_2}Z_{21}+\frac{I_3}{I_2}Z_{23} \qquad (192)$$

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{Z_{13}Z_{23}-Z_{12}Z_{33}}{Z_{11}Z_{33}-Z_{13}^2} \quad \frac{I_3}{I_2}=\frac{Z_{13}Z_{12}-Z_{23}Z_{11}}{Z_{11}Z_{33}-Z_{13}^2} \qquad (193)$$

Y para calcular el diagrama de radiación, calculamos el vector de radiación N, que resulta de aplicar la teoría vista en este capítulo. Sin pérdida de generalidad se supone que los dipolos están alineados en z (determina el sentido vectorial de la corriente en z), separados en el eje x y, tomando como origen el reflector, si consideramos que la separación del alimentador en reflector es d_1 y la distancia entre director y reflector es d_2 resulta:

$$\vec{N}(\vec{r})=N_{dipolo}(\vec{r})\cdot(I_1+I_2e^{jk_xd_1}+I_3e^{jk_xd_2})\hat{z} \qquad (194)$$

donde I_1 e I_3 están en función de I_2 y de las impedancias mutuas.

Como las relaciones I_1/I_2 y I_3/I_2 dependen de Z_{ij}, estos determinarán una fase o uno otra, la cual determina la dirección de máxima radiación que se obtiene en la dirección *end-fire* o longitudinal a la agrupación si se diseña correctamente las medidas y las separaciones. Como se puede observar existen múltiples variables para optimizar (medidas de las antenas y separaciones). En la práctica se puede utilizar métodos de optimización con el objetivo de maximizar directividad y/o mantener un NLPS determinado.

Se muestran a continuación unos ejemplos que comparan el diagrama de un dipolo con las tres Yagi-Uda formadas por un reflector y 5,10 y 15 directores (Fig. 205).

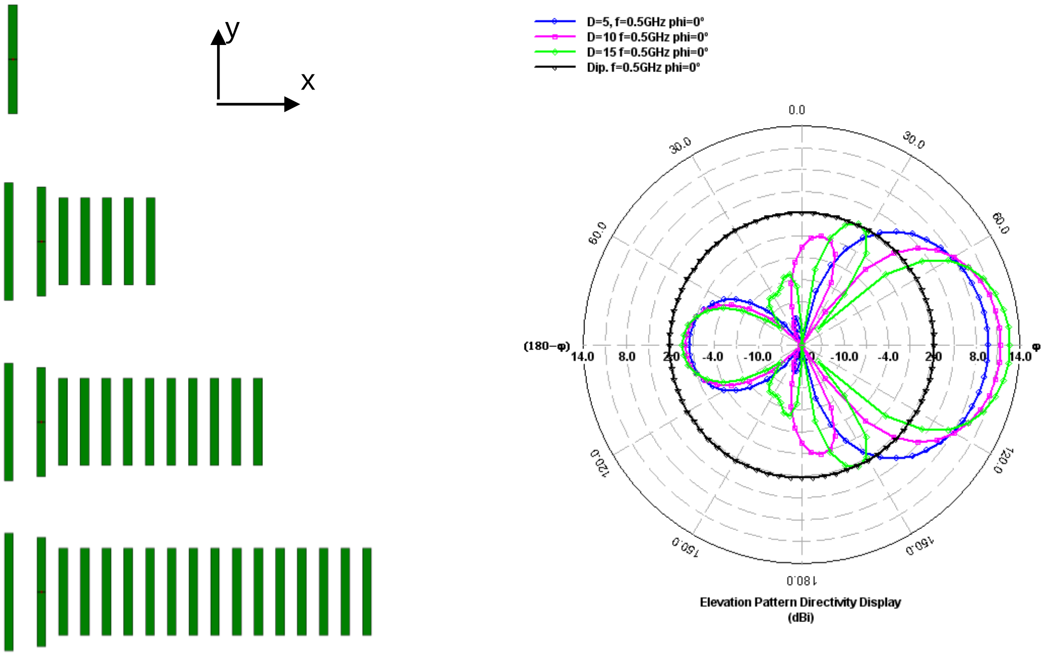


Fig. 205 Comparación del corte del diagrama de radiación en el plano H (phi=0º). Se observa cómo aumenta la directividad a medida que aumenta el número de directores.

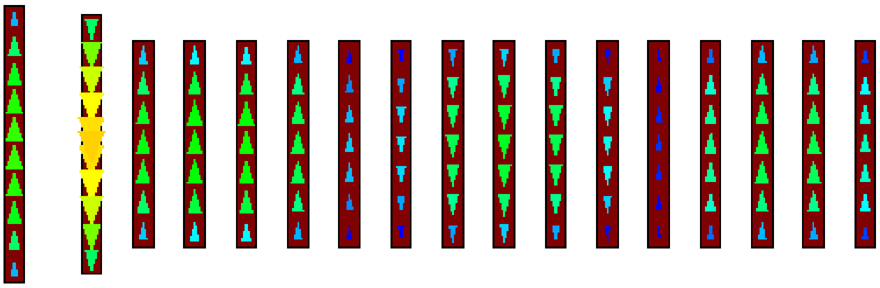


Fig. 206 Corrientes para un determinado instante de tiempo (por el cual es máximo en el dipolo alimentado). Se observa cómo hay un desfase entre los dipolos lo que provoca que el máximo esté en la dirección *end-fire.*



Fig. 207 La antena Yagi-Uda inventada por los japoneses Hidetsugu Yagi (en la fotografía) y su ayudante Shintaro Uda en el año 1926.



Fig. 208 Sistema de telemetría para emitir de datos de video utilizando una antena Yagi-Uda operando alrededor de los 2.5GHz. Su directividad y sencillez del sistema de alimentación resulta útil per radioenlaces en lugar de instalar un cableado costoso en cuanto a infraestructura. Gentileza del Dr. Edouard Rozan de la empresa Wireless BCN de Barcelona

4.12. Redes de alimentación para arrays

En este capítulo se han visto las herramientas básicas que permiten calcular los diagramas de radiación de una agrupación de antenas sabiendo la excitación de cada elemento. Es interesante complementar este estudio y presentar las arquitecturas de excitación que permiten excitar a partir de un punto de entrada a cada uno de los elementos que conforman el *array*. Con el fin de ejemplarizar el diseño, particularizamos el análisis en antenas *microstrip* de forma que la misma red comparte el mismo sustrato sobre lo que se encuentra la antena. La Fig. 209 muestra dos tipos de excitación: *corporate* y *series*. La primera, se basa a ir ramificándose las líneas de transmisión de forma que con una adecuada manipulación de las impedancias características de las líneas y longitud, se consigue el perfil de amplitud y fases deseado. En la *serie, mucho más sencilla*, no presenta la libertad de la *corporate* ya que la potencia para cada elemento es más complicada de alcanzar.

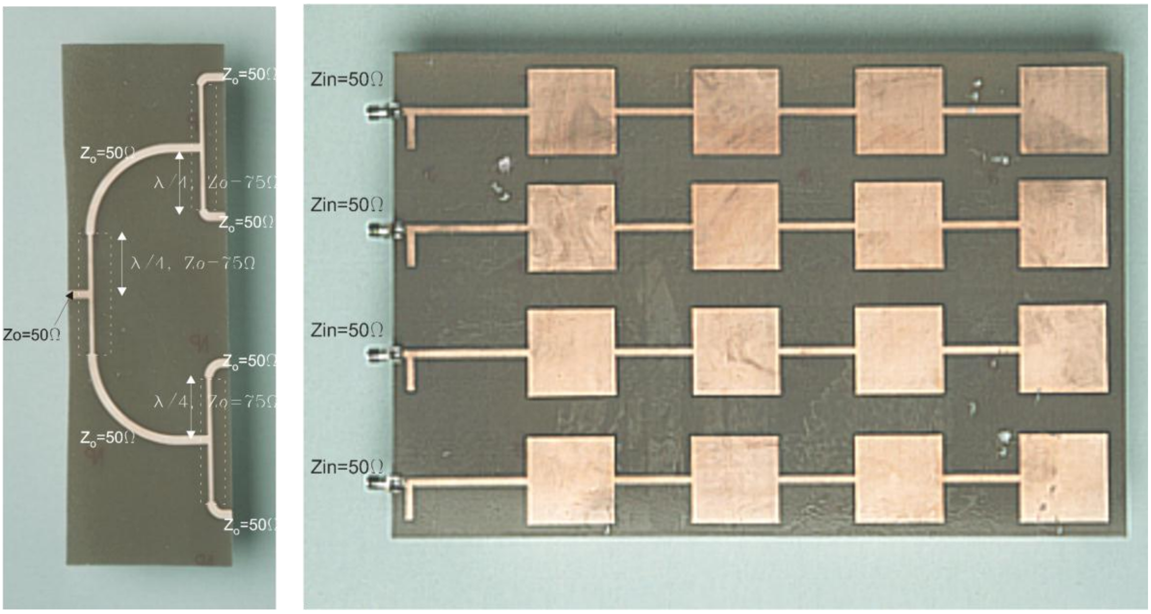
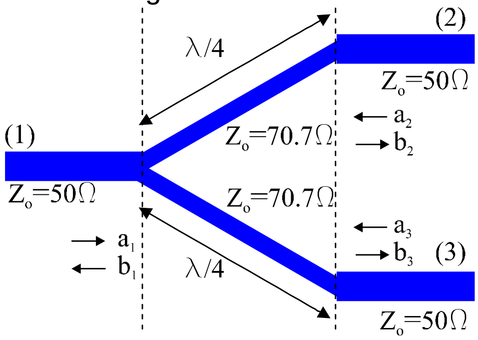


Fig. 209 Izquierda: red *microstrip* 1x4 *corporate feed* con excitación uniforme tanto fase como amplitud. Derecha: *array* de antenas *microstrip* con excitación serie para cada rama, la cual se puede conectar al divisor anterior.

La *corporate* es de fácil generalización ya que las ramificaciones no es necesario que sean potencias de 2, ya que los divisores pueden ser de una entrada y 3 ramas o cualquier combinación necesaria. Vemos a continuación el análisis de un divisor sencillo formado por 3 puertos con excitación uniforme que corresponde al utilizado en el divisor de la Fig. 210.



$$S=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -j\sqrt{2} & -j\sqrt{2}\\ -j\sqrt{2} & 1 & -1\\ -j\sqrt{2} & -1 & 1\end{pmatrix}$$

Fig. 210 Izquierda: esquema de un divisor formado por dos tramos de línea de transmisión de impedancia característica 50√2. Derecha: matriz de parámetros S.

Asumiendo que los puertos 2 y 3 están cargados con 50 Ω, tenemos que a_2=a_3=0 (en la práctica quiere decir que a la frecuencia central de diseño la carga=antena presenta una impedancia real de 50Ω). Por otra parte tenemos que b_1=0, hecho que indica que el puerto 1 está adaptado. La potencia de entrada $P_{in}=1/2\cdot|a_1|^2$, ahora hay que determinar la potencia en los puertos de salida $P_2=1/2\cdot|b_2|^2$ y $P_3=1/2\cdot|b_3|^2$en función de P_{in}. De la matriz de parámetros S que caracteriza el dispositivo tenemos que $b_2=\frac{-j}{2\sqrt{2}}a_1 \quad b_3=\frac{-j}{2\sqrt{2}}a_1$ y, por lo tanto, $P_2=P_3=\frac{1}{2}P_{in}$, es decir, que la mitad de potencia de entrada se divide de forma simétrica en los puertos 2 y 3. Tenemos pues un divisor en que la distribución de potencia es uniforme, así como la fase. Es sencillo ver que si se desea desfasar uno de los puertos, se puede sencillamente añadir un tramo extra de línea de transmisión de 50Ω. La Fig. 211 muestra un divisor donde claramente se observa que la transmisión en los puertos 2 y 3 es de - 3 dB, es decir, la mitad de la potencia de entrada. También hay que destacar que el ancho de banda en el parámetro de transmisión se mantiene constante e igual a -3 dB. Éste, naturalmente empeora en caso de que la carga sea, por ejemplo, una antena donde la impedancia no sea siempre 50 Ω, sino que tenga una dependencia con la frecuencia. Un analizador de redes de 2 puertos permite tener completamente caracterizado un divisor. En caso de querer medir la transmisión del puerto 1 al 2, se coloca una carga de 50 Ω en el puerto 3. La medida de módulo y fase del parámetro S_{21} da la información necesaria para saber la distribución de potencia y fase.

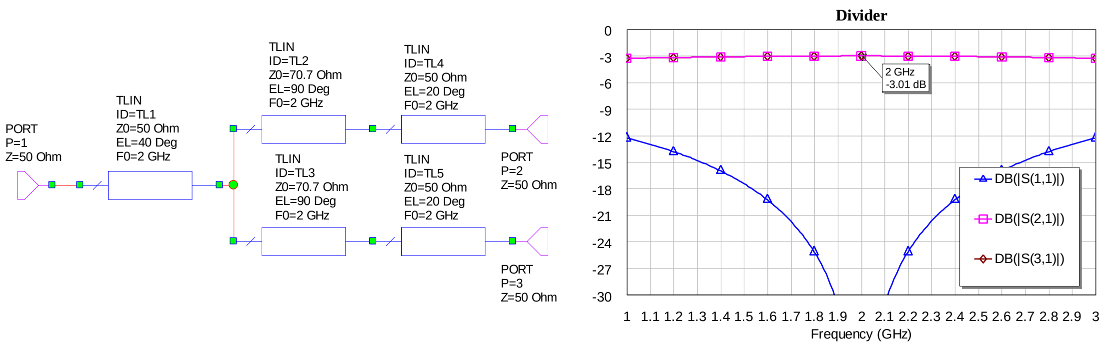


Fig. 211 Ejemplo de divisor simétrico diseñado a la frecuencia de 2GHz.

El problema que presenta este divisor es que los puertos 2 y 3 no están aislados. Eso quiere decir que si alguno de los puertos, por ejemplo el 2, se desconectara o

simplemente se desadaptará, a_2 sería diferente de cero. Resultaría que el puerto 1 vería una reflexión. Con el fin de mitigar este efecto se puede utilizar una versión de este divisor nombrado divisor de Wilkinson, el cual añade pérdidas en la matriz S. Si uno de los puertos presenta el problema mencionado, el puerto 1 continúa estando adaptado, ya que ahora la reflexión es absorbida por la resistencia.
De todas maneras el divisor de la Fig. 210 a menudo se utiliza en las antenas de estación base dada su sencillez. Y es que no se debe olvidar que aparte de los parámetros electromagnéticos, los de producción son enormemente importantes y se debe tener en cuenta en la fase de diseño de una antena.

La Fig. 212 muestra un caso real de una antena de estación base con su arquitectura de distribución que incluye también desfasadores con el fin de conseguir diversas fases progresivas y de esta forma desapuntar el haz principal. El haz principal se manipula mecánicamente y se realiza en función de la información que manejan los técnicos de red. Estos monitorizan el sistema de forma que variando el *tilt* se puede conseguir que la cobertura sea más o menos grande.

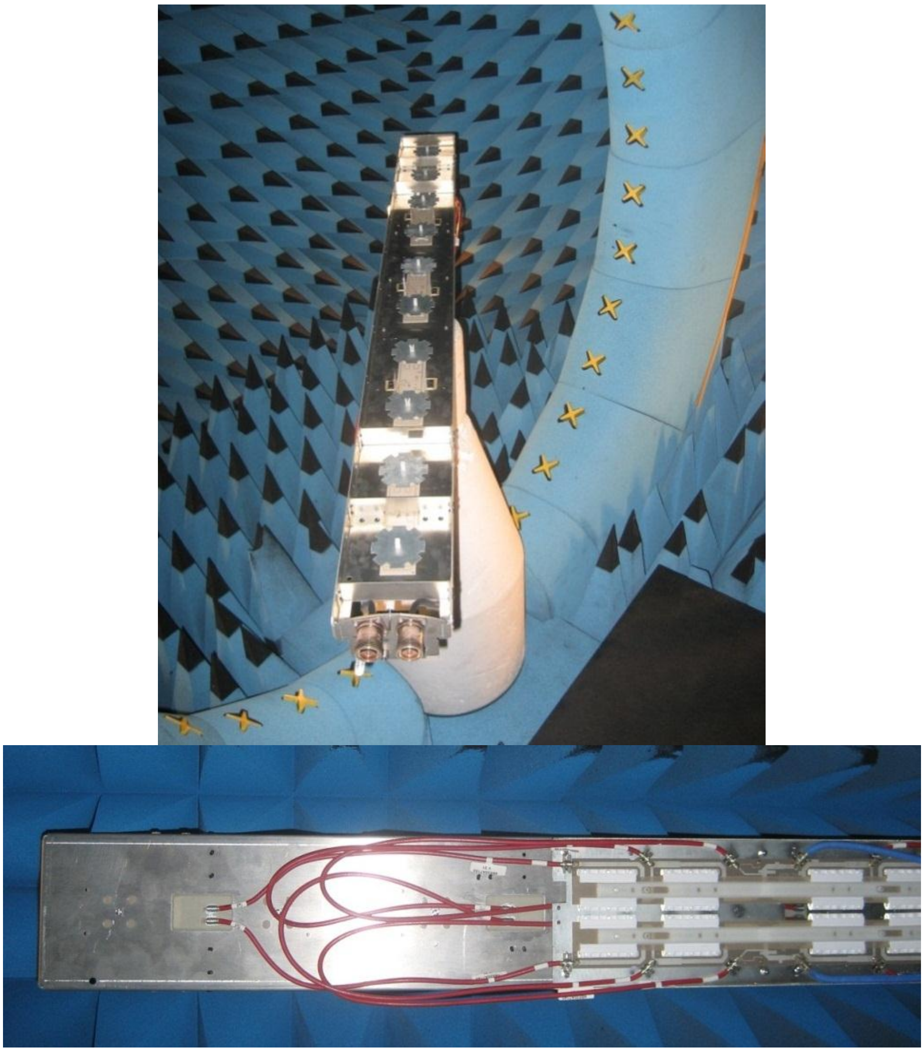


Fig. 212 Arriba: agrupación de antenas por estación base DCS-UMTS de doble polarización (±45º, un conector para cada polarización) y variación de la dirección del haz principal (*tilt*) de 0º a 12º. Abajo: detalle de la red de distribución con divisores realizada con tecnología microstrip y líneas de transmisión coaxial para llegar a los elementos. Se muestran los desfasadores para conseguir el *tilt*. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus, Barcelona.

Las arquitecturas de distribución pueden en algunos casos limitar las prestaciones de la agrupación. Imaginemos cuatro antenas excitadas en fase de forma que la primera antena está conectada directamente al generador, la segunda a través de una línea de 360º a la frecuencia f_0 (desfase 0º), e igualmente para la tercera y cuarta antena (Fig. 213). Asumiendo que la antena ha de operar en una ancho de banda tal que el margen venga dado por [$0.8 \cdot f_0$, $1.2 \cdot f_0$], el desfase deja de ser 0º i per tanto se producirá un despunte del haz. En efecto, la línea L es tal que a f_0 produce un desfase de 360º pero que es diferente a otras frecuencias:

$$\phi(f_0) = \frac{-2\pi f_0 L}{c} = -2\pi \quad L = \frac{c}{f_0} \tag{195}$$

Por tanto, el desfase a una frecuencia f para la antena #2 es:

$$\phi(f) = \frac{-2\pi f}{f_0} \tag{196}$$

A la frecuencia de $0.8 \cdot f_0$ i $1.2 \cdot f_0$, el desfase es -288º i -72º respectivamente. Para las antenas #3 i #4 el efecto es aún más acusado. Esto provoca per tanto un desfase del haz principal en función de la frecuencia hecho que es indeseable si el array se ha diseñado para tener una máximo de radiación en una dirección fija.

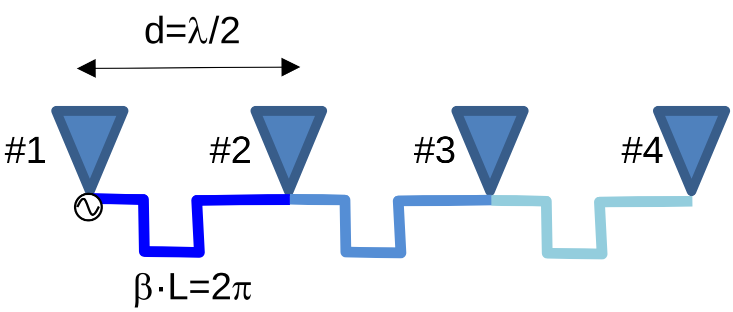


Fig. 213 Esquema de agrupación de antenas con alimentación serie de forma que el desfase es cero a la frecuencia f_0.

Una forma de paliar este efecto es reducir la longitud de la línea mediante una estructura metamaterial de línea *left-handed* (Fig. 214). Esta consiste en cargar de forma periódica una línea de transmisión con componentes discretos bobina-condensador [48]. La variación de la fase de la línea en función de la frecuencia resultante es menor para la línea *left-handed* minimizando de esta forma el despunte del haz principal de radiación.



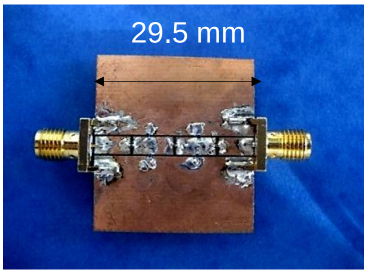


Fig. 214 Arriba: línea de transmisión coplanar. Abajo: línea coplanar *left-handed* la cual presenta el mismo desfase que la línea superior en una longitud 6.7 veces más pequeña.

RESUMEN

Se ha descrito una de las antenas más antiguas y utilizadas en aplicaciones domésticas.
Se ha visto como el acoplo mutuo entre antenas es relevante con el objetivo de conseguir una antena directiva con un solo elemento excitado lo cual simplifica el diseño de la antena. Esta simplificación ha sido clave para que la antena Yagi-Uda haya estado i continúe siendo una de les antenas más utilizadas para la recepción de señal de televisión.
Aunque se ha particularizado el estudio de la Yagi-Uda con elementos tipos dipolos, existen también versiones de la Yagi-Uda con otros tipos de antenas como por ejemplo antenas microstrip. De todas formas, el principio básico de funcionamiento queda completamente descrito con la teoría presentada.

Sesión 22: Antenas de apertura. Concepto de apertura

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Introducir un nuevo tipo de antena: la antena de apertura. Estudiaremos cuál es la herramienta matemática para calcular todos los parámetros de radiación.
Relacionar los conceptos de distribución de excitaciones de *array*s del capítulo anterior con el campo presente en la apertura de este tipo de antenas i enlazarlo con la transformada de Fourier.

CONTENIDOS

En esta sesión introduciremos qué son antenas de apertura y cuál es la herramienta matemática que permite calcular los campos radiados. Veremos una forma alternativa de calcular la directividad a partir de campos con abertura o campos iluminantes. Y finalmente, presentaremos un nuevo parámetro: la eficiencia de iluminación.

5. Antenas de apertura

5.1. Introducción a las antenas de apertura

Hemos estudiado antenas en las que a partir de la distribución de corrientes sobre su estructura se han podido calcular los campos radiados. Los casos que hemos estudiado han sido los dipolos, monopolos, espira, antena Yagi-Uda. Si la estructura de la antena presenta superficies tanto planas como curvas resulta complicado calcular el vector de radiación no sólo porque ya sea complicado encontrar cuál sería la distribución de corriente sino por la superficie de integración. En estos casos, para calcular los campos radiados no se utilizan las corrientes sino que se aprovecha el conocimiento del valor del campo en la apertura que presenta la estructura. Por ejemplo, supongamos una guía de ondas acabada con una apertura rectangular por donde se propague el modo fundamental. Si se quisiera calcular el campo radiado mediante la formulación presentada hasta ahora, deberíamos calcular cuál es la distribución de corrientes sobre toda la estructura y después integrar en toda la superficie. La alternativa matemática que utilizaremos será más sencilla: a partir del valor de campo en la apertura, calcularemos el valor del campo radiado; la integración se realizará únicamente en la superficie de la apertura [18].

Las antenas de apertura clásicas son las bocas de guía, las bocinas, las ranuras, las antenas *microstrip* y los reflectores. En este curso estudiaremos la guía de ondas, las bocinas y los reflectores. De todas maneras, las herramientas matemáticas que presentaremos permitirán poder analizar las antenas tipo ranura y antenas *microstrip*.

En cuanto a las directividades que se obtienen con este tipo de antenas, veremos que son más elevadas que las obtenidas con los dipolos. Una gran ventaja de un tipo de apertura que estudiaremos, la bocina, es que la directividad puede aumentarse si se aumenta el tamaño de la apertura. Eso supone una gran diferencia con las antenas tipo cable, donde aumentar la dimensión del cable no permitía aumentar la directividad ya que lo único que sucede es que se modifica la frecuencia de resonancia.

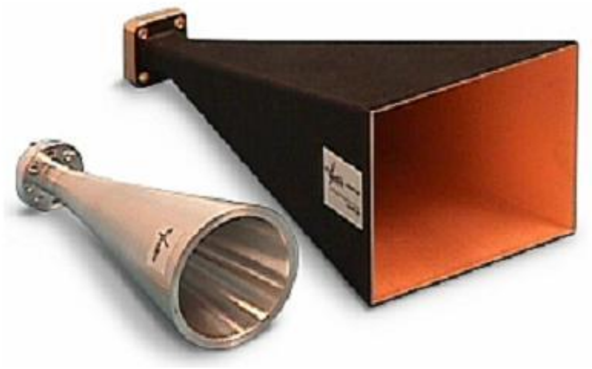


Fig. 215 Diferentes tipos de antenas de apertura: bocina circular y rectangular.

5.2. Teorema de equivalencia

El teorema de equivalencia tiene mucha relevancia ya que permite resolver problemas de radiación producidos por aperturas, por ejemplo antenas tipo bocina, ranuras, antenas microstrip, reflectores además de la utilidad que presenta en el cálculo de radiación en campo lejano a partir de medidas en campo cercano. Veamos en detalle el teorema de equivalencia y posteriormente veremos su utilidad para el cálculo de la radiación producida por antenas de bocina.

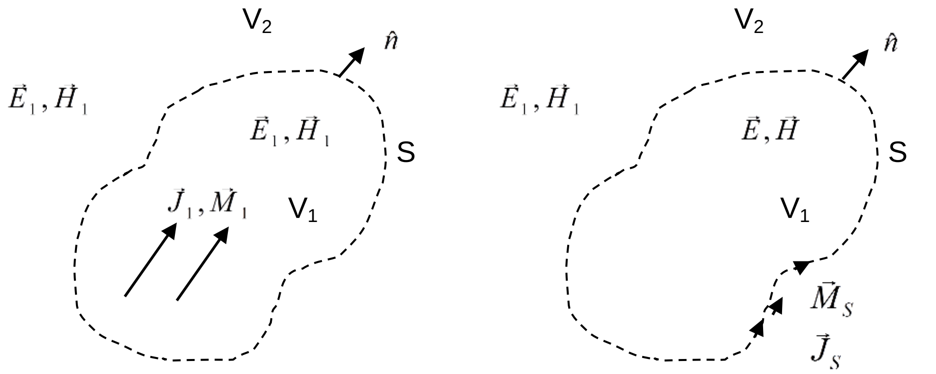


Fig. 216 Problema original y problema equivalente.

El problema original está formado por las fuentes de radiación representadas por $\vec{J}_1, \vec{M}_1$. Estas fuentes radian los campos $\vec{E}_1, \vec{H}_1$. El objetivo del teorema de equivalencia es encontrar una superficie donde tengamos corrientes eléctricas/magnéticas de tal forma que la integral de radiación resulte sencilla. Si nos imaginamos una superficie S, para que en el exterior de S (volumen V2) tengamos los mismos campos radiados $\vec{E}_1, \vec{H}_1$, debemos añadir unas corrientes que se llaman equivalentes, de ahí el nombre del teorema. Estas corrientes tienen que cumplir las condiciones de contorno en S y por lo tanto tienen que cumplir que:

$$\vec{J}_S = \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H})$$
$$\vec{M}_S = -\hat{n} \times (\vec{E}_1 - E) \quad (197)$$

En el interior de S, volumen V1, estos campos podemos fijarlos de forma arbitraria ya que no es la zona de interés. Entonces, para simplificar, hacemos $\vec{E} = \vec{H} = 0$. A esta versión del teorema de equivalencia se la conoce como principio de equivalencia de *Love*. Con estas corrientes equivalentes podremos calcular las integrales de radiación. Hasta el momento hemos visto cómo a partir de una corriente podemos calcular el vector de radiación; veremos en las próximas secciones que, si en lugar de ser una corriente lineal, es superficial, se traduce en una integral de superficie de la corriente eléctrica; para el caso de las corrientes magnéticas nos aparece un nuevo vector de radiación que denominamos L. Al final, los campos radiados serán la suma de los campos producidos por las corrientes eléctrica y magnética.

Por lo tanto, para calcular los campos radiados nos sirve el conocimiento de los campos tangenciales a una superficie. Debemos decir que detrás de esto tenemos el principio de unicidad que viene a decir que la solución de los campos externos a S es única si se conocen únicamente los campos tangenciales [2,30].

5.3. Expresiones generales de los campos radiados por una apertura

Es interesante saber cómo se obtienen las expresiones generales que permiten calcular los campos radiados a partir de los campos en una apertura. El teorema que hay detrás del cálculo es el teorema de equivalencia. Este teorema manifiesta que la radiación producida para una estructura puede calcularse a partir de los campos eléctrico y magnético tangenciales en una superficie. Estos campos tangenciales se pueden sustituir por unas fuentes eléctricas y magnéticas [18]. Entonces, a partir de estas fuentes equivalentes podemos calcular el campo radiado a partir de las expresiones habituales.
Suponemos que conocemos los campos eléctrico y magnético sobre una apertura (eso será en general fácil de calcular como veremos). A partir de los campos eléctrico y magnético tangencial a la apertura, calculemos las corrientes equivalentes a partir de:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}_1$$
$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}_1 \quad (198)$$

A partir de estas corrientes superficiales, calculamos el vector de radiación *N* (que ya hemos visto hasta el momento) y un nuevo vector de radiación que denominamos vector de radiación magnética *L*.

$$\vec{N} = \iint_{S'} \vec{J}_s e^{j\vec{k}\vec{r}\,'} dS'$$
$$\vec{L} = \iint_{S'} \vec{M}_s e^{j\vec{k}\vec{r}\,'} dS' \quad (199)$$

donde S indica la superficie de la apertura.

Tal y como veíamos en el capítulo 3, los campos radiados pueden calcularse directamente a partir del vector de radiación. Para este caso, teniendo en cuenta los dos vectores de radiación, se obtiene:

$$\vec{E}^{e} = -j\omega(A_{\theta}\hat{\theta} + A_{\varphi}\hat{\varphi})$$
$$\vec{H}^{e} = -j\frac{\omega}{\eta}(-A_{\varphi}\hat{\theta} + A_{\theta}\hat{\varphi}) \quad (200)$$

donde el superíndice *e* indica que son campos radiados debido a las corrientes eléctricas *J*

Análogamente, los campos radiados por las corrientes magnéticas *M* son:

$$\vec{E}^{m} = -j\omega\eta(F_{\varphi}\hat{\theta} - F_{\theta}\hat{\varphi})$$
$$\vec{H}^{m} = -j\omega(F_{\theta}\hat{\theta} + F_{\varphi}\hat{\varphi}) \quad (201)$$

donde *F* es el homónimo de *A*, es decir, *F* se calcula a partir del vector de radiación magnético *L* como:

$$\vec{F} = \frac{\varepsilon \cdot e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{L}$$

Por lo tanto, los campos radiados teniendo en cuenta los efectos de las corrientes eléctrica y magnética se convierten en:

$$E_{\theta} = -j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}(\eta N_{\theta} + L_{\varphi})$$
$$E_{\varphi} = -j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}(\eta N_{\varphi} - L_{\theta})$$
$$H_{\theta} = \frac{-E_{\varphi}}{\eta}$$
$$H_{\varphi} = \frac{E_{\theta}}{\eta}$$

Para calcular finalmente las expresiones generales, suponemos dos situaciones: una donde el campo presenta polarización horizontal y otra vertical.

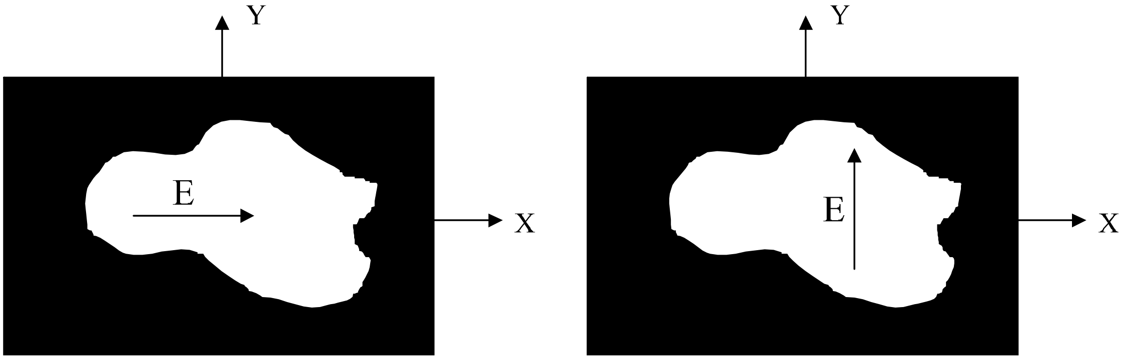


Fig. 217 Apertura con un campo E con polarización horizontal y vertical

5.3.1. Caso polarización del campo iluminante horizontal

Para el caso de la polarización horizontal, el campo en la apertura es $\vec{E} = E_x \hat{x}$ donde E_x es función de x',y' , es decir E_x =f(x',y'). De momento, lo que veremos son las expresiones generales para un campo polarizado horizontalmente y después verticalmente pero de manera genérica, es decir, la función f(x',y') será arbitraria [17]. En las próximas secciones particularizaremos para casos canónicos, como por ejemplo una iluminación uniforme (f(x',y')=1). Denominaremos campo iluminante a los campos en la apertura. Siguiendo las ecuaciones antes expuestas y dada la situación de campo E horizontal, puede llegarse sencillamente a las expresiones generales de campo.

El campo iluminante tiene la forma:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_x \hat{x} \\ \vec{H} &= H_y \hat{y} = \frac{E_x}{Z_0} \hat{y} \end{aligned} \tag{202}$$

donde Z_0 es la impedancia de la guía

$$\begin{aligned} \vec{J}_S &= \hat{n} \times \vec{H} = \hat{z} \times \hat{y} \frac{E_x}{Z_0} = -\frac{E_x}{Z_0} \hat{x} \\ \vec{M}_S &= -\hat{n} \times \vec{E} = -\hat{z} \times \hat{x} E_x = -E_x \hat{y} \end{aligned} \tag{203}$$

Los vectores $\vec{J}_S$ y $\vec{M}_S$ tienen la misma dirección y sentido contrario a los vectores $\vec{E}$ y $\vec{H}$ respectivamente.

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \iint_{S'} \vec{J}_S \cdot e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}'} dS' = \iint_{S'} \left(\frac{-E_x}{Z_0} \right) \cdot \hat{x} e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy' = N_x \hat{x} \\ \vec{L} &= \iint_{S'} \vec{M}_S \cdot e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}'} dS' = \iint_{S'} \left(-E_x \right) \cdot \hat{y} e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy' = L_y \hat{y} \end{aligned} \tag{204}$$

Cambio de coordinadas de los vectores de radiación (de cartesianas a esféricas):

$$\begin{aligned} N_\theta &= N_x \cos\theta \cos\varphi \;\; ; \;\; N_\phi = -N_x \sin\varphi \\ L_\theta &= L_y \cos\theta \sin\phi\varphi \;\; ; \;\; L_\phi = L_y \cos\varphi \end{aligned} \tag{205}$$

Campo radiado por la apertura en función de los vectores de radiación:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\varphi} \\ E_\theta &= -j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(\eta N_x \cos\theta + L_y \right) \cos\varphi \\ E_\varphi &= j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \left(\eta N_x + L_y \cos\theta \right) \sin\varphi \end{aligned} \tag{206}$$

Campo radiado por la apertura en función del campo iluminante:

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\cos\varphi\left(\frac{\eta}{Z_o}\cos\theta + 1\right)\iint_{S'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

$$E_\varphi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}sen\varphi\left(\frac{\eta}{Z_o} + \cos\theta\right)\iint_{S'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

5.3.2. Caso polarización del campo iluminante vertical

Para el caso de un campo E vertical, es decir, $\vec{E} = E_y\hat{y}$ la situación se calcula de forma análoga y resulta:

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}sen\varphi\left(\frac{\eta}{Z_o}\cos\theta + 1\right)\iint_{S'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

$$E_\varphi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\cos\varphi\left(\frac{\eta}{Z_o} + \cos\theta\right)\iint_{S'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

Si el campo está polarizado circularmente, las expresiones de los campos radiados se obtienen como combinación lineal de la horizontal y vertical.

Es interesante destacar que en las expresiones generales de los campos radiados por la apertura, la integral que aparece recuerda a la transformada de Fourier. Igual que ocurre en el caso de antenas de hilo, donde el campo radiado es proporcional a la transformada de Fourier de las corrientes; en este caso, se obtiene que es proporcional a la transformada de Fourier de la iluminación. Por lo tanto, las características de los campos radiados dependerán de la iluminación.

5.3.3. Directividad y eficiencia de iluminación

La directividad de aperturas comparables a la longitud de onda puede calcularse de tres maneras diferentes [17]:

Expresión aproximada de la directividad:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_e} \simeq \frac{4\pi}{\Delta\theta_{-3dB}{}^{E}\cdot\Delta\theta_{-3dB}{}^{H}} \qquad (207)$$

$\Delta\theta_{-3dB}{}^{E}$ y $\Delta\theta_{-3dB}{}^{H}$ son los anchos de eje a mitad de potencia a los planes E y H respectivamente. Esta expresión es más aproximada mientras más directiva sea la antena.

Expresión exacta de la directividad:

$$D = \frac{\wp_{max}}{P_r/4\pi r^2} \qquad (208)$$

La potencia radiada (P_r) puede calcularse integrando el vector de Poynting en una esfera:

$$P_r = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \wp(\theta,\varphi) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \tag{209}$$

$$\wp(\theta,\varphi) = \frac{1}{2}\mathbb{R}\left[\vec{E}(\theta,\varphi)\times\vec{H}^*(\theta,\varphi)\right] = \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{E}(\theta,\varphi)\right|^2}{\eta} \tag{210}$$

$\vec{E}_{(\theta,\phi)}$ y $\vec{H}_{(\theta,\phi)}$ son los campos radiados en el espacio libre.

En antenas de apertura eléctricamente grandes es más fácil calcular la potencia radiada (P_r) integrando los campos iluminantes sobre la apertura, ya que puede decirse que casi toda la potencia emana de la apertura:

$$P_r = \iint_{S'} \wp(x',y') dx'dy' \tag{211}$$

$$\wp(x',y') = \frac{1}{2}\mathbb{R}\left[\vec{E}(x',y')\times\vec{H}^*(x',y')\right] = \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{E}_x(x',y')\right|^2 + \left|\vec{E}_y(x',y')\right|^2}{Z_0} \tag{212}$$

$\vec{E}_{(x',y')}$ y $\vec{H}_{(x',y')}$ son los campos radiados en el espacio libre.
En aperturas eléctricamente grandes, la relación entre los campos $\vec{E}(x',y')$ y $\vec{H}(x',y')$ (Z_0) es prácticamente igual a la impedancia del vacío ($\eta = 120\pi\ \Omega$).

Eficiencia de iluminación:

Cabe subrayar que el parámetro eficiencia de iluminación (η_{il}) no tiene nada que ver con la eficiencia de pérdidas (η_l) que hemos utilizado. Es decir, una apertura puede tener una eficiencia de iluminación de 0,5 y una eficiencia de radiación del 100% indicando que no tiene pérdidas óhmicas. Por lo tanto, la directividad será igual a la ganancia. La eficiencia de iluminación viene a decir lo eficientemente que se está utilizando la apertura para obtener la máxima directividad. Como la directividad es proporcional al área efectiva (A_{ef}) y ésta al área física multiplicada por la eficiencia de iluminación, se deriva que cuanto mayor sea esta última (100% es el máximo) mejor directividad obtendremos. De hecho, la máxima directividad de onda de apertura es aquélla en la que la eficiencia de iluminación es del 100%. Pero sabemos, del capítulo de agrupaciones, que directividad y lóbulos secundarios están ligados. Por ejemplo, una agrupación uniforme tiene la máxima directividad pero una NLPS de 13 dB aproximadamente; en cambio, una agrupación triangular presenta menos directividad pero una NLPS de 26 dB. Entonces, podemos decir que la eficiencia de iluminación por caso de la agrupación uniforme es mayor que la de la agrupación triangular.

La eficiencia de iluminación informa sobre si se está utilizando eficientemente la apertura para obtener máxima directividad:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_{ef} \quad ; \quad A_{ef} = A_{geo}\cdot\eta_{il}$$

Si η_{il} aumenta, el área efectiva aumenta y, por tanto, la directividad aumenta.

RESUMEN

En esta sesión se ha introducido un nuevo tipo de antenas y la forma de obtener los campos radiados. Se ha podido ver que los campos radiados son proporcionales a la transformada de Fourier del campo sobre la apertura o campos iluminantes.
Por tanto, observamos la gran analogía con la distribución de la excitación en agrupaciones de antenas. Hablar de campo iluminante uniforme es equivalente a hablar de *array* con excitación uniforme, en el sentido de que esto determina la directividad y el NLPS. Las mismas conclusiones que se han presentado para las distribuciones uniformes, triangulares y binómicas del tema de agrupaciones, son aplicables en este tema.

Finalmente, en el capítulo de agrupaciones, para aumentar la directividad aumentar el número de elementos haciendo la agrupación eléctricamente más larga. De la misma forma sucede para las aperturas, ya que la directividad depende del área. No aparece aquí el concepto de lóbulos de difracción, ya que estamos tratando con distribuciones continuas y no discretas como el caso de los *array*s.

Sesión 23: Apertura elemental y apertura rectangular

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Saber el tipo de radiación que se produce en una apertura y relacionarlo con su tamaño.

CONTENIDOS

En esta sesión calcularemos los parámetros de radiación (directividad, diagrama de radiación, etc.) de una apertura elemental y de una apertura rectangular. Veremos cómo afecta el hecho de tener diversos tipos de iluminación.

5.4. Apertura elemental

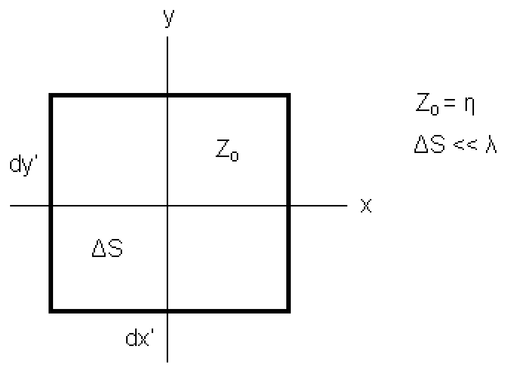


Fig. 218 Apertura elemental.

Suponemos el siguiente campo en la apertura:

$$\vec{E} = E_x x = E_o x \quad (213)$$

Como la apertura es elemental, el campo iluminante es constante.

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(1+\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta\right)\cos\varphi\iint_{\Delta S} E_o e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx'dy'$$
$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\cos\varphi E_o \Delta S \quad (214)$$

$$E_{\phi} = -j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\frac{\eta}{Z_0} + \cos\theta\right)\sin\varphi \iint_{\Delta S} E_o e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx'dy'$$

$$E_{\varphi} = -j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)\sin\varphi E_o \Delta S \qquad (215)$$

$$\wp(\theta) = \frac{\left|\vec{E}(\theta,\varphi)\right|^2}{\eta} = \frac{\left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\varphi\right|^2}{\eta} = \frac{E_o{}^2 \Delta S^2}{4\eta\lambda^2 r^2}\left(1+\cos\theta\right)^2 = \frac{E_o{}^2 \Delta S^2}{\eta\lambda^2 r^2}\cos^4\frac{\theta}{2}$$

$$t_\theta = \cos^4\frac{\theta}{2} \qquad (216)$$

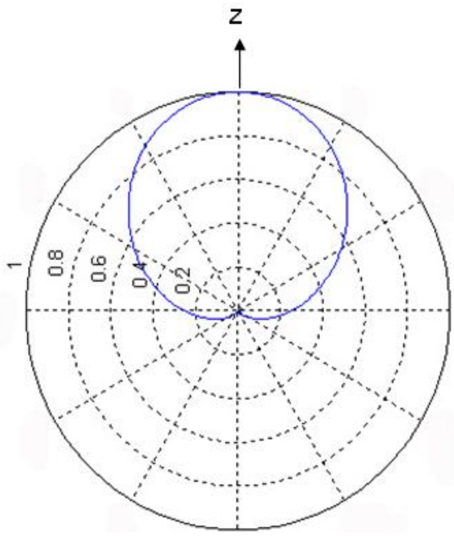


Fig. 219 Diagrama de radiación de una apertura elemental (cardioide).

$$P_r = \frac{E_o{}^2 \Delta S^2}{\eta\lambda^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\cos^4\frac{\theta}{2}\sin\theta d\theta d\varphi = \frac{E_o{}^2 \Delta S^2}{\eta\lambda^2}\cdot\frac{4\pi}{3}$$

$$D = \frac{\wp_{max}}{P_r/4\pi r^2} = 3 \qquad (217)$$

La directividad es independiente de la frecuencia, de la misma manera que en el dipolo elemental.

5.5. Apertura rectangular

Igual que en el caso de la apertura elemental, el problema es resolver las integrales. En este caso, con una ligera complejidad añadida ya que las iluminaciones son funciones de *x*’ e *y*’d’*x*’ e *y*’ [17].

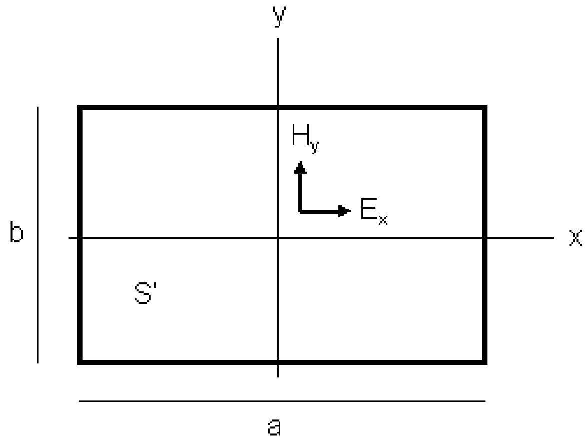


Fig. 220 Apertura rectangular.

Superficie rectangular de dimensiones a, b iluminada por una onda polarizada linealmente según x:

$$\vec{E} = E_x \mathrm{x} \tag{218}$$

Los campos radiados serán, por tanto:

$$\begin{aligned} E_\theta &= j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(1+\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta\right)\cos\varphi\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{a/2} E_x e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx'dy' \\ E_\varphi &= -j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\frac{\eta}{Z_0}+\cos\theta\right)\sin\varphi\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{a/2} E_x e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx'dy' \end{aligned} \tag{219}$$

Si el campo eléctrico es separable, como sucede habitualmente:

$$E_x = E_o f(x')g(y') \tag{220}$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= jE_o\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(1+\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta\right)\cos\varphi\left[\int_{-a/2}^{a/2} f(x')e^{jk_x x'}dx'\right]\left[\int_{-b/2}^{b/2} g(y')e^{jk_y y'}dy'\right] \\ E_\varphi &= -jE_o\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\frac{\eta}{Z_0}+\cos\theta\right)\sin\varphi\left[\int_{-a/2}^{a/2} f(x')e^{jk_x x'}dx'\right]\left[\int_{-b/2}^{b/2} g(y')e^{jk_y y'}dy'\right] \end{aligned} \tag{221}$$

Se observa que los campos radiados son el producto de los campos producidos por la apertura elemental por la transformada de *Fourier* bidimensional de la función distribución en la apertura. Si se denominan a las integrales anteriores $F_{(Kx,a)}$ y $G_{(Ky,b)}$:

$$\begin{aligned} E_\theta &= jE_o\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(1+\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta\right)\cos\varphi\cdot F(k_x,a)\cdot G(k_y,b) \\ E_\varphi &= -jE_o\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\frac{\eta}{Z_0}+\cos\theta\right)\sin\varphi\cdot F(k_x,a)\cdot G(k_y,b) \end{aligned} \tag{222}$$

Campos en el plano E:

$$\phi = 0, \pi$$
$$k_x = k\sin\theta\cos\varphi = k\sin\theta$$
$$k_y = k\sin\theta\sin\varphi = 0$$

$$\left|E_\theta\right| = \frac{E_o}{2\lambda r}\left|\left(1+\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta\right)F(k\sin\theta, a)G(0,b)\right| \qquad (223)$$
$$\left|E_\varphi\right| = 0$$

El diagrama de radiación en este plano está determinado por la transformada de *Fourier* de la variación de la iluminación con x' ($f_{(x')}$).

Campos en el plano H:

$$\phi = \pi/2, 3\pi/2$$
$$k_x = k\sin\theta\cos\varphi = 0$$
$$k_y = k\sin\theta\sin\varphi = k\sin\theta$$

$$\left|E_\theta\right| = 0$$
$$\left|E_\varphi\right| = \frac{E_o}{2\lambda r}\left|\left(\frac{\eta}{Z_0}+\cos\theta\right)F(0,a)G(k\sin\theta, b)\right| \qquad (224)$$

El diagrama de radiación en este plano está determinado por la transformada de *Fourier* de la variación de la iluminación con y' (g(y')).

Cálculo de la directividad por aberturas eléctricamente grandes (Z_0 = η) con máximo de radiación en la dirección del eje z (θ = 0):

Densidad de potencia máxima: dirección del máximo θ = 0.

$$k_x = k\sin\theta\cos\varphi = 0$$
$$k_y = k\sin\theta\sin\varphi = 0$$

$$\left|E_\theta\right| = \frac{E_o}{\lambda r}\cos\varphi \cdot F(0)\cdot G(0)$$
$$\left|E_\varphi\right| = \frac{E_o}{\lambda r}\sin\varphi \cdot F(0)\cdot G(0)$$
$$\wp_{max} = \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{E}\right|^2}{\eta} = \frac{\left|E_\theta\right|^2+\left|E_\varphi\right|^2}{2\eta} = \frac{{E_o}^2}{2\eta\lambda^2 r^2}F^2(0)\cdot G^2(0)$$

donde $\vec{E}$ es el campo radiado en el espacio libre

Potencia radiada:

$$P_r = \iint_{S'} \wp(x',y')dx'dy' = \frac{1}{2\eta}\iint_{S'}\left|\vec{E}\right|^2 dx'dy' = \frac{1}{2\eta}\iint_{S'} E_o{}^2 f^2(x')g^2(y')dx'dy' =$$

$$= \frac{E_0{}^2}{2\eta}\int_{-a/2}^{a/2} f^2(x')dx' \int_{-b/2}^{b/2} g^2(y')dy'$$

donde $\vec{E}$ es el campo iluminante en la superficie de la apertura.

Directividad:

$$D = \frac{\wp_{max}}{P_r / 4\pi r^2} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{F^2(0)\cdot G^2(0)}{\int_{-a/2}^{a/2} f^2(x')dx' \cdot \int_{-b/2}^{b/2} g^2(y')dy'} =$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_{-a/2}^{a/2} f(x')dx' \cdot \int_{-b/2}^{b/2} g(y')dy'\right|^2}{\int_{-a/2}^{a/2} f^2(x')dx' \cdot \int_{-b/2}^{b/2} g^2(y')dy'} = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_{ef}$$

Si se cambia de variable $s = \frac{x'}{a}$; $t = \frac{y'}{b}$:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}ab\frac{\left|\int_{-1/2}^{1/2} f(s)ds\right|^2 \cdot \left|\int_{-1/2}^{1/2} g(t)dt\right|^2}{\int_{-1/2}^{1/2} \left|f(s)\right|^2 ds \cdot \int_{-1/2}^{1/2} \left|g(t)\right|^2 dt} = \frac{4\pi}{\lambda^2}ab\eta_{il}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}ab\eta_{il} \qquad (225)$$

Conclusiones:

a) Esta expresión para el cálculo de la directividad es utilizable en general cuando a,b > λ.

b) La apertura rectangular presenta una directividad que es función de sus dimensiones.

5.6. Apertura rectangular uniformemente iluminada

La iluminación uniforme presenta un campo en la apertura del tipo E(x’,y’)=1. Si Utilizamos las expresiones del apartado anterior y si particularizamos para la distribución uniforme se pueden obtener los diagramas de radiación y directividad.

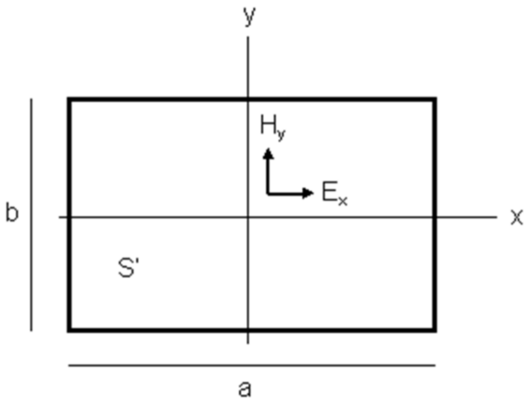


Fig. 221 Apertura rectangular uniformemente iluminada.

$$\vec{E} = E_x x = E_o f(x')\cdot g(y')x = E_o x \qquad (226)$$

$$F(k_x, a) = \int_{-a/2}^{a/2} f(x')e^{jk_x x'}dx' = \int_{-a/2}^{a/2} e^{jk_x x'}dx' = a\frac{\sin\left(k_x \frac{a}{2}\right)}{k_x \frac{a}{2}} = a\frac{\sin\left(k\frac{a}{2}\sin\theta\cos\varphi\right)}{k\frac{a}{2}\sin\theta\cos\varphi}$$

$$G(k_y, b) = \int_{-b/2}^{b/2} g(y')e^{jk_y y'}dy' = \int_{-b/2}^{b/2} e^{jk_y y'}dy' = b\frac{\sin\left(k_y \frac{b}{2}\right)}{k_y \frac{b}{2}} = b\frac{\sin\left(k\frac{b}{2}\sin\theta\sin\varphi\right)}{k\frac{b}{2}\sin\theta\sin\varphi}$$

A partir de las ecuaciones de los campos radiados por una apertura rectangular, se pueden extraer las ecuaciones de campo para el caso de una iluminación uniforme en ambos planos (E y H):

Campos en el plano E:

$$\phi = 0, \pi$$
$$k_x = k\sin\theta\cos\varphi = k\sin\theta$$
$$k_y = k\sin\theta\sin\varphi = 0$$

$$|E_\theta| = \frac{E_o ab}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\left|\frac{\sin\left(k\frac{a}{2}\sin\theta\right)}{k\frac{a}{2}\sin\theta}\right| \qquad (227)$$

$$|E_\varphi| = 0$$

Campos en el plano H:

$$\phi = \pi/2, 3\pi/2$$
$$k_x = k\sin\theta\cos\varphi = 0$$
$$k_y = k\sin\theta\sin\varphi = k\sin\theta$$

$$\left|E_\theta\right| = 0$$
$$\left|E_\varphi\right| = \frac{E_o ab}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)\left|\frac{\sin\left(k\frac{b}{2}\sin\theta\right)}{k\frac{b}{2}\sin\theta}\right| \quad (228)$$

De la expresión dada por el cálculo de la directividad de una apertura rectangular, y particularizando para una iluminación uniforme con $f(x') = g(y') = 1$, se obtiene:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}ab \quad (229)$$

La eficiencia de iluminación es igual a la unidad.

Parámetros del diagrama de radiación en el plano E:

Ancho de haz entre ceros:

$$k\frac{a}{2}\sin\theta_z = n\pi \quad ; \quad \theta_z = \arcsin\frac{n\lambda}{a}$$
$$\text{si } a >> \lambda,\ \theta_z \simeq \frac{n\lambda}{a} \quad ; \quad \Delta\theta_z = \frac{2\lambda}{a}$$

Ancho de haz en la mitad de la potencia:

$$\left(1+\cos\theta\right)\left|\frac{\sin\left(k\frac{a}{2}\sin\theta_{-3dB}\right)}{k\frac{a}{2}\sin\theta_{-3dB}}\right| = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

Los puntos de potencia media se obtienen cuando $k\frac{a}{2}\sin\theta_{-3dB} = \pm 0.44\pi$, por tanto, el ancho de haz resulta $\Delta\theta_{-3dB} = 0.88\frac{\lambda}{a}$.

Relación NLPS:

$$20\log\frac{\left|E_{(\theta=0)}\right|}{\left|E_{\left(\theta=\frac{3\lambda}{2a}\right)}\right|} \simeq 13.46\text{dB}$$

Ejercicio

Representar los diagramas de radiación en los planos E y H de una apertura rectangular uniformemente iluminada de lados a = 5λ y b = 10λ.

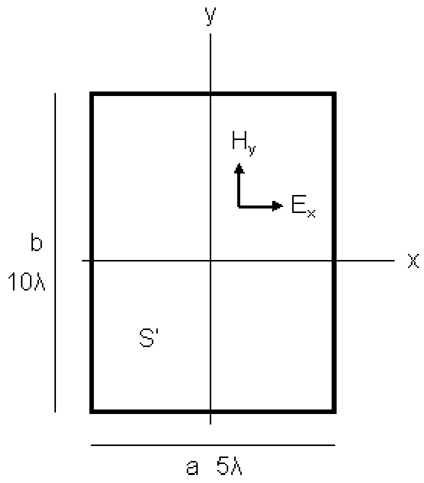


Fig. 222 Ejemplo de apertura uniformemente iluminada.

Plano E:

$$|E_\theta| = \frac{E_o ab}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\left|\frac{\sin(5\pi\sin\theta)}{5\pi\sin\theta}\right| \quad ; \quad |E_\varphi| = 0$$

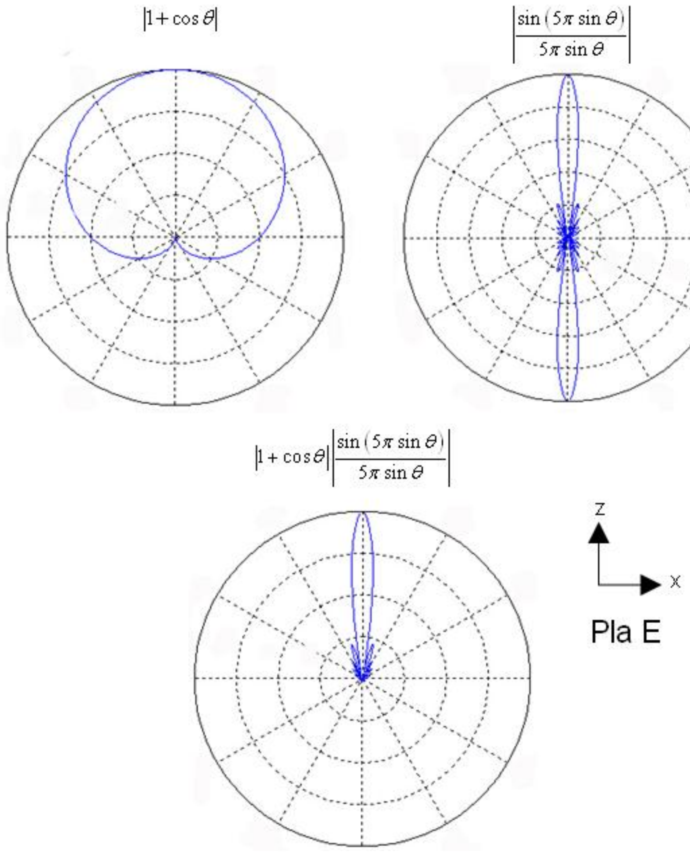


Fig. 223 Ejemplo plano E apertura uniformemente iluminada.

Plano H:

$$|E_\varphi| = \frac{E_o ab}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\left|\frac{\sin(10\pi\sin\theta)}{10\pi\sin\theta}\right| \quad ; \quad |E_\theta| = 0$$

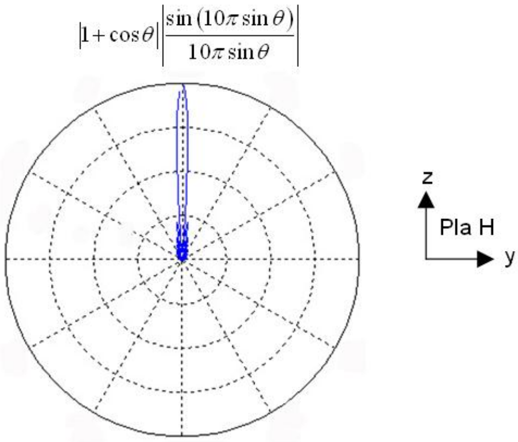


Fig. 224 Ejemplo plano H apertura uniformemente iluminada.

Conclusiones del problema:

a) Si las dimensiones de la apertura (a, b) aumentan, el número de lóbulos del diagrama de radiación también aumenta.

b) Cuanto más grande sea la apertura, mayor será el número de ceros, y, por tanto, más delgado el lóbulo principal. Se puede conseguir la directividad deseada variando las dimensiones de la apertura.

5.7. Apertura rectangular iluminada con el modo TE_{10}

Como en el caso anterior, pero en este caso la distribución se determina por la distribución de campo del modo dominante de una guía rectangular [17].

A continuación se ilustra el campo radiado por dos bocinas, una de a=4λ y la otra de a=8λ.

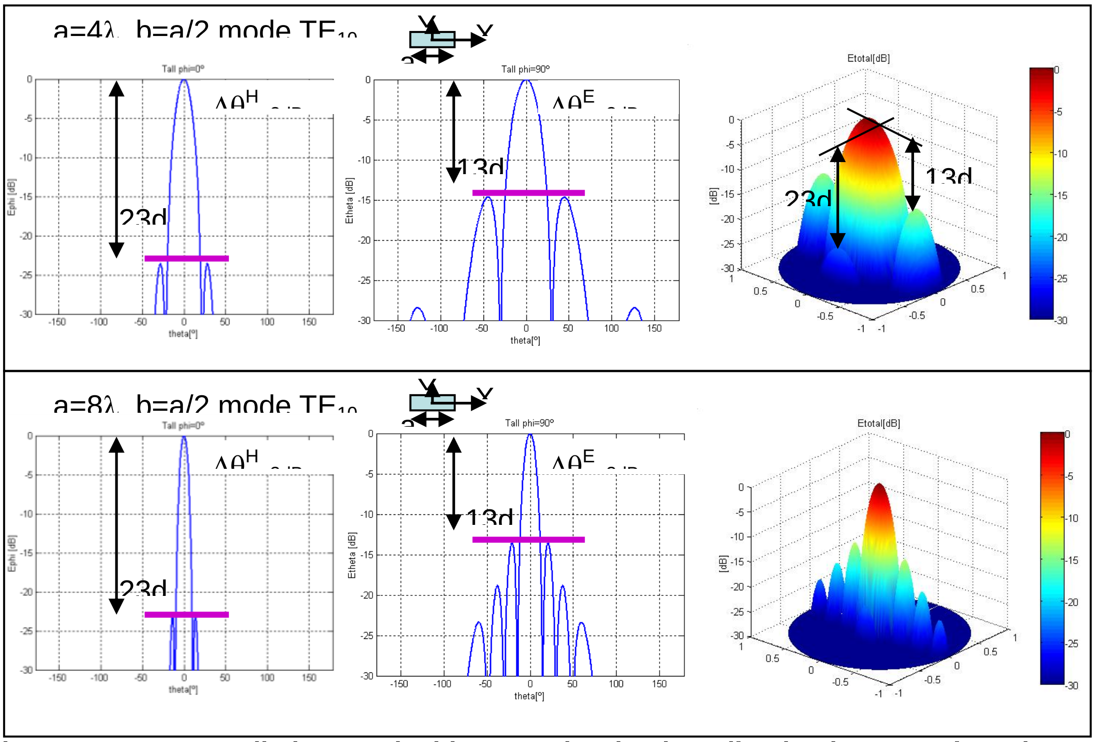


Fig. 225 Campos radiados producidos por dos bocinas iluminadas con el modo TE_{10}. Representación del diagrama normalizado, coordinadas cartesianas y margen dinámico de 30dB.

Se observa que:

a) Cuanto más grande es la apertura en términos eléctricos más estrecho es el ancho de haz y, por tanto, más directiva es la antena.
b) Si el tamaño de la bocina es más grande que la longitud de onda, los cortes principales plano E (φ=90º) y plano H (φ=0º), presentan una NLPS aproximada de 13dB y 23dB respectivamente,
c) El ancho de haz es más estrecho en el plano H que en el plano E ya que la apertura es más grande en la dirección x (a=2b).

RESUMEN

En esta sesión se ha estudiado la apertura elemental, la rectangular comparable con λ con iluminación uniforme y con una iluminación dada por la distribución de campo del modo fundamental en una guía (TE_{10}).

Destaquemos que la apertura elemental, igual que un dipolo/monopolo elemental presenta una directividad que es independiente de la frecuencia (siempre y cuando sea elemental).

Las aperturas rectangulares presentan una directividad que es función del tamaño de la apertura. Por lo tanto, una forma sencilla de obtener una directividad elevada es trabajar con aperturas elevadas como es el caso de la antena más conocida: el reflector parabólico que también estudiaremos. Para el caso de las aperturas tipo guía de ondas, como la frecuencia de trabajo está ligada al tamaño de la guía, nos encontramos con el mismo problema que las antenas de cable. Pero, en cambio, ahora podemos aumentar el tamaño de la apertura manteniendo la misma frecuencia de trabajo como es el caso de las bocinas.

Hemos visto el significado que tiene la eficiencia de iluminación. Para iluminaciones elevadas, obtenemos la misma directividad para un tamaño dado de apertura a costa de un NLPS bajo; en cambio, para eficiencias de iluminación más pequeñas, sacrificamos directividad a costa de mejorar el NLPS.

Sesión 24: Antenas de bocina. Introducción a los reflectores

FITXA DE LA SESSIÓ

- **Duración**: 1 hora
- **Dedicación**: 1 hora ½

OBJETIVOS

Presentar una modificación de la antena basada en la boca de guía, la bocina. Introducir un nuevo tipo de antena: el reflector. El objetivo es entender cómo con la teoría de rayos se puede analizar de forma muy simple este nuevo radiador.

El último objetivo es relacionar los conceptos del tema de agrupaciones con los que hemos analizado aquí.

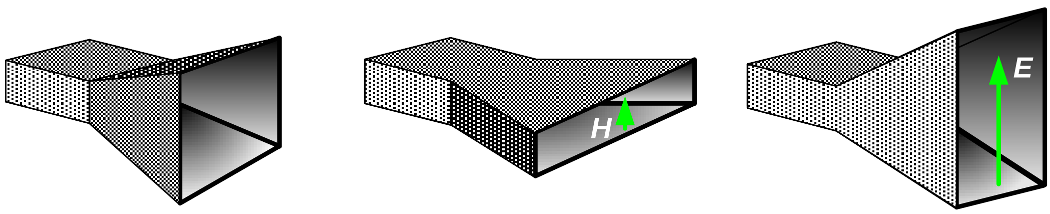
CONTENIDOS

Descripción cualitativa de las bocinas. Comparemos prestaciones en cuanto a directividad de la antena boca de guía de la sesión anterior con varios tipos de bocina: bocina de plano E, plano H y piramidal.

Acabamos la sesión con una introducción a las antenas tipo reflector.

5.8. Bocinas

En la sesión anterior se han visto las características de radiación de una boca de guía. Además se ha particularizado para una iluminación: la del modo fundamental en una guía rectangular (TE_{10}). Hemos estudiado que la directividad de una apertura depende de su área efectiva que está ligada con el área física de la misma. Si queremos aumentar la directividad, podríamos pensar en aumentar el área física de la apertura. El inconveniente que esto presenta es que la frecuencia de resonancia depende de las medidas de la apertura. Entonces, la pregunta es: ¿podemos aumentar la directividad manteniendo la misma frecuencia de resonancia? Es decir; ¿podemos tener una guía en la que el modo fundamental por ejemplo esté a la frecuencia deseada y que además podamos aumentar la directividad de forma arbitraria? La respuesta la tenemos en las antenas tipo bocina. La Fig. 226 muestra bocinas de tipo rectangular.



Botzina piramidal **Botzina del pla *H*** **Botzina del pla *E***

Fig. 226 Bocina plano E, plano H y piramidal. Pla E (H) indica que la longitud larga coincide con el plano E (H).

Por lo tanto, es posible aumentar la directividad manteniendo la frecuencia del modo deseado aplicando el concepto de bocina.

La tabla 12 compara la directividad que se puede lograr en función de las dimensiones eléctricas de la apertura.

Antena	Directividad
boca de guía	$10.2\frac{a \cdot b}{\lambda^2}$
bocina plano E	$8\frac{a \cdot b}{\lambda^2}$
bocina plano H	$7.9\frac{a \cdot b}{\lambda^2}$
bocina piramidal	$6.4\frac{a \cdot b}{\lambda^2}$

Tabla 12 Comparación de las directividades para una apertura de guía y bocinas. Las dimensiones a y b están referidas a la Fig. 226: a y b son las medidas de la apertura. La bocina piramidal permite aumentar el área física y por lo tanto la directividad de manera considerable respecto la boca de guía.

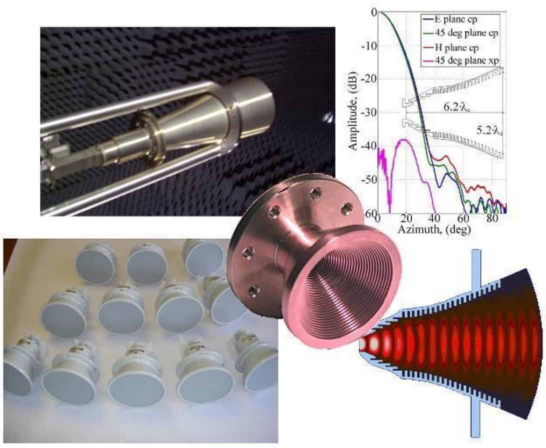


Fig. 227 Antenas con perfil gaussiano que operan a 60GHz. Este diseño ha sido utilizado en el Hispasat 1C y 1D. Las antenas con corrugaciones aquí presentadas permiten reducir las medidas de la bocina en un 40% manteniendo las prestaciones electromagnéticas. Gentileza de los profesores Carlos del Río y Jorge Teniente de la Universidad Pública de Navarra.

Ejemplo: se conecta una bocina piramidal de medidas 10x15cm^2 a una boca de guía de medidas 2x3cm^2. Calcula el aumento de directividad.

De la tabla anterior se tiene que:

Incremento=Directividad bocina piramidal/directividad boca de guía=12dB.

Las herramientas analíticas para calcular las características de radiación de las bocinas no se estudian en este curso. De todos modos, el principio es muy similar al presentado para la boca de guía, es decir, si se conoce el campo iluminador en la

boca, se pueden calcular los parámetros radioeléctricos aplicando el teorema de equivalencia.
Aunque hemos visto de forma cualitativa las bocinas rectangulares, también encontramos circulares y otras modificaciones sobre las rectangulares/circulares para mejorar directividad, pureza de polarización etc. como las bocinas corrugadas. Debido a su ancho de banda, las bocinas se suelen utilizar como sondas en medida de antenas.

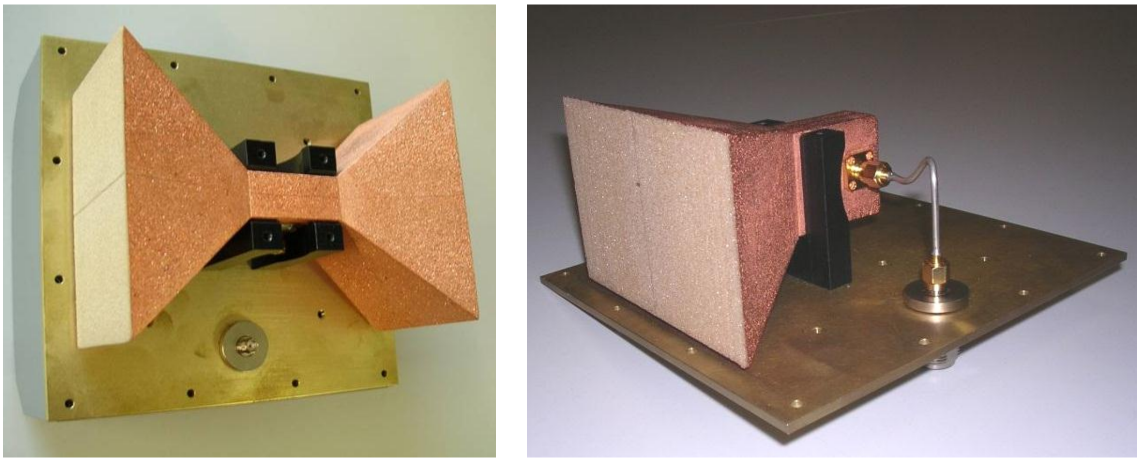


Fig. 228 Bocinas ultraligeras fabricadas gracias a una técnica de esponjas metalizadas. Izquierda: Bocina de doble haz que opera a 6 GHz, 10 dB de ganancia. Peso total 72 gr. (bocinas más conector). Derecha: prototipo de bocina de un solo haz con el conector directamente soldado sobre la esponja.
Gentileza del Prof. Jean-Pierre Daniel de la empresa Advanten, Rennes – France.

Las antenas de bocina son elementos muy empleados en sistemas de medida puesto que es un elemento directivo (>10dB) y que presenta anchos de banda considerables (~150%). En muchos sistemas de medida de antenas, la bocina se utiliza como elemento que recibe/radia la energía del/hacia el dispositivo bajo prueba (Fig. 229). Si su ancho de banda fuese estrecho, sería poco práctica ya que se debería tener diversas bocinas para diferentes márgenes frecuenciales.

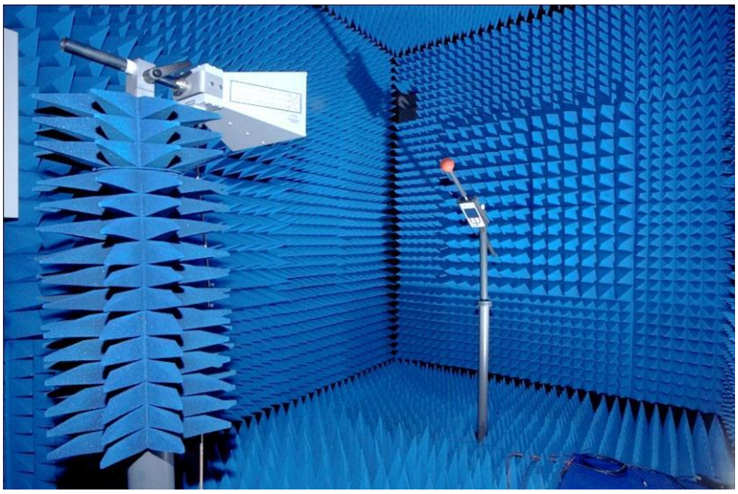


Fig. 229 Las bocinas son antenas a menudo utilizadas en sistemas de medida debido a su ancho de banda (ej.: 800MHz-6GHz) y directividad (~12dB). Sistema de medida en cámara anecoica con bocina y sonda de campo eléctrico gentileza de Ernest Cid de la Empresa WaveControl, Barcelona.

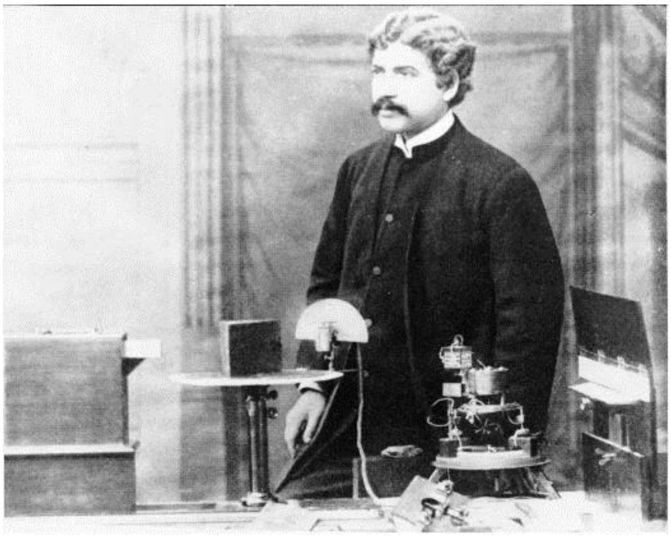


Fig. 230 Jagadish Chunder Bose (1858-1937), físico indio precursor de la antena de bocina [13] utilizada aún hoy en día en muchos sistemas de medida con las mejoras y versiones que desarrollan los investigadores.

5.9. Reflectores parabólicos

Se ha visto que para el caso de las bocinas es posible incrementar la directividad aumentando el tamaño de la apertura a pesar de su limitación ya que el perfil de amplitud/fase deja de ser uniforme. Es justamente el objetivo de un reflector conseguir directividades elevadas salvando el problema de comportamiento de la bocina.

Una antena reflector consta de dos partes: el alimentador y el reflector en sí. El alimentador suele ser una bocina como las señaladas anteriormente, aunque también podría ser un dipolo. El reflector es la superficie que confina la radiación por obtener una directividad mucho más elevada que la del alimentador.

Aunque puede haber diferentes tipos de reflectores (diédricos, esféricos), es el parabólico el más habitual. La Fig. 231 muestra la configuración básica de un reflector parabólico.



Fig. 231 Configuración básica de un reflector tipo parabólico.

Se puede entender el principio en el que se basa este tipo de antenas de la siguiente manera: en el foco del reflector parabólico tenemos el alimentador; éste radia hacia el reflector. Dado el perfil parabólico, todos los caminos que van desde el alimentador a la apertura (Fig. 232) tienen la misma longitud. Considerando que la fuente en el alimentador sea isotrópica, se puede aproximar la amplitud del campo en el plano de

la apertura como casi uniforme en amplitud y uniforme en fase. Casi uniforme en amplitud, puesto que, si bien es cierto que los caminos del alimentador al plan de la apertura, no sufren la misma atenuación. En el tramo del alimentador al reflector de onda radiada presenta un patrón esférico y, por lo tanto, una atenuación del tipo 1/r. Como el camino del foco al reflector no es constante y es la más corta la normal del reflector, quiere decir que la amplitud del campo decae hacia los bordes (decaimiento a los bordes). En el tramo del reflector al plano de la apertura, el frente es plano y, por lo tanto, a nivel local no hay atenuación. Por lo tanto, aun cuando el camino del foco dónde se sitúa el alimentador en el plano de la apertura sea constante, la amplitud experimenta una caída en los bordes y la fase permanece constante, hecho que causa un frente coherente en el plan de la apertura. Recordando el estudio de agrupaciones, se puede decir que se dispone de una agrupación de elementos muy próximos y radian con la misma amplitud y fase. Por lo tanto, cuanto mayor sea, en términos eléctricos, la superficie del reflector, más directividad conseguiremos, puesto que es como si tuviéramos un *array* de más longitud eléctrica. La diferencia con el array es que al tratarse de una distribución continua, no aparece el concepto de lóbulos de difracción. Recordemos que los lóbulos de difracción salen debido a realizar un submuestreo de la corriente.

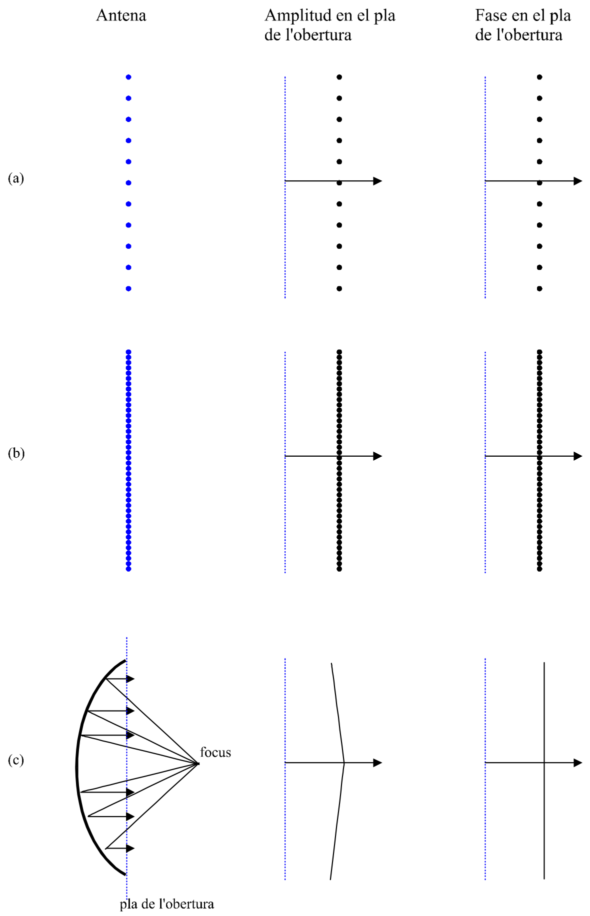


Fig. 232 Podemos entender el funcionamiento de un reflector a partir de la teoría de agrupaciones: si en el foco hay un radiador (alimentador) isotrópico, la distribución de amplitud y fase en la apertura será uniforme (misma amplitud y fase). El diagrama de radiación se podría calcular a partir de la teoría de arrays teniendo en cuenta que todos los elementos están infinitamente juntos.

La Fig. 232 permite entender todo lo que estudiaremos sobre el reflector a partir de la teoría de agrupaciones. En el caso *a* tenemos una agrupación uniforme de elementos separados menos que la longitud de onda de tal forma que no haya lóbulos de difracción. En el caso *b* hemos aumentado el número de elementos pero sin aumentar el tamaño eléctrico de la antena. En este caso obtendríamos la misma directividad ya que aunque el factor de array presente el lóbulo más estrecho, también es más pequeño el margen visible; el caso *b* es útil para barrer el haz ya que se evitan los lóbulos de difracción. La configuración *b* tiende a la distribución de *c* cuando el número de elementos es infinitamente grande y la separación de elementos tiende a cero. Como el campo radiado es proporcional a la distribución de corrientes, en este tercer caso, al tener un continuo de corriente no aparece lóbulo de difracción cosa que sí sucede en las agrupaciones si el muestreo no era el correcto (mayor que la longitud de onda para agrupaciones *broadside*).

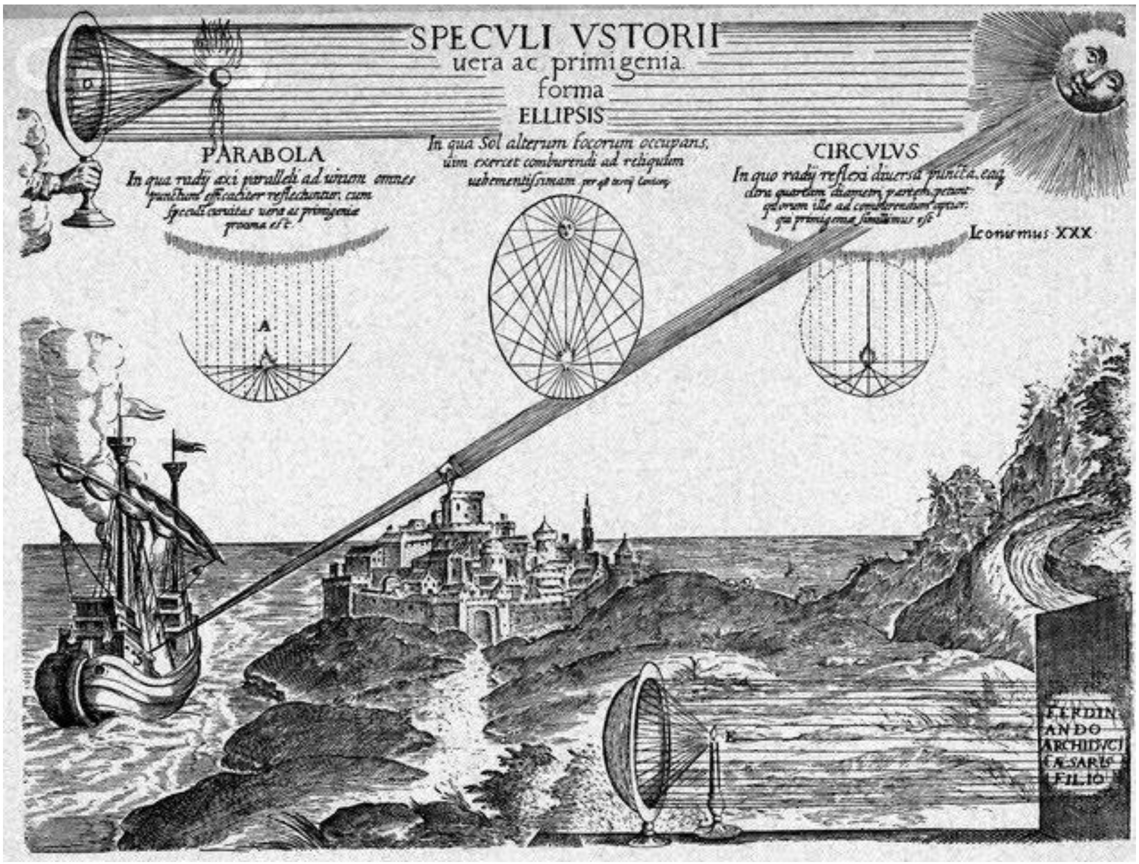


Fig. 233 La leyenda cuenta que Arquímedes (287-212aC) para defender su ciudad natal utilitzó espejos para concentrar los rayos del Sol y poder quemar la flota enemiga romana

Finalmente, aunque ya lo veremos, imaginamos que en el foco (donde está el alimentador) la fuente que allí está no es isotrópica (caso didáctico) sino que hay una antena como una bocina de las que hemos estudiado. En este caso, los rayos estarán ponderados por el diagrama de radiación. Si suponemos que el diagrama del alimentador decae mucho en direcciones que apuntan a los extremos del reflector, tendremos una distribución de amplitud grande en zonas próximas al centro del plano de la apertura pero de muy poca intensidad hacia los extremos; la distribución de fase la podemos continuar considerando uniforme. Por lo tanto, en este caso podríamos decir, de manera cualitativa, que el perfil de amplitud/fase en el plano de la apertura es

el de una distribución binómica. El diagrama de radiación por lo tanto en este caso será menos directivo pero con unos lóbulos secundarios más bajos. Entonces, hay una relación directa entre el decaimiento de potencia a lo largo del plano de la apertura y el nivel de lóbulo primario a secundario (NLPS) del diagrama de radiación producida por el conjunto alimentador-reflector.

RESUMEN

En esta sesión se ha estudiado de manera cualitativa la bocina con sus diversas configuraciones. Hemos subrayado que con este tipo de antena puede aumentarse la directividad si incrementamos el tamaño de la apertura manteniendo las dimensiones de la guía que la alimenta. Mantener las dimensiones de la guía significa que la frecuencia del modo fundamental queda inalterada y por lo tanto dada una frecuencia de trabajo, puede obtenerse una directividad elevada aumentando las dimensiones de la parte final (bocina plano E, H y piramidal).

Se ha introducido la antena de reflector. Éste consta básicamente de un alimentador y un reflector que en la versión más genérica es de un perfil parabólico. De una manera cualitativa pueden comprenderse muchas de sus propiedades radioeléctricas utilizando el ejemplo de la teoría de agrupaciones.

Sesión 25: El reflector parabólico

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 3 horas

OBJETIVOS

Presentar de manera detallada el reflector parabólico. Estudiar cómo depende su directividad de sus propiedades geométricas. Entender las diferentes arquitecturas de reflectores parabólicos y planos utilizando la teoría de rayos.

CONTENIDOS

Analizaremos de manera geométrica el reflector parabólico. Estudiaremos los parámetros básicos: polarización cruzada, desbordamiento en las orillas, eficiencia de desbordamiento (*spill-over*) eficiencia de iluminación, directividad y relación foco/diámetro del reflector. Finalizaremos con una descripción y comparación de las diferentes arquitecturas de reflector: simétrico, Cassegrain. Se finaliza con una pincelada a los reflectores planos.

5.9.1. Análisis geométrico del reflector parabólico

Las características de radiación del reflector parabólico dependen naturalmente de su geometría. Existe una relación que determinará su comportamiento: esta relación es el cociente entre la distancia focal (f) y el diámetro del reflector (D_a). Es decir, en función de la relación f/D_a podemos determinar la directividad, eficiencia de iluminación y NLPS.

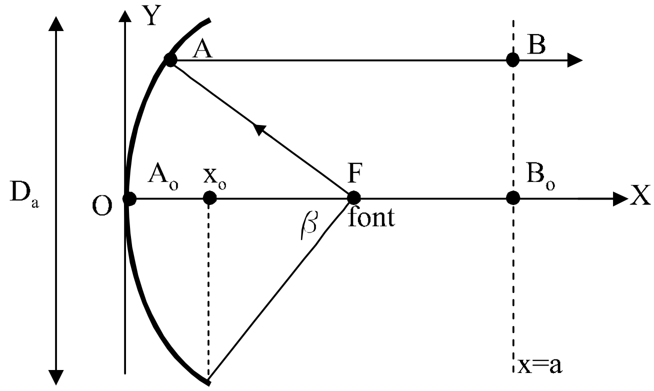


Fig. 234 Esquema de un reflector parabólico: *f* distancia focal (donde se sitúa el alimentador), D_a diámetro del reflector. D_a es el diámetro de la apertura y F el punto focal donde se coloca el alimentador.

La condición para encontrar el perfil del reflector se puede averiguar a partir de la imposición de que el frente de onda en x=a sea de fase uniforme [49]. Asumimos además que todos los rayos reflejados salen paralelos al eje X. Una vez encontrado el perfil geométrico, se comprueba que la solución no viola la ley de Snell. Para que esto sea así se ha de cumplir la siguiente ecuación:

$$\overline{FA} + \overline{AB} = \overline{FA_o} + \overline{A_oB_o}$$

Si consideramos que las coordenadas del punto A son (x,y,z) y las del F son (f,0,0) tenemos que:

$$\sqrt{(x-f)^2+y^2+z^2}+(a-x)=f+a$$

que resulta

$$y^2+z^2=4fx$$

siendo la ecuación de un paraboloide. Subrayar que en el caso de un cilindro parabólico el perfil se encuentra aplicando el mismo método y resulta la misma solución, haciendo z=0.

Se deja como ejercicio demostrar que la solución encontrada satisface la ley de Snell.

A partir de $y^2=4fx$ (suponemos z=0), se llega a dos ecuaciones que nos permiten relacionar el foco f y el diámetro de la abierta D_a. Para $x=x_o$, $y=D_a/2$, con lo cual tenemos $\left(\frac{D_a}{2}\right)^2=4fx_o$. Por otro lado $\tan\beta=\frac{\frac{D_a}{2}}{f-x_o}$. Combinando las dos ecuaciones tenemos que:

$$\frac{f}{D_a}=\frac{1}{4tg\left(\frac{\beta}{2}\right)} \qquad (230)$$

Si f/D_a es pequeño tendremos que el alimentador estará inmerso muy en el interior del reflector; si, por el contrario, la relación es grande (cercana a 1), el alimentador está muy lejos del reflector.

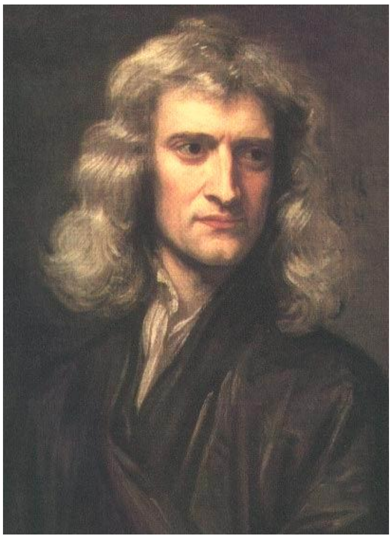



Fig. 235 Sir Isaac Newton (1643-1727) científico inglés y James Gregory (1638-1675). Sus aportaciones en el campo de la óptica han sido utilizadas en el campo de los reflectores a frecuencias de microondas. El primer reflector telescópico concebido se debe a James Gregory, aunque el primero en construirse fue obra del trabajo de Newton [50].

5.9.2. Análisis electromagnético

Se puede encontrar en [18] los métodos analíticos que se utilizan para calcular las características del reflector. Actualmente, dada la potencia de cálculo de los ordenadores, se utilizan herramientas numéricas para calcularlas. Como la antena de

reflector es generalmente grande en términos eléctricos se utilizan herramientas de alta frecuencia.

5.9.3. Parámetros básicos del reflector

Estudiamos en este apartado los parámetros básicos de un reflector parabólico en función de la relación f/D_a. En particular estudiamos: la polarización cruzada, decaimiento en las orillas y su relación con NLPS, la eficiencia de desbordamiento y la directividad [18,17].

Polarización cruzada

Aunque el alimentador presente una polarización lineal perfecta, la naturaleza geométrica del reflector produce una polarización cross-polar (Fig. 236). En efecto, suponemos un dipolo con polarización vertical que produce en la apertura de un reflector parabólico campos que no son verticales en toda la superficie. Se puede descomponer el campo en las dos polarizaciones ortogonales, la vertical o copolar y la horizontal o vertical. En los planes E (plan vertical) y H (plan horizontal), el efecto del campo crosspolar es mínimo ya que las componentes se cancelan puesto que su fase a un punto de observación en campo lejano es la misma pero en contrafase. Fuera de este plan no hay interferencia destructiva y por lo tanto el campo cross-polar aumenta. Para tal efecto, en el campo de los reflectores, el alimentador es relevante ya que determina la pureza de polarización. Por ejemplo un campo producido por una fuente de Huygens (combinación de un dipolo y espira dispuesta perpendicularmente) produce un campo lineal en la apertura [18].

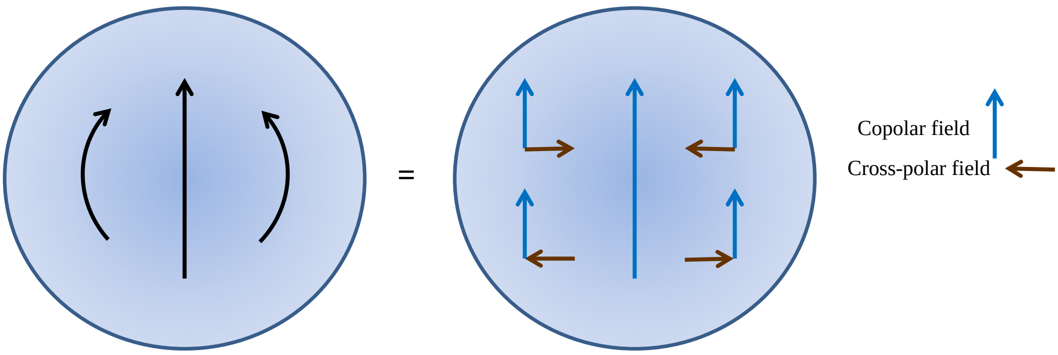


Fig. 236 Izquierda) campo en la apertura cuando el alimentador es un dipolo con polarización vertical; Derecha) descomposición en copolarización y cross-polarización

Decaimiento en los bordes y eficiencia de iluminación

Como se ha comentado en la introducción de reflectores parabólicos, aunque la distancia del foco en el reflector más el plano de la apertura es constante para cualquier ángulo, sólo la fase es constante. La razón que ya se ha mencionado es que en el tramo del foco en el reflector, se considera que el campo radiado por el alimentador radia ondas esféricas. Dado que en este primer tramo la distancia del foco el reflector no es constante, hay una distribución no uniforme de la amplitud del campo en la apertura. A partir del análisis geométrico, la distancia del foco a la apertura es:

$$r = \frac{f}{\cos^2\left(\frac{\theta'}{2}\right)} \tag{231}$$

Por tanto, el campo respecto el centre decae como:

$$\frac{E(\theta')}{E(\theta'=0^{\circ})}=\cos^{2}(\tfrac{\theta'}{2}) \qquad (232)$$

Entonces, el perfil de decaimiento expresado en dB es:

$$\tau_1(\theta')=40\cdot\log\left(\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\right) \quad [\mathrm{dB}] \qquad (233)$$

Además, como el alimentador no es isotrópico, introduce un efecto extra de decaimiento que se añade a la ecuación (233) de la forma:

$$\tau\left(\theta'\right)_{dB}=40\cdot\log\left(\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\right)+10\cdot\log\left(t_{feeder}\left(\theta'\right)\right) \qquad (234)$$

Se puede comprobar con las ecuaciones (230) y (233) que para arquitecturas de reflector donde el foco está lejos respecto del plano de la apertura, el decaimiento es más suave si se compara con una en el que el foco está más cerca.

Utilizando el principio de que el espacio actúa como en transformador de Fourier, se puede concluir que si el perfil de campo decae más suavemente que otro, el primero tendrá más directividad que el segundo pero una relación NLPS menor que el segundo, al igual que sucede con las agrupaciones uniforme, triangular y binómica. Por lo tanto, este perfil determina la directividad. Con el fin de cuantificar se utiliza la eficiencia de iluminación (η_{il}).
Para diagramas con simetría de revolución, la eficiencia de iluminación viene dada por [2]:

$$\eta_{il}=2\cot^{2}\left(\frac{\beta}{2}\right)\cdot\frac{\left|\int_0^{\beta}\sqrt{D_{feeder}(\theta)}\cdot\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\cdot d\theta\right|^{2}}{\int_0^{\beta}D_{feeder}(\theta)\cdot\sin\theta\cdot d\theta} \qquad (235)$$

Eficiencia de desbordamiento

La eficiencia de desbordamiento tiene en consideración la potencia que radia el alimentador que se utiliza para colimar el haz. Aquella potencia que no intercepta el reflector se radia en el espacio pero no se aprovecha para radiarla de forma directiva. Matemáticamente resulta de aplicar la relación entre la potencia captada por el reflector y la total:

$$\eta_s=\frac{P_a}{P_r}=\frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\beta}D_{feeder}(\theta',\phi')\sin(\theta')d\theta'd\phi'}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}D_{feeder}(\theta',\phi')\sin(\theta')d\theta'd\phi'}=$$
$$=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\beta}D_{feeder}(\theta',\phi')\sin(\theta')d\theta'd\phi'= \qquad (236)$$

Es importante subrayar que tanto la eficiencia de iluminación como la de desbordamiento no tienen en cuenta pérdidas óhmicas, las cuales están contempladas en la eficiencia de radiación.

Directividad

La directividad de un reflector se puede calcular sencillamente considerando el área geométrica y la eficiencia anteriormente mencionada:

$$A_{ef} = A_{fisica} \cdot \eta_{total} = A_{fisica} \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s \cdot \eta_x \quad (237)$$

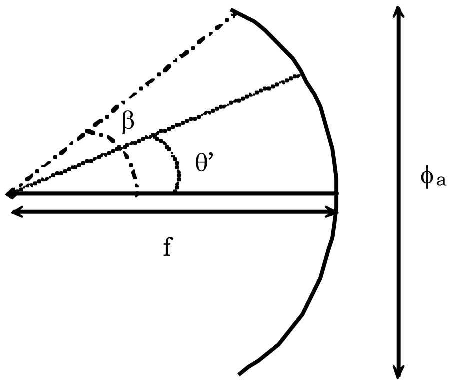
$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_{geo} \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s \cdot \eta_x = \pi^2 \cdot \left(\frac{D_a}{\lambda}\right)^2 \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s \cdot \eta_x \quad (238)$$

Ejercicio

Un reflector parabólico opera a 5GHz. Su diámetro es de 8 m con una relación f/D=0.25. El reflector está alimentad por una antena con un diagrama con simetría de revolución que se puede aproximar por:

$G_f(\theta') = 10 \cdot \cos^4(\theta')$ $0 < \theta' < 90º$

$G_f(\theta') = 0$ el resto



Calculad:

a) Decaimiento en los bordes
b) Eficiencia de desbordamiento η_s
c) Directividad de la antena expresada en dB si η_{il}=0.5

Resolución del ejercicio:

Para calcular el decaimiento en los bordes, se busca el ángulo (β) respecto al eje bajo el que se ve el lado del paraboloide desde el foco, utilizando la expresión siguiente en la que se relaciona la distancia al foco, el diámetro de la parábola y la tangente de la mitad de este ángulo.

$$\frac{f}{\phi_a} = \frac{1}{4 \cdot \mathrm{tg}(\beta/2)}$$

$$\mathrm{tg}(\beta/2) = \frac{\phi_a}{4 \cdot f} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{0.25} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\beta}{2} = \mathrm{arctg}(1) = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \beta = 90º$$

Para el decaimiento en los bordes se aplicará sobre este ángulo una ley de decrecimiento de la iluminación:

$$\tau_1(\theta') = 40 \cdot \log\left(\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\right) \quad [\text{dB}]$$

y también habrá que añadir el decaimiento producido por la direccionalidad del diagrama de radiación del alimentador:

$$\tau_2(\theta',\phi') = 10 \cdot \log\left(t_f(\theta',\phi')\right) \quad [\text{dB}]$$

donde $t_f(\theta', \varphi')$ representa el diagrama de radiación normalizado :

$$G_f(\theta',\phi') = G_{f\,max} \cdot t_f(\theta',\phi') \quad ; \qquad t_f(\theta',\phi') = \frac{G_f(\theta',\phi')}{G_{f\,max}}$$

La superposición de estas dos contribuciones supone una variación de la amplitud en función de los ángulos θ'y φ'. Entonces, aplicando esta expresión para el ángulo β anteriormente calculado, el decaimiento en a los lados es:

$$\tau(\beta) = \tau_1 + \tau_2 = 40 \cdot \log\left(\cos\left(\frac{\beta'}{2}\right)\right) + 10 \cdot \log\left(t_{feeder}(\beta')\right)$$

En este caso, para el ángulo β anteriormente calculado, el diagrama de radiación se anula y por lo tanto esto implica un fuerte decaimiento. Este hecho provocará una mejor relación entre los niveles de los lóbulos principal y secundario.

Así pues, para un ángulo β =90º se tiene $t_f(\beta)=0$ y el logaritmo da -∞. Este valor es exagerado, pero se puede observar cómo el decaimiento va haciéndose más notable dando valores al ángulo cercanos a 90º.

Para β =89º:

$$\tau(89^{o}) = 40 \cdot \log\left(\cos\frac{89}{2}\right) + 10 \cdot \log\left(\cos^4(89)\right) = -5.87 + (-70.33) = -76.2 \text{ dB}$$

Para β =89.9º:

$$\tau(89.9^{o}) = 40 \cdot \log\left(\cos\frac{89.9}{2}\right) + 10 \cdot \log\left(\cos^4(89.9)\right) = -6.0 + (-110.32) = -116.32 \text{ dB}$$

b) La eficiencia de desbordamiento (η_s) viene dada por la relación entre la potencia radiada por el alimentador y la parte de esta potencia que intercepta el reflector parabólico para concentrarla en una determinada dirección. En este caso, la parabólica toma por completo el diagrama de radiación sin que se desborde ninguna parte de la potencia radiada. Por lo tanto se obtiene el 100% de eficiencia de desbordamiento (η_s =1).

De todas maneras, también puede comprobarse analíticamente:

$$\eta_s = \frac{P_a}{P_r} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\beta} G_f(\theta',\phi')sin(\theta')d\theta'd\phi'}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} G_f(\theta',\phi')sin(\theta')d\theta'd\phi'} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\beta} G_f(\theta',\phi')sin(\theta')d\theta'd\phi' =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\beta} G_f(\theta')sin(\theta')d\theta' = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 10\cdot\cos^4(\theta')\cdot sin(\theta')d\theta' = \frac{1}{2}\left(\frac{-10}{5}\cos^5(\theta')\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2}\left((-2)\cdot\left(\cos^5(\frac{\pi}{2}) - \cos^5 0\right)\right) = \frac{1}{2}\left((-2)\cdot(0-1)\right) = 1$$

$$\eta_s = 1 \quad \rightarrow \quad \eta_s = 100\%$$

c) La directividad puede calcularse en función de la longitud de onda y el área efectiva. Esta área efectiva equivale al área física multiplicada por la eficiencia total (η_{total}) de la apertura parabólica. Y esta eficiencia total se obtiene como producto de las eficiencias de iluminación (η_{il}), de desbordamiento (η_s) y de polarización (η_x).

Los valores de las eficiencias son conocidos: η_{il}=0.5, según el enunciado; η_s=1, según el apartado anterior; y como el diagrama tiene simetría de revolución, η_x=1. Por lo tanto, operando adecuadamente, puede llegarse a saber el valor de la directividad de la antena:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8}{5\cdot 10^9} = 0.06 \text{ m}$$

f = 5GHz →

$$A_{ef} = A_{fisica}\cdot\eta_{total} = \pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2\cdot\eta_{il}\cdot\eta_s\cdot\eta_x = \pi\left(\frac{8}{2}\right)^2\cdot 0.5\cdot 1\cdot 1 = 25.13 \text{ m}^2$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_{ef} = \frac{4\pi}{0.06^2}\cdot 25.13 = 87729.8 \qquad D_{dB} = 10\log D = 49.4 \text{ dB}$$

5.9.4. Otras arquitecturas de reflector

Según la arquitectura de reflector parabólico se encuentra: el simétrico (lo que se ha estudiado), el asimétrico (offset), el Cassegrain y el Gregoriano. El simétrico, analizado anteriormente, es gracias a Newton. El Cassegrain, debe el nombre a una persona de cuyo nombre y nacimiento no se tienen datos fidedignos. Pese a esto, es un reflector muy utilizado. El Gregoriano que fue el primero en concebirse fue propuesto por James Gregory.
Más recientemente (año 1963) se introdujo un nuevo concepto de reflector: el reflectarray. Este reflector intenta salvar el problema de la geometría mediante un reflector plano pero manteniendo el principio de colimar el haz.

Reflector Cassegrain

Este tipo de arquitectura es utilizada en aquellas aplicaciones en las que el ruido es un parámetro crítico en el diseño, como lo es en aplicaciones de radioastronomía. Si se

utiliza el reflector tratado hasta el momento (el simétrico), dado que el foco se encuentra separado del reflector, capta el ruido proveniente de la tierra que presenta temperaturas elevadas en comparación a las del cielo. Unos de los objetivos principales de la arquitectura Cassegrain es la de integrar el foco en la propia estructura del reflector de forma que mitigue la fuente de ruido proveniente del tierra puesto que el propio reflector de la pantalla. Con el fin de sintetizar la geometría utilizamos la geometría de rayos. El primer paso se ilustra en la Fig. 237.

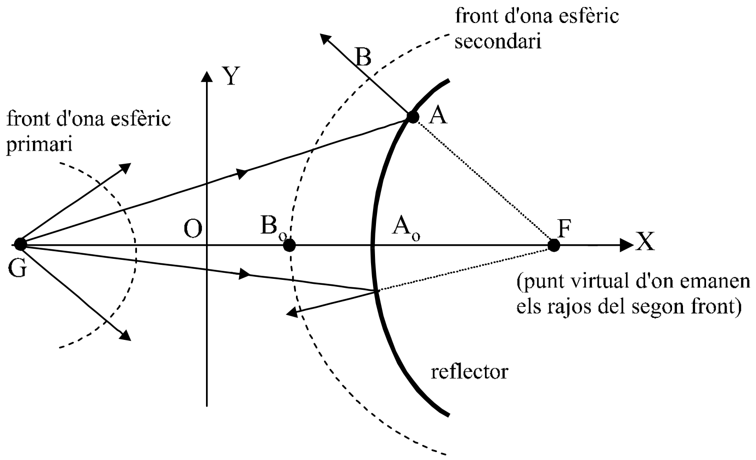


Fig. 237 Esquema de la parte alimentadora del reflector Cassegrain. En G situaremos el alimentador. El segundo reflector es quien crea el segundo de onda esférica que capta el reflector principal.

El concepto del reflector Cassegrain es el siguiente: G será un punto de la superficie del reflector Cassegrain que es justamente donde situaremos el alimentador con el objetivo de minimizar el ruido proveniente del suelo. Este alimentador radiará un frente de onda esférico primario hacia otro reflector. Este segundo reflector creará un frente de onda esférica. Si el centro fase de este frente de onda (punto virtual de donde emanan los rayos), lo situamos en el foco del primero reflector, estaremos teniendo las mismas condiciones que el reflector simétrico rebuscado. Ahora, no obstante, en lugar de tener el foco apartado del reflector, lo tenemos en la superficie. Entonces, el diseño pasa por determinar la geometría del segundo reflector. Este reflector será el responsable de generar un frente de onda esférico que será interceptado por el reflector principal. De la Fig. 237, se puede extraer qué condiciones se tienen que imponer en el reflector porque el frente de onda secundario sea esférico. Imponiendo la condición tenemos que:

$$\overline{GA}+\overline{AB}=\overline{GA_o}+\overline{A_oB_o}=\overline{GO}+\overline{OA_o}+\overline{A_oB_o}$$

si el origen está en la mitad entre G y F, $\overline{GO}=\overline{OF}$

como el frente de onda debe ser esférico, imponemos que F sea el punto del cual emanan todos el rayos:

$$\overline{AB}=\overline{FB}-\overline{FA}=\overline{FB_o}-\overline{FA_o}$$

que si sustituimos en la primera, se obtiene:

$$\overline{GA}-\overline{FA}=2\overline{OA_o}$$

Si asignamos a G,F,A_o y A las siguiente coordenadas cartesianas (x,y,z) G=(-c,0,0), F=(c,0,0), Ao=(a,0,0) y A=(x,y,z), resulta:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2+z^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2+z^2}=2a$$

que operando resulta:

$$x^2-\frac{y^2+z^2}{e^2-1}=a^2$$

Y resulta la ecuación de un hiperboloide donde *e* es la excentricidad $e=\frac{c}{a}$

La Fig. 238 muestra la combinación de los dos reflectores parabólico e hiperbólico. El punto F, punto virtual de donde emanan todos los rayos del segundo frente de onda está situado en el foco del reflector parabólico. Por lo tanto, tenemos las mismas condiciones que se han explicado al estudiar el reflector parabólico, la diferencia es que ahora el alimentador se sitúa en la superficie del reflector parabólico. El inconveniente lo tenemos en el bloqueo que supone tener el reflector hiperbólico.

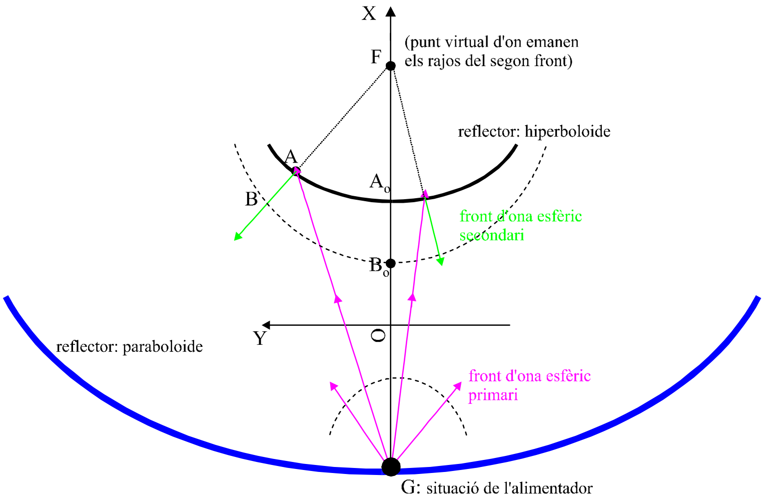


Fig. 238 Reflector Cassegrain: combinación de un reflector parabólico (reflector principal) e hiperbólico (subreflector). El reflector Gregoriano resulta de sustituir el subreflector hiperbólico por uno elíptico.



Fig. 239 Reflector Cassegrain del NASA Deep Space Network - o DSN - es una red internacional de antenas de apoyo a misiones interplanetarias, observaciones radio y radar por exploración del sistema solar y del universo. La red está compuesta por tres centros separados 120º alrededor de la esfera terrestre: Goldstone (California), Madrid y Canberra. Esta disposición estratégica permito una constante observación del espacio.

Reflectarray

El reflectarray es una arquitectura de reflector plana que está formado por un alimentador que ilumina una superficie en la que se han dispuesto dispersores, cuyas medidas son variable con el objetivo de controlar la fase de la onda reflejada. Con esto se consigue colimar el haz para crear un haz directivo con una reflector totalmente plano y por lo tanto con las ventajas constructivas que esto supone [51].

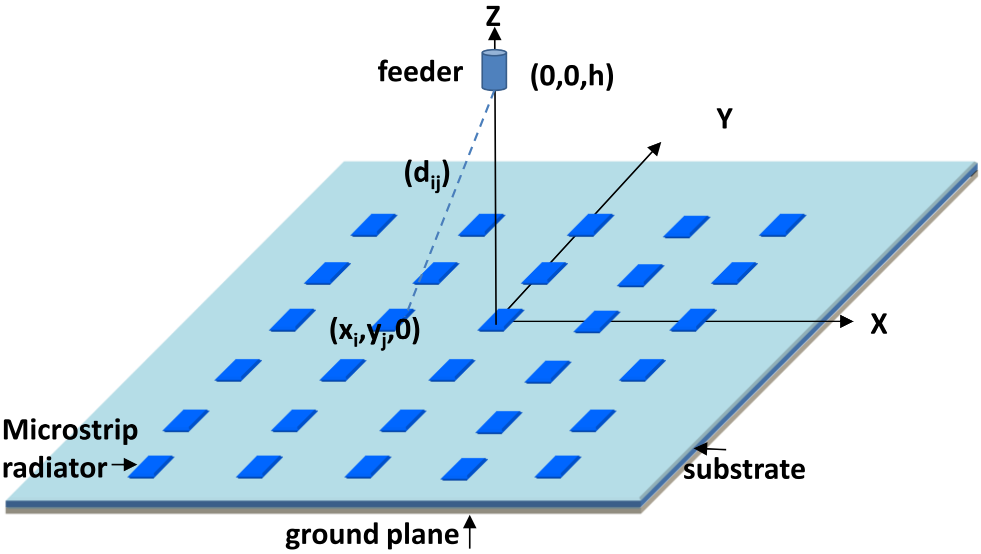


Fig. 240 Esquema de reflectarray formado por un alimentador que ilumina elementos microstrip (conductores separados por un dieléctrica sobre un plan eléctrico conductor).

La fase que llega a cada dispersor microstrip viene dada por:

$$\phi_{ij} = -k \cdot d_{ij} = -k\sqrt{x_i^2 + y_j^2 + h^2} \qquad (239)$$

A fin de que el frente de onda reflejado presente la misma fase, la fase que cada elemento *ij* ha de introducir tiene que ser justamente el negativo de la dada por (239). Con esto se está conseguido que el máximo de radiación apunte en la dirección normal en el plan conductor. En caso de que se desee desapuntar el máximo en una dirección (θ_{max}, φ_{max}), se tiene que introducir una fase extra en cada elemento aparte

de la mencionada anteriormente. Utilizando la ecuación (158), sabiendo que el máximo de un factor de array bidimensional con coeficientes reales y positivos se encuentra en:

$$\psi_x = \psi_y = 0 \qquad (240)$$

Se puede calcular la fase que cada elemento *ij,* con el fin de desapuntar el haz en la dirección (θ_{max}, φ_{max}) como:

$$\varphi(i,j) = -k \cdot \sin\theta_{max} \cdot \cos\varphi_{max} \cdot x_i - k \cdot \sin\theta_{max} \cdot \sin\varphi_{max} \cdot y_i - \phi_{ij} \qquad (241)$$

Por lo tanto, un reflectarray permite tener un haz directivo a partir de un alimentador poco directivo. La ventaja respecto del reflector parabólico es precisamente su perfil geométrico plano que lo hace adecuado para integrarlo en estructuras enmarcadas. El inconveniente comparado con el reflector parabólico es su reducido ancho de banda que viene dado por los dispersos microstrip. Y en cuanto a la comparativa de una agrupación formada por antenas microstrip, el reflectarray presenta la ventaja de no tener una red de distribución que, a pesar de tener la ventaja de tener un perfil plano al poderse integrar en la propia capa que los elementos radiantes, presenta pérdidas, algo que limita la ganancia cuando el número de elementos es muy elevado.

Reflector de Fresnel

Un concepto parecido al reflectarray consiste en lo que se conoce como *Fresnel Zone Antenna*, en honor al ingeniero francés Fresnel (Fig. 241). Al igual que el reflectarray, su ventaja radica en que se trata de un relector plano con lo que es sencillo fabricar pues puede estar impreso en una superficie plana. Como contrapartida encontramos su menor ancho de banda [52, 53].



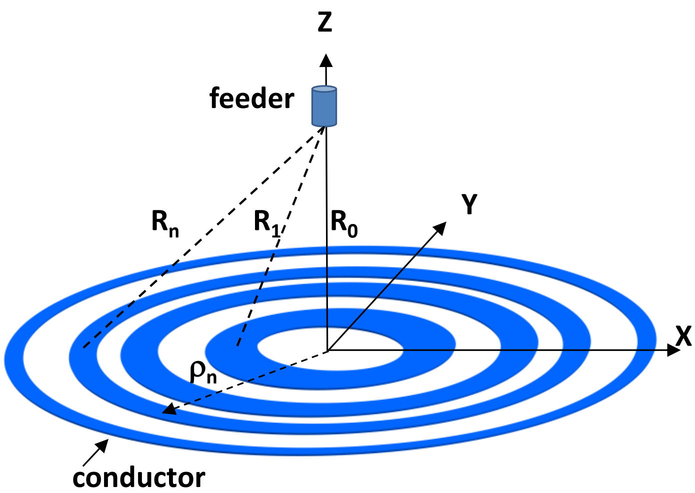


Fig. 241 Augustin-Jean Fresnel (1788-1827), ingeniero francés quien realizó aportaciones en el campo de la óptica. El reflector de Fresnel consiste en anillos conductores iluminados por una fuente poco directiva (*feeder*) de forma que la reflexión producida en cada anillo esté en fase para conseguir de esta forma un haz directivo

Para que la reflexión en cada anillo n contribuya en fase, se debe cumplir que la posición de los anillos satisfaga:

$$R_n = f + n\frac{\lambda}{2} \qquad (242)$$

Donde R_n es la distancia desde la posición del alimentador a la zona n-ésima y *f* es la distancia focal

Y la posición de cada anillo se ubica en:

$$\rho_n = n\frac{\lambda}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{4f}{n\lambda}} \qquad (243)$$

De esta forma se consigue colimar el haz y por tanto obtener un directividad elevada. El inconveniente de esta solución es que tal y como queda reflejado en las ecuaciones (242)-(243) es su dependencia con la frecuencia hecho que limita su ancho de banda en comparación con el reflector parabólico.

RESUMEN

El reflector parabólico permite convertir una radiación poco directiva de un alimentador en una de directiva tanto más cuanto mayor sea el área de la apertura. El foco juega un papel determinado. Para focos inmersos en el reflector, el decaimiento de la potencia en bordes es bastante acusado, algo que hace disminuir la eficiencia de iluminación y como consecuencia, disminuye la directividad. En cambio, la potencia radiada por el alimentador es captada por el reflector (alta eficiencia de desbordamiento). Si el foco está lejos, se invierte el resultado, es decir, el perfil de potencia en el reflector es casi-uniforme aumentando la eficiencia de iluminación pero en cambio disminuye la de desbordamiento. Existe por lo tanto un óptimo que produce que el producto de ambos eficiencia sea máximo.

En aquellas aplicaciones muy sensibles al ruido (aplicaciones de radioastronomía), interesa integrar al alimentador en el carcasa del reflector para evitar captar ruido del suelo. En este caso, la arquitectura Cassegrain permite utilizar a un doble reflector para tal efecto.

Utilizando el mismo principio que el reflector parabólico, es posible tener un reflector totalmente plano llamado reflectarray que presenta las ventajas de ser más fácil de integrar con la contrapartida de menor ancho de banda limitado por los dispersores microstrip.

El reflector de Fresnel, al igual que el reflectarray, presenta una estructura plana hecho que simplifica la fabricación y reduce el peso en comparación a un reflector parabólico pero presenta menos ancho de banda debido a la naturaleza fuertemente dependiente de la frecuencia debido a que las posiciones de los anillos están optimizadas para conseguir la suma en fase a una determinada frecuencia.

Sesión 26: Superficies parcialmente reflectantes. Reflectores diédricos. Lentes

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 hora
- **Dedicación**: 2 horas
- **Entrega de trabajo**: no

OBJETIVOS

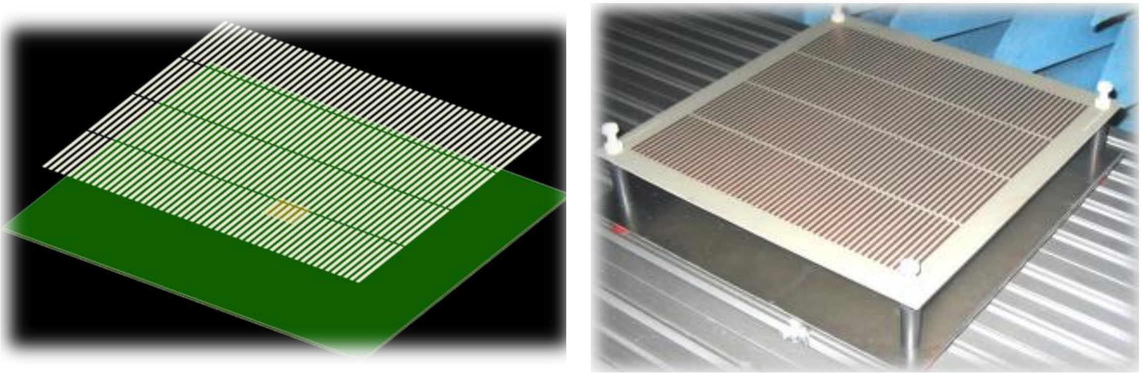
Extender el concepto de colimación del haz estudiando una arquitectura de reflector utilizando superficies parcialmente reflectantes.
Consolidar la teoría de imágenes y agrupaciones para poder calcular diagramas de radiación de antenas con reflector diédrico.
Introducir la antena tipo lente y ver cómo la teoría de rayos se presenta como una herramienta útil para sintetizar la forma de la lente.

CONTENIDOS

Utilización de teoría de rayos para analizar tres arquitecturas de antena basada en colimación del haz

5.10. Superficies parcialmente reflectantes

Siguiendo el principio de los reflectores parabólicos y reflectarrays de colimar el haz creando un frente de onda con fase plana, otro tipo de arquitectura que utiliza este principio es la superficie parcialmente reflectante (PRS: *Partially Reflecting Surface*) que permite obtener altas directividades a partir de un alimentador poco directivo (Fig. 242).



(a) (b)

Fig. 242 a) Esquema de una estructura con una superficie parcialmente reflectante bajo el cual hay una antena *microstrip* (conductor metálico encima de un plan de masa). b) prototipo donde la superficie parcialmente redoblando está construida a través de tiras conductoras imprimidas sobre un sustrato dieléctrico [54]. Gentileza de la empresa de tecnología Fractus.

Para abordar el análisis de una PRS se recurre a un modelo sencillo utilizando teoría de rayos (Fig. 243).

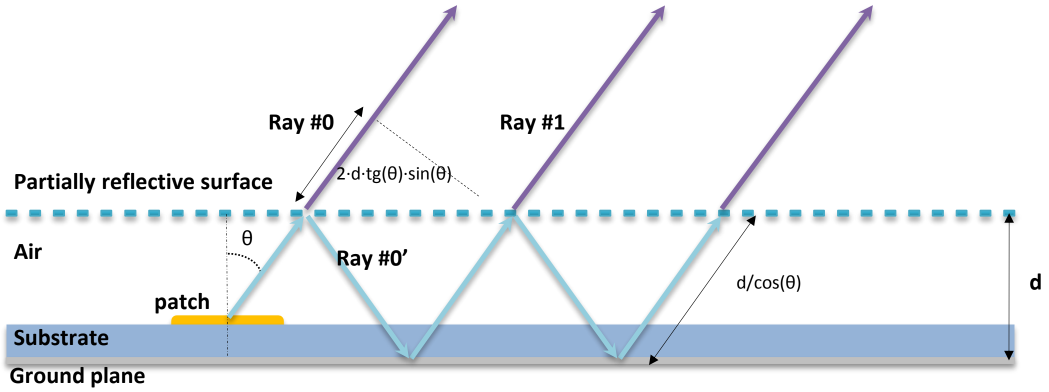


Fig. 243 Esquema donde una fuente poco directiva (antena *microstrip*) sirve para iluminar una superficie parcialmente reflectante que traduce la poca directividad del alimentador en una radiación directiva.

Asumiendo que el coeficiente de la PRS es, $p \cdot e^{j\phi}$, donde |p|<1, la amplitud del rayo 0 que emana hacia el exterior es proporcional a [55]:

$$\sqrt{1-p^2} \tag{244}$$

Por otro lado, el rayo 0' tiene una amplitud proporcional a:

$$p \cdot \sqrt{1-p^2} \tag{245}$$

Y entonces el siguiente rayo (#1) que emana presenta una amplitud proporcional a:

$$p^2 \cdot \sqrt{1-p^2} \tag{246}$$

Ya que el plano de masa presenta un comportamiento ideal con un coeficiente de reflexión unitario. Se ha supuesto que el efecto inapreciable el efecto del substrato sobre el cual reposa la antena microstrip.

Como una de las condiciones es tener un haz directivo en la dirección normal en el plano conductor, es necesario saber el desfase que hay entre los rayos 0 y 1 con el fin de encontrar la condición que estén en fase. De la Fig. 243 se encuentra que la diferencia de fase es por un lado la fase del rayo 0 en el tramo indicado:

$$\text{-k} \cdot 2 \cdot \text{d} \cdot \tan\theta \cdot \sin\theta \tag{247}$$

Por otra parte, el rayo 1 ha experimentado el desfase del rayo 0' en cuando su recorrido d/cosθ (2 veces, el rayo que baja, y el que sube), un desfase de 180º debido a la reflexión en el plano conductor y la fase que añade la PRS quedando entonces:

$$\text{-k} \cdot \frac{2 \cdot \text{d}}{\cos\theta} - \pi - \phi_{PRS}(\theta) \tag{248}$$

Restando la ecuación (247) y (248), obtenemos el desfase entre los rayos 0 y 1 como:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2d\tan\theta\sin\theta-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2\cdot \mathrm{d}}{\cos\theta}-\pi-\phi_{PRS}\left(\theta\right) \qquad (249)$$

Si se realiza para un rayo genérico n respecto el rayo 0, el desfase es:

$$\Theta=\mathrm{n}\cdot\left[-\frac{4\pi}{\lambda}d\cos\theta-\pi-\phi_{PRS}\left(\theta\right)\right] \qquad (250)$$

Por tanto, el campo total se obtiene considerando la aportación de n rayos como:

$$\mathrm{E}=\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} f\left(\theta\right)p^{n}\sqrt{1-p^{2}}e^{j\Theta_{n}} \qquad (251)$$

Teniendo en cuenta que |p|<1, la ecuación (251) e manipula para encontrar el perfil de potencia como:

$$\mathrm{P}\left(\theta\right)=\frac{1\text{-}\,p^{2}}{1+p^{2}\text{ -}2p\cdot\cos\left[\phi_{PRS}\left(\theta\right)\text{-}\,\pi\text{ -}\frac{4\pi d}{\lambda}\right]}\cdot f\left(\theta\right) \qquad (252)$$

Como el objetivo es tener máxima potencia en la dirección θ=0º, la ecuación (252) se convierte en máxima si se cumple que:

$$\phi_{PRS}\left(0\right)-\pi-\frac{4\pi d}{\lambda}=2\mathrm{N}\pi \quad N=0,1,2... \qquad (253)$$

Y que por lo tanto la distancia que maximiza la potencia en la dirección θ=0º se deriva de (253) como:

$$d=\left(\frac{\phi_{PRS}\left(0\right)}{\pi}-1\right)\cdot\frac{\lambda}{4}+\mathrm{N}\cdot\frac{\lambda}{2} \quad N=0,1,2... \qquad (254)$$

Si se satisface (254), la potencia en la dirección normal (252) resultante es:

$$\mathrm{P}\left(0\right)=\frac{1+p^{2}}{1-p^{2}}\cdot f\left(0\right) \qquad (255)$$

Donde se observa que si la PRS se diseña para que el coeficiente de reflexión p sea próximo a la unidad, la potencia en la dirección θ=0º se torna mucho grande hacer que indica que la directividad será elevada. Conseguir que *p* sea próximo a la unidad se puede realizar con una estructura periódica como la representada en la Fig. 205. Es importante subrayar que si la PRS presenta una p próxima a la unidad quiere decir que los primeros rayos tienen poca amplitud y que por lo tanto, hay muchos rayos que viajan en la interfaz de la superficie y el plano de masa. En este caso, si la PRS no tiene una medida lo suficientemente grande, no se conseguirá el efecto deseado.

La PRS de la Fig. 205 tiene como alimentador una antena microstrip de directividad moderada D=7.3dB mientras que el sistema con la PRS presenta una directividad de D=18.3dB, 11 dB de incremento (Fig. 207). La ganancia realizada (tiene en cuenta el efecto de la adaptación) es de 17.6dB que representa una eficiencia de antena η_a=85%.

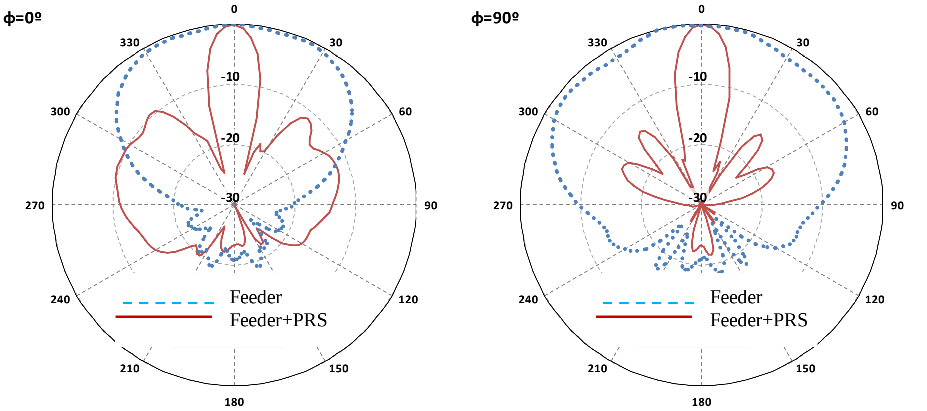


Fig. 244 Diagrama medidos por la antena microstrip (*feeder*) sin la PRS y con el efecto de la PRS de la Fig. 242 [54].

5.11. Reflectores diédricos

Otro principio para aumentar la directividad de una fuente directiva consiste en un reflector diédrico. A pesar de su utilidad como técnica de aumento de directividad, no sigue el mismo principio que el reflector parabólico. En el parabólico, se está forzando, dada su geometría, que el frente de onda en la apertura tenga una amplitud casi uniforme y fase uniforme. Esto implica que si se desea aumentar la directividad, se puede aumentar el área del reflector tal como sucede en antenas altamente directivas de aplicaciones de radioastronomía. En los reflectores diédricos, la directividad está acotada y, por mucho que aumenten las medidas del reflector, no se aumenta la directividad ya que no se consigue un frente de onda en el apertura uniforme ni en la amplitud ni en la fase. A pesar de este inconveniente, el reflector diédrico presenta mucha utilidad en ciertas aplicaciones comerciales como recepción de televisión. El diedro se simplifica por un conjunto de varitas próximas en términos de la longitud de onda y emulan un conductor continuo (Fig. 166). De esta forma se minimiza el peso, la resistencia al viento y coste, a pesar de mantener un comportamiento similar al del conductor continuo.

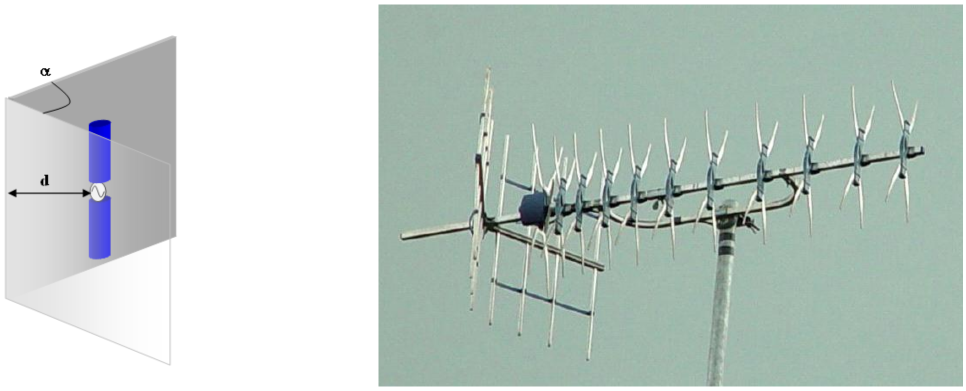


Fig. 245 Izquierda: esquema básico de un reflector diédrico. La fuente se sitúa a una distancia d del vértice. El ángulo del reflector es. Derecha: aplicación de un reflector diédrico simplificado con varitas para aumentar la directividad de una agrupación Yagi-Uda. Notáis que las varitas tienen el mismo sentido que la polarización de la antena y es vertical en este caso.

5.11.1. Diedro de 90º

Sin pérdida de generalidad analizamos el diedro de 90º teniendo en cuenta que la fuente es omnidireccional tal y como se refleja en la Fig. 246. Este problema, a pesar de su simplicidad, resulta fácilmente extrapolable a situaciones más complejas donde la fuente pueda ser una antena con un patrón de radiación diferente al omnidireccional. En efecto, el problema equivalente utilizando teoría de imágenes, resulta de la fuente original y 3 fuentes equivalentes o imágenes, de forma que se cumpla la condición de contorno impuesta por el diedro. El sistema equivalente de la Fig. 246 cumple el efecto, ya que en cualquier punto del diedro, el campo resulta cero. Este conjunto, por lo tanto, es una agrupación bidimensional de antenas donde el diagrama depende del factor de *array*, es decir, de la separación y fase de las fuentes y del diagrama del elemento base que en este caso es omnidireccional. Generalizar, por lo tanto, queda relegado a incluir el diagrama de radiación multiplicado el factor de *array*.

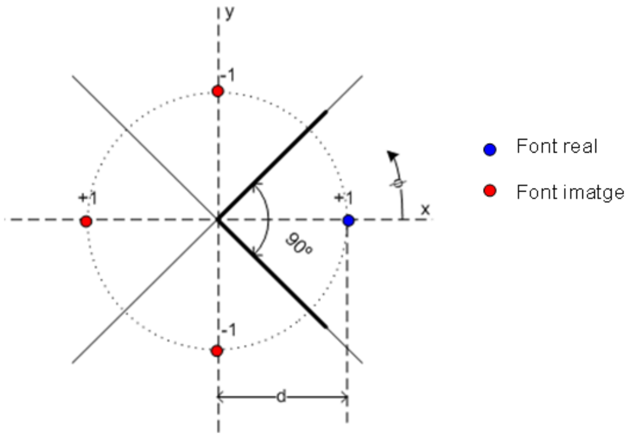


Fig. 246 Fuente isotrópica a una distancia d del vértice de uno diedro de 90º. El problema equivalente utilizando teoría de imágenes resulta el formato por la fuente real y 3 fuentes imágenes. El margen de validez del conjunto equivalente queda restringido al espacio -45º≤φ≤45º.

El diagrama de radiación del conjunto utilizando el modelo equivalente resulta (observad la analogía de este problema con los de los dipolos sobre PEC/PMC, ya que el método matemático utilizado es el mismo):

$$FA(\theta,\phi) = e^{jk_x d} + e^{-jk_x d} - e^{jk_y d} - e^{-jk_y d} = 2(\cos(kd\sin\theta\cos\phi) - \cos(kd\sin\theta\sin\phi))$$
$$E_t(\theta,\phi) = E_o(\theta,\phi)\cdot FA(\theta,\phi)$$

donde E_0 es el diagrama del elemento base y es en este $E_0(\theta=90º,\varphi)=1$. Particularizando en el plano XY (θ=90º), resulta:

$$E_t(\theta = 90^{\circ},\phi) = 2(\cos(kd\cos\phi) - \cos(kd\sin\phi)) \qquad (256)$$

Si representamos el corte en dBs con una margen dinámico de 30 dB en función de la distancia d se observa cómo varía el diagrama consiguiendo una radiación directiva con un haz principal para los casos d=0.5λ y d=1.5λ. Tratad de demostrar con teoría de rayos, y decir cuál es la distancia por la que hay un nulo para φ=0º basándoos en el esquema representado en la Fig. 115.

.

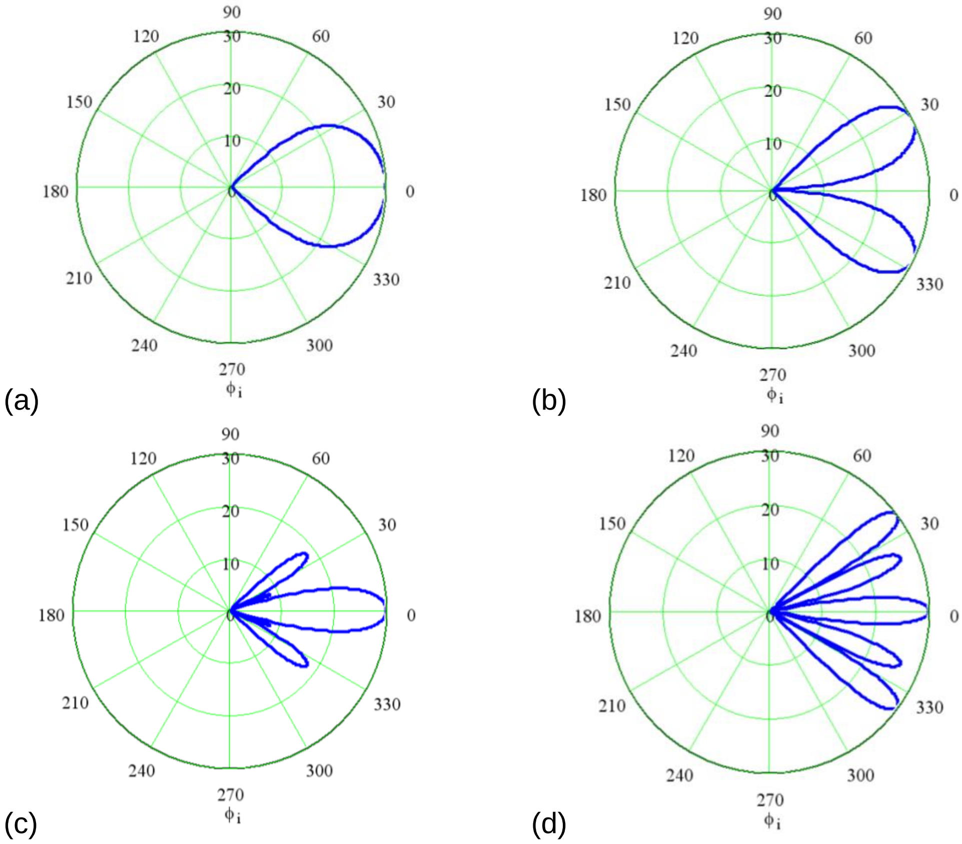
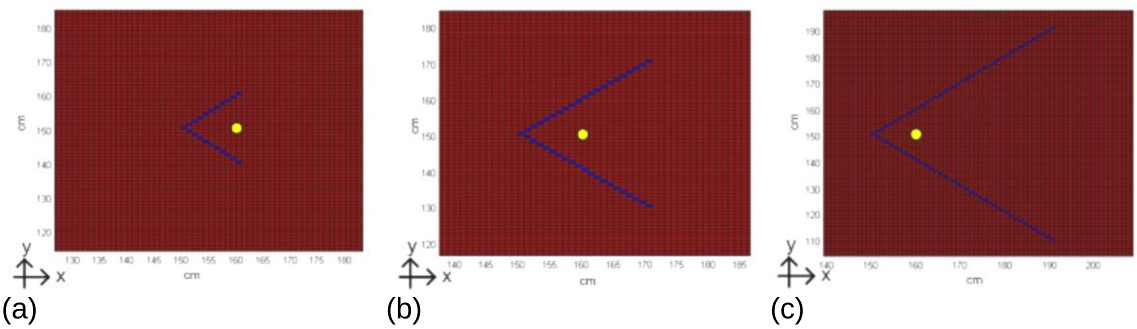


Fig. 247 Corte del diagrama de radiación en el plano XY para diferentes distancias fuente vértice del diedro. a) d=0.5λ; b) d=1λ; c) d=1.5λ; d) d=2.5λ.

Es interesante ver el efecto de las medidas del reflector en el diagrama de radiación. Usualmente se utiliza una longitud el doble que d. No sólo resulta interesante observar el efecto de paredes finitas, sino también observar que el diagrama se mantiene invariante una vez la medida de la pared es suficiente, cosa que contrasta con el reflector parabólico. Con el fin de realizar los cálculos con paredes finitas se utiliza un código FDTD, tal como se ilustra en la Fig. 248. Se observa como para una longitud de pared de diedro de 0.5, el diagrama de radiación es menos directivo que los casos de 1λ y 2λ además de menos radiación en la dirección posterior. Observad como por caso de pared de 1λ y 2λ, el diagrama se mantiene ya casi bien invariable cosa totalmente contraria que el caso del reflector parabólico.



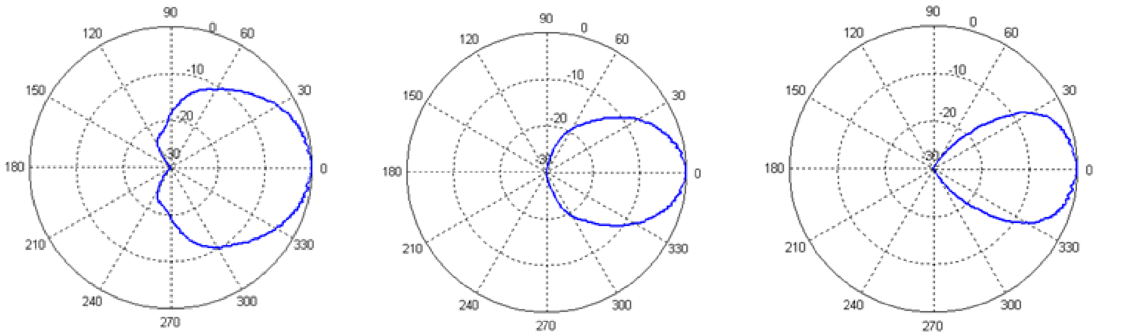
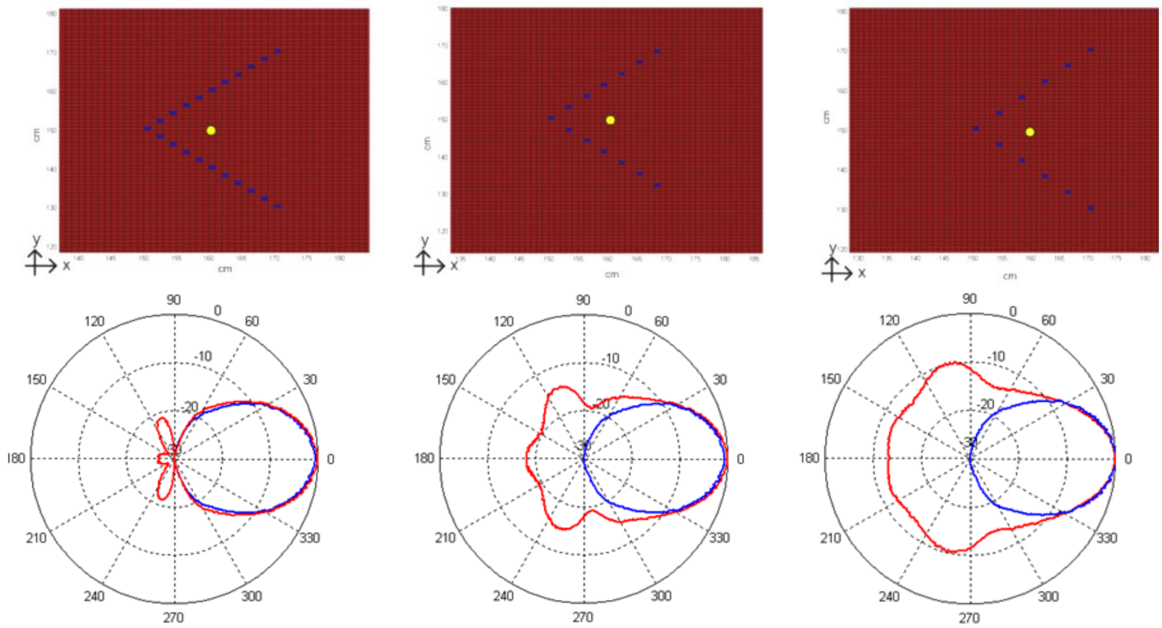


Fig. 248 Efecto de la longitud del diedro para una separación fuente vértice del diedro 0.5λ. a) 0.5λ; b) 1λ; c) 2λ.

El diedro tiene su utilidad práctica en la simplificación con varitas. Se observa el efecto de la densidad de varitas en el diagrama de radiación, donde claramente vemos que a menos densidad, el diagrama es menos directivo, además de una gran radiación posterior. Es interesante observar que para el caso de una separación entre varitas de 0.05λ, el diagrama es muy similar al caso de diedro continuo con respecto a ancho de haz y lóbulo principal.



(a) (b) (c)

Fig. 249 Paredes de dimensión λ y fuente situada a 0.5λ del vértice. a) Separación varitas s=0.05λ; b) 0.1λ; c) 0.15λ. En azul es representa el caso de reflector continuo.

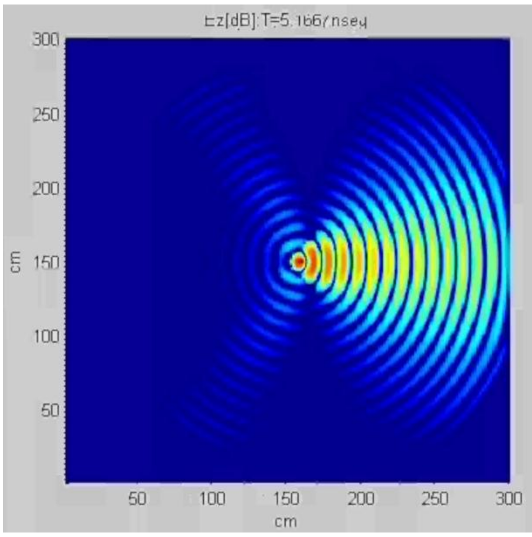


Fig. 250 Simulación FDTD-2D para el caso del reflector diédrico de varitas de dimensión λ y fuente situada a 0.5λ del vértice. Separación entre varitas s=0.1λ (Fig. 249b).

5.11.2. Diedro de 30º y 45º

Para ver el efecto que comporta el cierre del ángulo del reflector, analizamos a continuación dos reflectores, el de 30º y 45º si lo comparamos con el previamente estudiado, el de 90º. Además, enfatizamos una vez más la utilidad del método de las imágenes para analizar antenas en presencia de planos conductores. La Fig. 251 muestra la geometría de los reflectores, así como los modelos equivalentes a partir de la teoría de imágenes.

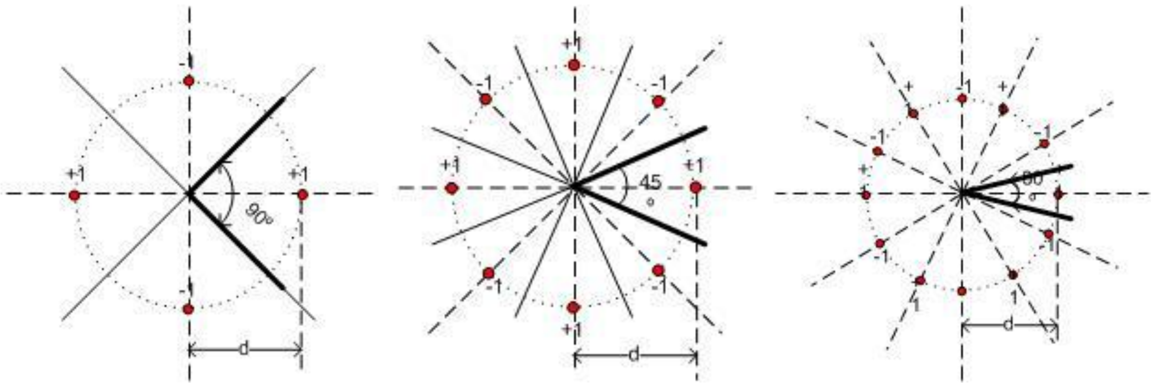


Fig. 251 Reflectores diédricos de 90º, 45º y 30º con la fuente y las equivalentes situadas en el exterior.

Para calcular el factor de *array*, se procede de la misma forma que se ha procedido para analizar el diedro de 90º. Los factores de *arrays* resultan:

$$FA_{45}(\theta,\phi) = e^{jk_x d} - e^{j(k_x d\cos\frac{\pi}{4}+k_y d\sin\frac{\pi}{4})} + e^{jk_y d} - e^{j(-k_x d\cos\frac{\pi}{4}+k_y d\sin\frac{\pi}{4})} +$$
$$+e^{-jk_x d} - e^{j(-k_x d\cos\frac{\pi}{4}-k_y d\sin\frac{\pi}{4})} + e^{-jk_y d} - e^{j(k_x d\cos\frac{\pi}{4}-k_y d\sin\frac{\pi}{4})}$$

Que agrupando términos obtenemos:

$$FA_{45}(\theta,\phi) = 2\cos(k_x d) + 2\cos(k_y d) - 2\cos(k_x d\,\tfrac{\sqrt{2}}{2} + k_y d\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}) - 2\cos(-k_x d\,\tfrac{\sqrt{2}}{2} + k_y d\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}) =$$
$$= 2\cos(kd\sin\theta\cos\phi) + 2\cos(kd\sin\theta\sin\phi) - 4\cos(kd\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\cos\phi)\cdot\cos(kd\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\sin\phi)$$

Si se particulariza para θ=90º, obtenemos finalmente:

$$FA_{45}(\theta=\tfrac{\pi}{2},\phi) = 2\cos(kd\cos\phi) + 2\cos(kd\sin\phi) - 4\cos(kd\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\phi)\cdot\cos(kd\,\tfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\phi)$$

Expresión que sirve para representar el corte en el plano θ=90º y poder comparar el tipo de diagrama con el del diedro de 90º.
Demostrad siguiendo el mismo procedimiento cuál es el factor de array del diedro de 30º.

5.12. Lentes

El principio de funcionamiento es muy similar al del reflector parabólico: a partir de una fuente que suponemos isotrópica (genera ondas esféricas), generar un frente de onda plana. Este frente de onda plana se caracteriza por tener la misma intensidad de campo y la misma fase en cualquier punto del frente. De regreso a la teoría de agrupaciones, el campo radiado por una distribución uniforme en amplitud y fase es más directiva cuanto mayor eléctricamente sea la distribución. Por lo tanto, la lente transforma la radiación de una fuente poco directiva en un frente de onda plana (al igual que el reflector). En el reflector, para conseguir que la amplitud y la fase sea uniforme, se manipulaba la geometría del reflector para que todos los caminos eléctricos que van del foco (donde se sitúa el alimentador) a la de la apertura sean iguales. En el caso de las lentes se manipula no sólo la forma sino el material que forma la lente. En el reflector lo consigue a través de una reflexión hacia atrás (*back-scattering*) con un proceso de reflexión mientras que la lente realiza un proceso de *forward-scattering* a través de refracción [49].

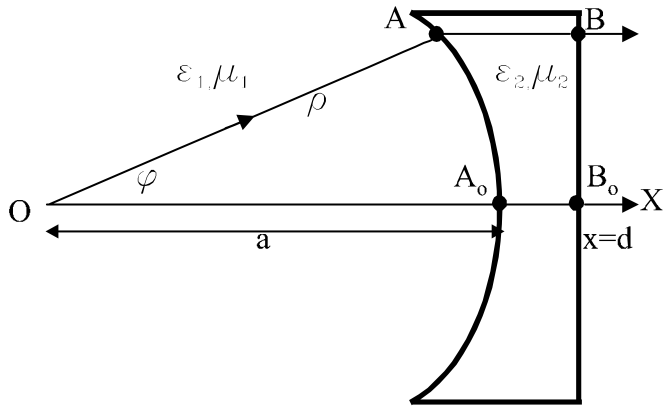


Fig. 252 Geometría de una lente: los rayos que emanan de O tienen características de onda esférica; los rayos que emanan en x=d tienen localmente características de onda plana.

Si imponemos que el frente de onda en x=d sea uniforme se obtiene que:

$$k_1\rho + k_2(d - \rho\cos\varphi) = k_1 a + k_2(d - a)$$

donde $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ y $k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$ son los números de onda en cada medio. La ecuación se simplifica en:

$$\rho = \frac{a(n-1)}{n\cos\varphi - 1}$$

donde $n = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$

y es la ecuación de una sección cónica con elipticidad *n* con foco en el origen.

Llegado este punto, se puede subrayar que tanto los conductores como los dieléctricos imponen unas condiciones de contorno en la fuente originaria de la radiación. Ni los conductores ni los dieléctricos radian, tan sólo imponen las condiciones para que la radiación esté confinada de la forma deseada.

Para calcular el perfil de campo teniendo en cuenta que en O hay un radiador isotrópico tenemos que.

$$\frac{E(\varphi)}{E(0^o)} = \frac{n\cos\varphi - 1}{n-1}$$

De la Fig. 253 se observa que para índices de refracción bajos (deseables si queremos tener poca reflexión $\frac{n-1}{n+1}$), el campo no presentará una iluminación uniforme, motivo por el que tiene pocos lóbulos secundarios.

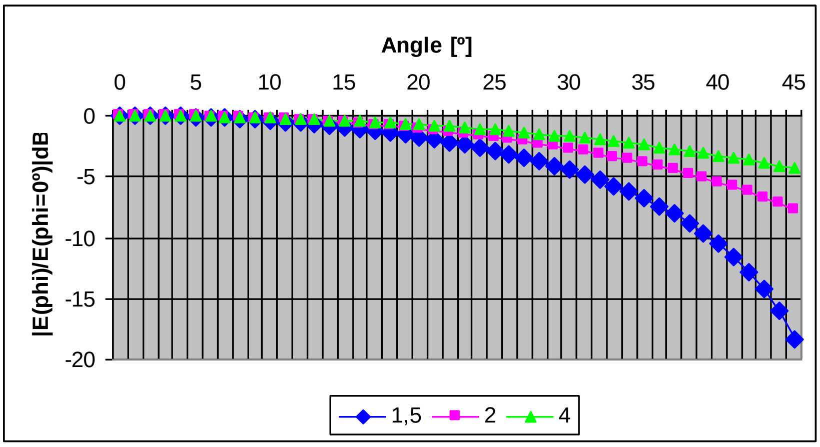


Fig. 253 Perfil del campo en función del índice de refracción *n* una vez la lente ha conformado el frente de onda esférico para hacerlo plano.

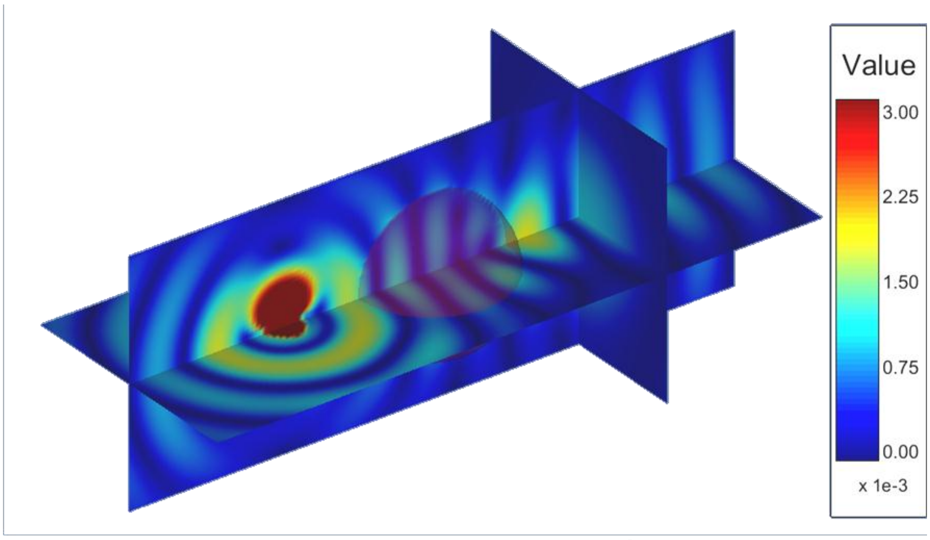


Fig. 254 Dipolo radiante en presencia de una lente esférica que conforma la radiación proveniente del dipolo. Gentileza del profesor Salvador González de la Universidad de Granada.

Nota de interés: existe el concepto de lente gravitacional en que un haz de luz de un punto muy lejano se ve curvado por la presencia de un objeto grande demasiado el cual por efecto gravitatorio curva los rayos de luz (de aquí el nombre de lente gravitatoria). Eso permite detectar puntos muy débiles, útil para la exploración de la galaxia [31].

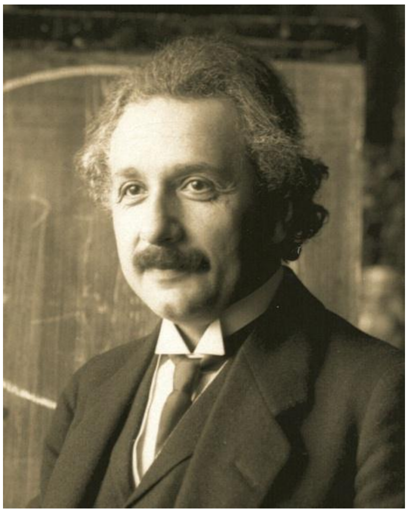


Fig. 255 Albert Einstein, físico alemán (1879-1955). Entre muchos aspectos trascendentes de la teoría de la relatividad, tenemos las aportaciones a la lente gravitacional. Los rayos de luz se curvan en presencia de un objeto grande demasiado y focaliza de esta forma el frente de onda. Esto permite detectar puntos de luz muy lejanos.

5.12.1. Dieléctricos artificiales

Con el objetivo de reducir el peso de las lentes, se puede circunvalar el problema a partir de estructures metalo-dieléctricas. Para conseguir un determinado índice de refracción se utiliza un conjunto de elementos metálicos como pequeñas tiras conductoras (tamaño<<λ). De forma que en lugar de utilizar un dieléctrico, el conjunto se puede fabricar a partir de pequeñas partículas metálicas inmersas en un dieléctrico de poco peso que da la consistencia al conjunto [20, 35].

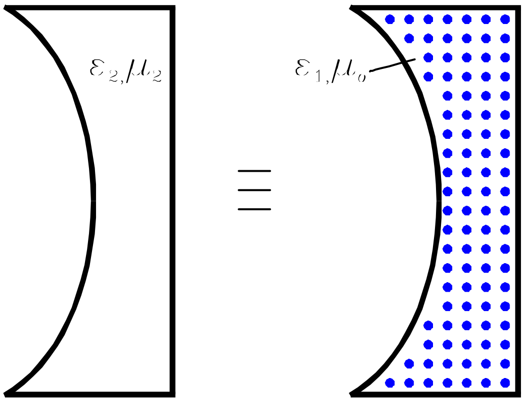


Fig. 256 Para reducir el peso de una lente dieléctrica, se sustituye el material ε_2,μ_2 por uno menos denso ε_1,μ_o (ε_1 dieléctrico para dar consistencia, μ_o la del aire) y se añade una nube de partículas metálicas (esferas, discos, tiras).

Calcularemos cuál es la permisividad equivalente de un conjunto de esferas metálicas. El análisis presupone que las esferas de radio a y los espaciados entre esferas son más pequeñas que la longitud de onda para evitar resonancias propias del elemento básico y difracciones respectivamente.

Cada obstáculo metálico (esfera, disco, tira) simula una molécula en el sentido que presenta un momento dipolar. El efecto combinado de las N moléculas produce un efecto neto en vector de polarización P. Si se define E como el campo incidente tenemos que:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}$$

y por tanto

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \frac{\vec{P}}{\vec{E}}$$

Si asumimos que E es el campo incidente en una esfera, se puede encontrar mediante teoría de campos que el momento dipolar de una esfera que radia *a*, es [57]:

$$\vec{p} = 4\pi\varepsilon_o a^3\vec{E}$$

Teniendo en cuenta las N partículas por unidad de volumen (en sistema MKS, partículas por m^3),

$$\vec{P} = N\vec{p}$$

que si substituimos, resulta la permisividad equivalente de una nube de esferas de radio *a*

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_o + 4\pi\varepsilon_o N a^3 \\ \varepsilon_r &= 1 + 4\pi N a^3 \end{aligned} \qquad (257)$$

Como el efecto entre partículas no se tiene en cuenta en el modelo, la expresión resulta aproximada a medida que N aumenta, es decir, para valores de permisividad altos.

RESUMEN

La teoría de imágenes conjuntamente con la de agrupaciones resulta muy útil para el cálculo de antenas con reflector diédrico. La teoría se puede generalizar para antenas más complejas donde en lugar de tener un alimentador sencillo como un dipolo, se puede sustituir por una agrupación de elementos parásitos como las típicas configuraciones de antena de recepción de televisión.

Se ha analizado una configuración de antena formada no a partir de superficies conductoras sino con dieléctricas. El principio de funcionamiento es muy similar al de un reflector: transformar una onda esférica que proviene del alimentador que está situado en el foco a una onda plana (misma fase y una amplitud casi uniforme).

Sesión 27: Antenas de banda ancha y multifrecuencia

FICHA DE LA SESIÓN

- **Duración**: 2 horas
- **Dedicación**: 2 horas

OBJETIVOS

Entender por qué las antenas tienen un ancho de banda limitado y analizar diferentes técnicas que permiten abordar el diseño de antenas de banda ancha y multifrecuencia

CONTENIDOS

Se presentan diversas técnicas para conseguir antenas de banda ancha y multifrecuencia. Se analiza el concepto de banda ancha en el dominio del tiempo para diferenciarlo del frecuencial con el objetivo de saber qué parámetro se necesita para caracterizar una antena para que una señal con alto contenido espectral distorsione poco.

6. Antenas de banda ancha y multifrecuencia

6.1. Introducción

Hay diversas maneras de definir el ancho de banda de una antena. Entre las más comunes tenemos: el margen frecuencial en que el diagrama se mantiene similar o que la ROE (Relación de Onda Estacionaria) está por debajo de un cierto valor. En el primer caso estamos refiriéndonos a ancho de banda de diagrama y en el segundo a ancho de banda de impedancia. La segunda definición suele ser la más utilizada.

El ancho de banda se puede definir en tanto por ciento referido a una frecuencia central como:

$$BW(\%) = \frac{f_2 - f_1}{f_o} \times 100 \qquad (258)$$

donde f_2 y f_1 son las frecuencias donde la ROE vale un determinado valor, generalmente ROE<2, y f_o es la frecuencia central de la banda. Esta definición es en general la más utilizada por antenas de ancho de banda moderado como las que se han estudiado (<30% aproximadamente).
También se puede definir el ancho de banda como un cociente:

$$BW = \frac{f_2}{f_1} \qquad (259)$$

Esta segunda definición es la más habitual para antenas de mucho ancho de banda (hablamos de anchos de banda de 2 en 1 por ejemplo)

De manera genérica clasificamos las antenas de lado ancha en aquéllas en las que su diagrama e impedancia no varía significativamente a lo largo de una octava (f_2/f_1=2) o más. Las antenas de naturaleza resonante como los dipolos no son de banda ancha. Su ancho de banda puede ir desde un 1% a un 30% aproximadamente. Ejemplos de antenas de banda ancha son: las antenas de onda viajera (*traveling wave antennas*), las hélices, las bicónicas, las espirales y las logoperiódicas entre otras.

La pregunta que ahora se formula es: ¿qué hace que un dipolo no sea de banda ancha? La respuesta es: la existencia de una onda estacionaria de corriente. ¿Qué es lo que causa esta onda estacionaria? La reflexión en los extremos de la antena. Recordando el estudio del dipolo tenemos que la distribución de corriente a lo largo de un dipolo de longitud total L alineado con el eje z es:

$$I(z') = I_m \sin\left(k\left(\tfrac{L}{2} - z'\right)\right) \tag{260}$$

que se puede expresar como:

$$I(z') = \tfrac{I_m}{2j} e^{jk\frac{L}{2}} \left[e^{-jkz'} - e^{-jkL} e^{jkz'} \right] \tag{261}$$

donde el primer término de dentro del paréntesis corresponde a una onda progresiva y el segundo a una onda regresiva.

Si V es la tensión aplicada, la impedancia de entrada Z_{in} de la antena se puede expresar como:

$$Z_{in} = \frac{V}{I_m \sin\left(\frac{kL}{2}\right)} \tag{262}$$

que es una función fuertemente dependiente de la frecuencia.

De este sencillo análisis se concluye que si se eliminara la onda regresiva la Z_{in} no dependería de la frecuencia. ¿Cómo se puede anular esta onda regresiva? Una posibilidad es utilizar una antena de hilo cargada con una impedancia; es lo que se conoce como *Traveling Wave Antenna* (Fig. 257).

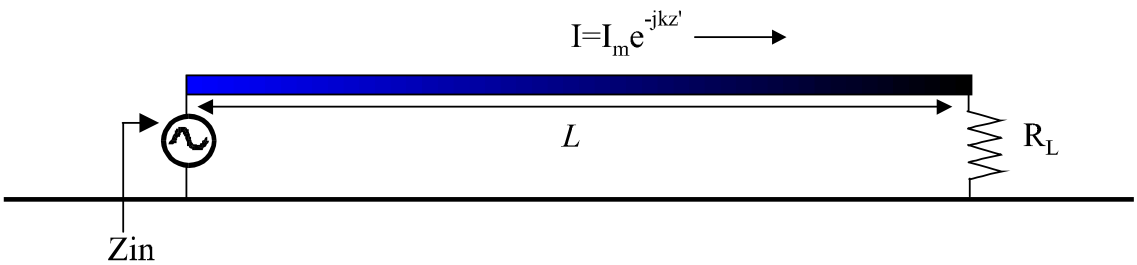


Fig. 257 Esquema de una *Traveling Wave Antenna* (TWA). Si la antena está situada sobre el suelo real, este tipo de antena se llama antena de *Beverage.*

La impedancia de entrada de la antena de la Fig. 257 es predominantemente real. El valor de R_L tiene que coincidir con la impedancia característica de la línea de transmisión formada por el hilo y el suelo. Ésta depende de la distancia al suelo. Si el R_L es igual a la impedancia característica de la línea no hay onda reflejada, de aquí el

nombre TWA. Estrictamente hablando, esta antena no es de banda ancha ya que si bien su impedancia lo es, el diagrama de radiación varía en función de la frecuencia de trabajo.
En aplicaciones de mucho ancho de banda como en *Ground Penetrating Radars,* un parámetro relevante es obtener un gran ancho de banda. Según la ecuación (261), si se consigue eliminar la onda reflejada, el ancho de banda se convierte en gran. Siguiendo el esquema de la Fig. 257, al añadir pérdidas al extremo de la antena, se consigue mitigar la onda reflejada y por tanto obtener un gran ancho de banda sacrificando eficiencia de radiación (Fig. 258).

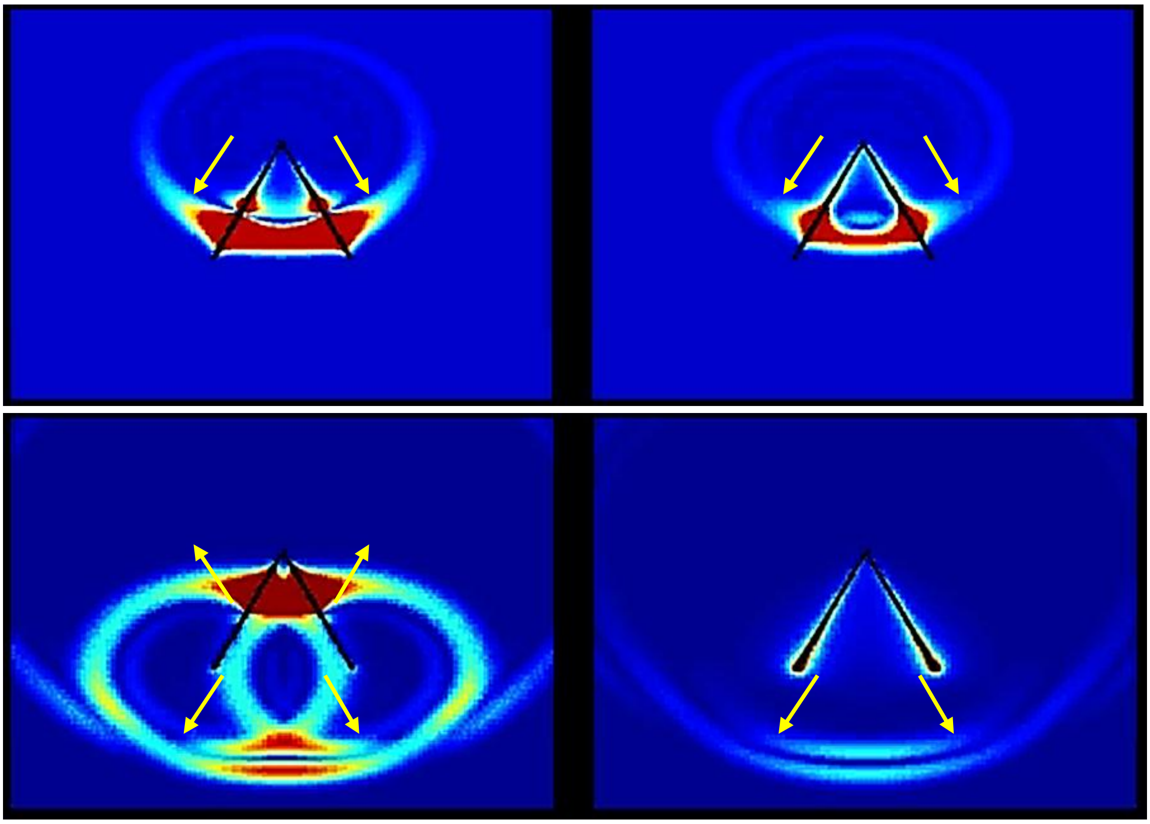


Fig. 258 Esquerra: dipolo en V donde se observa la naturaleza resonante de la antena con la onda progresiva (vista superior) y la onda regresiva (vista inferior). Derecha: dipolo en V cargado resistivamente donde se observa la onda progresiva (vista superior) y la onda regresiva anulada (vista inferior). Gentileza del profesor Salvador González de la Universidad de Granada.

Dentro de la clasificación de antenas de banda ancha se puede refinar y proponer una nueva: antenas de banda ancha donde f_2/f_1>2:1 y antenas independientes de la frecuencia donde f_2/f_1>10:1. Para el primer caso tenemos la hélice y la TWA. Para el segundo hay la espiral equiangular plana y la logoperiódica.

6.2. Principio de Rumsey: antena autoescalable

Se han estudiado las antenas siempre en función de la longitud de onda y no de dimensiones físicas. Es decir, si tenemos un dipolo que a una frecuencia hace $\lambda/2$, su comportamiento a otra frecuencia será lo mismo si la antena se *reescala* para que haga $\lambda/2$. Es justamente a partir de esta consideración con la que Rumsey hacia los

años 60, estableció el siguiente principio: "una antena tendrá una impedancia y propiedades de diagrama independientes de la frecuencia si la forma de la antena está únicamente definida a partir de ángulos" [2]. En efecto, sea una forma de antena

$$r = F(\theta,\varphi) \tag{263}$$

donde θ, φ son las coordenadas esféricas. Si la antena *r* se reescala en un factor K de la forma:

$$r' = K \cdot F(\theta,\varphi) \tag{264}$$

La antena *r'* será K veces mayor que r y resonará a una frecuencia K veces más pequeña. La forma de radiar y la impedancia de entrada serán iguales. Rumsey impone que las dos r y *r'* sean iguales. Entonces, esto se puede conseguir con una rotación, por ejemplo:

$$K \cdot F(\theta,\varphi) = F(\theta,\varphi + C) \tag{265}$$

donde *C* es un ángulo de rotación. Por lo tanto, la antena *r* con forma *F*(θ, φ) que cumpla la anterior ecuación presentará un comportamiento igual en f que en *f/K*. Decimos que en este caso la antena es autoescalable.

6.2.1. Espiral equiangular plana

Un caso de antena que cumple la propiedad de autoescalabilidad: la espiral equiangular plana.

La geometría viene definida en coordenadas polares por:

$$r = Ae^{a\varphi} \tag{266}$$

donde *a* es una constante que controla el ángulo de apertura.

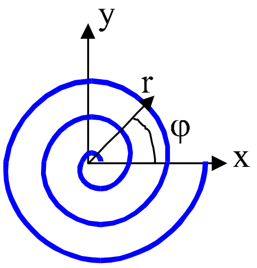


Fig. 259 Esquema de la espiral equiangular plana

Se puede comprobar fácilmente que esta antena cumple el principio de autoescalabilidad ya que:

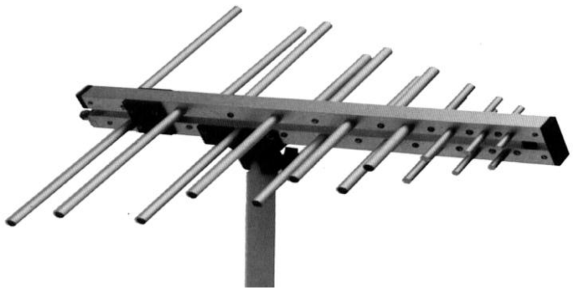
$$K \cdot r = K \cdot Ae^{a\varphi} = Ae^{a\left(\varphi + \frac{1}{a}\ln K\right)} = r(\varphi + C) \tag{267}$$

con lo cual con la misma antena puede tener el mismo comportamiento a una frecuencia f que a una frecuencia *f/K*. Como es autoescalable para cualquier factor de escala *K*, la antena es independiente de la frecuencia.

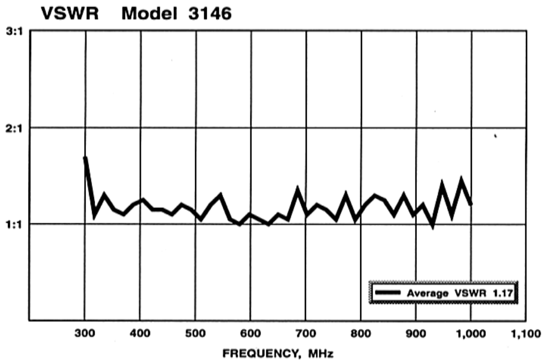
Podéis encontrar en [2] un ejemplo de aplicación y también aspectos de alimentación.

6.2.2. Antena logoperiódica

La antena logoperiódica es un caso particular de antena autoescalable donde la antena no lo es para cualquier factor de escala K sino para un determinado conjunto de valores (Fig. 260). Estrictamente la antena no es independiente de la frecuencia sino más bien multifrecuencia. De todos modos si las bandas son próximas la antena es de banda ancha. El ejemplo más común es la agrupación logoperiódica de dipolos [2].



(a)



(b)

Fig. 260 a) Antena logo periódica utilizando dipolos, b) respuesta en ROE donde se demuestra el gran ancho de banda. Antena generalmente utilizada para sistemas de medida en EMC

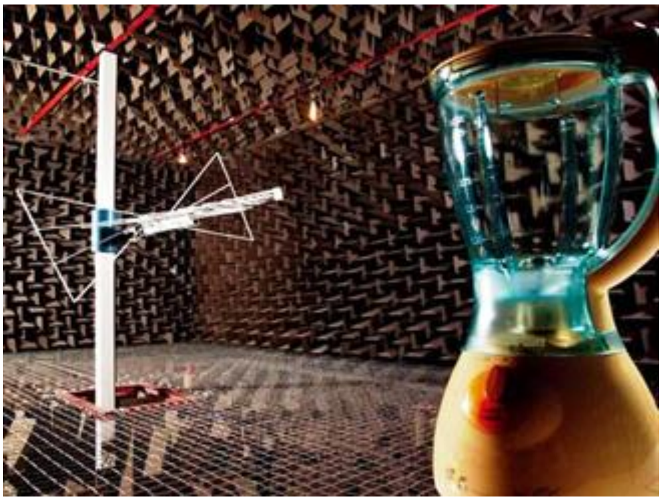


Fig. 261 Cámara semi-anecoica de la Universitat Ramon Llull – Barcelona para realizar medidas EMC donde las antenas de banda ancha permiten medir las emisiones producidas por dispositivos electrónicos en un gran margen de frecuencias.
Suelo con reja metálica emulando un plano conductor y paredes con absorbentes emulando el espacio libre; cámara forrada con metal para evitar que la radiación exterior penetre en la cámara

6.3. Antenas Fractales

La utilización de la geometría fractal en el diseño de antenas permite el diseño de antenas multifrecuencia [8, 9, 10] utilizando una propiedad que presentan algunos fractales: la auto-semblanza. Esta propiedad indica que el objeto está formado por réplicas de sí mismo a escalas más reducidas (Fig. 262).



Fig. 262 Izquierda) árbol sintético donde cada rama es una réplica del árbol total, derecha) cuadro de Salvador Dalí, El rostro de la Guerra (1940) en el que la auto semblanza manifiesta una sucesión infinita de caras horrorizadas.

Es justamente esta propiedad fractal la que permite diseñar antenas fractales que presenten diagramas iguales o muy parecidos en diferentes frecuencias de operación. Recordamos que una antena lineal aunque pueda presentar una buena adaptación en diferentes regiones de frecuencias, el diagrama es variable (Fig. 93). Por lo tanto, una posibilidad para diseñar antenas multi-frecuencia es ir añadiendo tantas antenas como bandas de operación. Por ejemplo, para un sistema operando a 1GHz, 2GHz y 4GHz se podrían diseñar tres dipolos de media longitud de onda. El inconveniente de esta alternativa es que se necesitan tantas antenas como regiones de frecuencia, tantos puntos de excitación como antenas, y finalmente la interacción entre antenas que puede deteriorar el comportamiento del dipolo aislado. Si ahora en cambio se aborda el problema con una antena autosimilar como la inspirada en el triángulo de Sierpinski (matemático polaco) se pueden obtener que diversas regiones de la estructura operen a una banda de frecuencias (Fig. 225). En el caso de la Fig. 225 se muestra una antena monopolo inspirada en el fractal de Sierpinski.

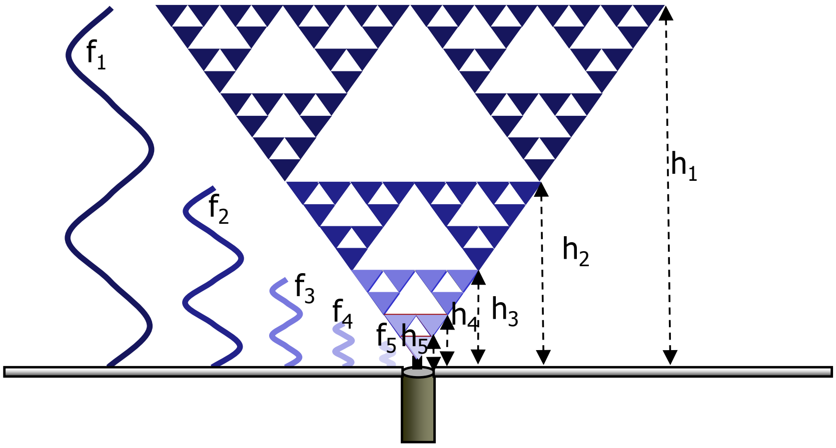


Fig. 263 Antena monopolo inspirada en el fractal de Sierpinski [8, 58].

Debidamente diseñada se puede conseguir que para una banda de frecuencias centrada en f_1, sea toda la estructura la responsable de la radiación. Por lo tanto, si la altura de este monopolo se diseña para que tenga una longitud de $\lambda/4$, se obtiene el diagrama con un nulo en la dirección cenital y con máximo de radiación en el horizonte

(en caso de conductores de conductividad finita y tamaño finito, el máximo se eleva por encima del horizonte (Fig. 127)). Si para una segunda banda de frecuencias con frecuencia central en f_2 ($f_2=2\cdot f_1$) se consigue que prácticamente contribuya a la radiación el triángulo de altura h_2 ($h_2=h_1/2$), se estará teniendo otra vez un diagrama de radiación tipo monopolo de $\lambda/4$. Y si se repite para las siguientes iteraciones, se llega a la misma conclusión. De esta forma, se pueden conseguir unos diagramas bastante parecidos en diversas regiones de frecuencia además con una buena adaptación para cada una de las regiones (Fig. 264, Fig. 265).

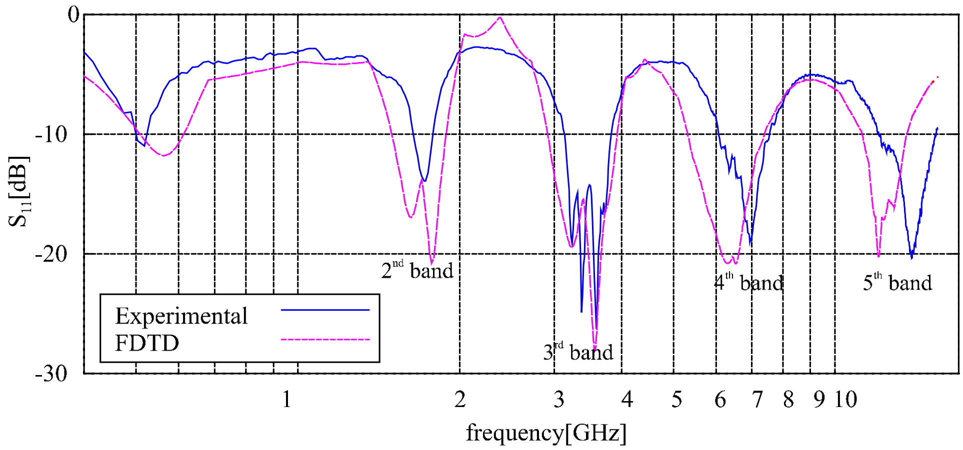


Fig. 264 Simulación y medida del coeficiente de reflexión del monopolo de Sierpinski.

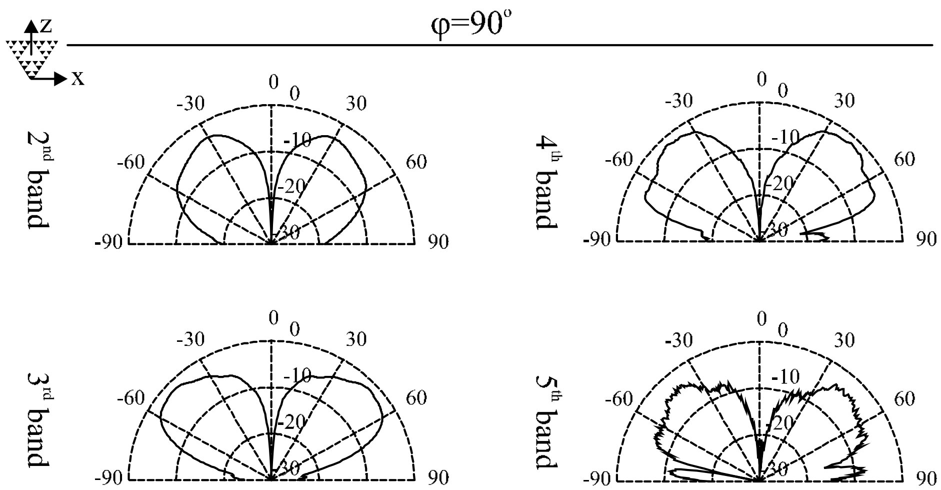


Fig. 265 Medida de los cortes del diagrama de radiación para el monopolo de Sierpinski en las cuatro bandas superiores.

6.4. Antenas con cargas

Siguiendo con la base de que la región que se responsabiliza de la radiación se va escalando como el caso de los fractales, se puede utilizar un mecanismo consistente en añadir cargas tanto distribuidas como discretas (bobinas y condensadores) con la misma finalidad (Fig. 228). Imaginamos una antena de hilo de forma que se cargue con unos filtros LC de manera que a la frecuencia f_1 presente una impedancia muy baja (idealmente cero). En este caso, si la medida total del hilo (h_1) es $\lambda/2$, el diagrama de radiación en f_1 será el de un dipolo $\lambda/2$ (Fig. 93). Si en f_2, el filtro presenta una impedancia muy elevada, la corriente no podrá llegar a los extremos y quedará

confinada en la región h_2. Si h_2 se diseña de forma que tenga $\lambda/2$ a f_2, es volverá a tener un diagrama dipolo $\lambda/2$ a f_2. Se obtiene por tanto una antena que presenta dos diagramas iguales a f_1 y a f_2. Naturalmente es necesario que la antena presente también buena adaptación en las dos bandas para poder ser un radiador efectivo. Es importante destacar que este mecanismo se puede expandir para operar en más bandas.

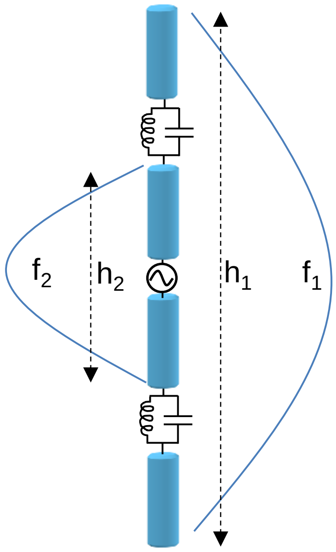


Fig. 266 Antena de hilo cargada con resonadores a base de componentes discretos bobina y condensador.

6.5. Redes *broadbanding*

En algunos casos se puede optar por aumentar el ancho de banda de impedancia de una antena mediante una red tanto con elementos discretos (bobina y/o condensador) como distribuidos (líneas de transmisión). Hay técnicas que permiten aumentar en un factor aproximadamente 2.5 (per ROE=3) el ancho de banda de impedancia lo cual supone un factor importante. En [59, 60] se puede encontrar el método para antenas que presenten una impedancia en la resonancia tipo serie (como un dipolo en su primera resonancia) o paralelo (como una antena microstrip en su primera resonancia).

6.6. Aumento del área/volumen

En las situaciones en que el espacio no sea una limitación, aumentar la superficie o el volumen de una antena permite aumentar su ancho de banda de impedancia. En el capítulo de antenas lineales, al hablar de sistemas de alimentación, se ha visto como el ancho de banda del dipolo más grueso es superior al del delgado. Un ejemplo de antena con ancho de banda elevado es la antena bicónica que de forma simplificada podemos decir que es un dipolo ancho con un perfil definido per un con (Fig. 267).

Se ha enfatizar al igual que en el caso anterior de redes *broadbanding* que estas técnicas permiten aumentar el ancho de banda de impedancia. En la situación en que en ese ancho de banda, el diagrama no sea lo suficientemente similar que se desease, se tiene que recurrir a técnicas utilizando la propiedad de autoescalabilidad analizada en las secciones 6.2-6.4.

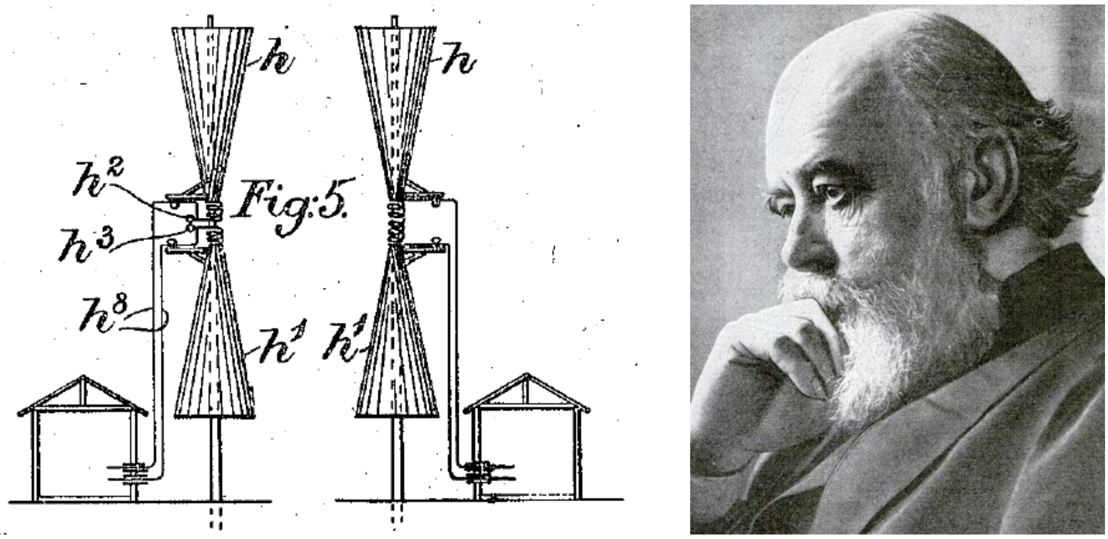


Fig. 267 Sistema de transmisión/recepción de antenas bicónicas inventadas por Sir Oliver Lodge, físico inglés (1851-1940) tal y como aparece en la patente americana 609,154 concedida el 16 de Agosto del año 1898 [61].

6.7. Auto-complementariedad

Una posibilidad de diseñar antenas con impedancia constante en función de la frecuencia utiliza antenas con geometría auto-complementaria la cual consiste en que la antena y su complementaria (substituir metal por aire y viceversa) son iguales [62] (Fig. 268).
Se demuestra que la impedancia de una antena Z_1 y la de su complementaria Z_2 están ligadas per la relación de Booker [63] para un par dipolo-ranura y relación generalizada por Mushiake [62]:

$$Z_1 \cdot Z_2 = \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 \qquad (268)$$

Donde η es la impedancia del medio.

Para el caso de una antena auto-complementaria:

$$Z_1 = Z_2 = Z = \frac{\eta}{2} \qquad (269)$$

Que para una antena inmersa en espacio libre se obtiene:

$$Z = 60\pi \qquad (270)$$

La cual idealmente es independiente de la frecuencia.

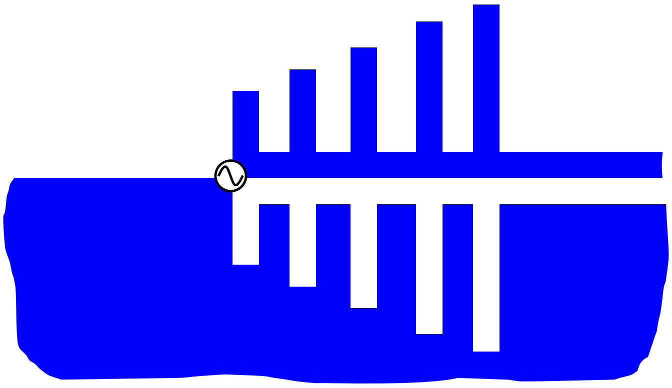


Fig. 268 Antena auto-complementaria plana [62]. La extensión del plano conductor es idealmente infinita.

En la práctica, los efectos de truncamiento limitan el ancho de banda de la estructura. Obsérvese que en este caso el comportamiento de banda ancha está limitado a la impedancia y no a los diagramas los cuales podrán ser diferentes en función de la frecuencia dependiendo del tipo de geometría auto-complementaria.

6.8. Consideraciones en el dominio temporal

Hasta ahora al hablar de antenas de banda ancha, nos hemos centrado exclusivamente en antenas en las que la respuesta en el dominio frecuencial mantenga constante alguno de sus parámetros, generalmente impedancia y diagrama de radiación. No obstante, imaginemos que la señal de entrada sea de banda ancha tal y como es el caso de las señales utilizadas en algunos sistemas como el UWB (Además de Wide Band). Suponemos por ejemplo que la señal de entrada x(t) en la antena es un pulso cuadrado formado por los cuatro primeros armónicos:

$$x(t)=\sin(2\pi f_1\cdot t)+\frac{1}{3}\sin(3\cdot 2\pi f_1\cdot t)+\frac{1}{5}\sin(5\cdot 2\pi f_1\cdot t)+\frac{1}{7}\sin(7\cdot 2\pi f_1\cdot t) \quad (271)$$

Suponemos además que la antena es una antena logoperiódica similar a la antena de la Fig. 260 formada por cuatro dipolos de longitudes L_1, L_2, L_3 y L_4 de forma que $L_2=L_1/3$, $L3=L_1/5$ y $L4=L_1/7$. Además suponemos que L_1 sea media longitud de onda a la frecuencia f_1. Con esta consideración y dada la distribución de longitudes, los dipolos con medidas L_2, L_3 y L_4 son de media longitud de onda a $3\cdot f_1$, $5\cdot f_1$ y $7\cdot f_1$, respectivamente. Podemos decir de forma aproximada que cada dipolo de media longitud de onda es el responsable de radiar de forma eficiente la región de frecuencias en las que se cumple que el dipolo es media longitud de onda. Puesto que cada dipolo está en el espacio en una posición diferente, las frecuencias están sometidas a un pequeño desfase temporal (Fig. 269).

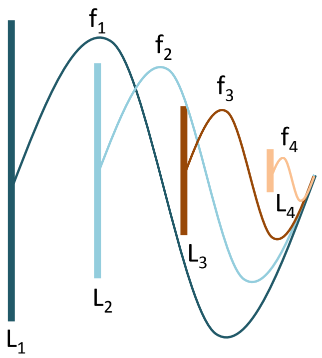


Fig. 269 Consideramos que cada dipolo radia de forma efectiva aquella región de frecuencias en las que la medida de la antena es media longitud de onda.

De esta forma la señal radiada se puede expresar como:

$$y(t)=\sin(2\pi f_1\cdot t)+\frac{1}{3}\sin(3\cdot 2\pi f_1\cdot t-\Delta t_1)+ \\ +\frac{1}{5}\sin(5\cdot 2\pi f_1\cdot t-\Delta t_2)+\frac{1}{7}\sin(7\cdot 2\pi f_1\cdot t-\Delta t_3) \qquad (272)$$

Donde Δt_i es el desfase temporal debido a la posición de cada dipolo.

Es precisamente este desfase el que produce la distorsión en el pulso radiado (Fig. 270). Este *time-delay* (Δt) es el parámetro que caracteriza si la antena es de banda ancha en el sentido de minimizar la distorsión de una señal de banda ancha. Se observa cómo la señal de entrada es una aproximación a una señal cuadrada. El hecho de introducir un *time-delay* para cada dipolo según indica la ecuación (272), provoca que la señal de salida esté distorsionada. Observamos que podemos aplicar la teoría de sistemas lineales y obtener la respuesta impulsional de la antena h(t). Cabe subrayar que esta respuesta temporal depende además de la dirección de observación (θ, φ), es decir, la respuesta impulsional es una función del tipo h(t, θ, φ).

En este sencillo caso se ha supuesto un *time-delay* discreto para cada frecuencia. En la práctica es una función continua. La condición por lo tanto para que la antena no distorsione es:

$$\frac{\partial \Delta t(f)}{\partial f}=0 \qquad (273)$$

Que quiere decir que el time-delay sea constante en función de la frecuencia.

Por lo tanto, sobre la antena logoperiódica de la Fig. 260, a pesar de tener una respuesta del coeficiente de reflexión de banda ancha, no podemos saber si cuando está sometida a una señal de entrada de banda ancha distorsionará o no el pulso ya que falta tener información sobre el *time-delay*. La antena logo-periódica tiene aplicaciones en el campo de EMC para poder captar un gran margen de frecuencias del equipo bajo testeo, pero por lo visto en este capítulo no podemos asegurar que sea una antena que no distorsione un pulso de entrada con alto contenido espectral.

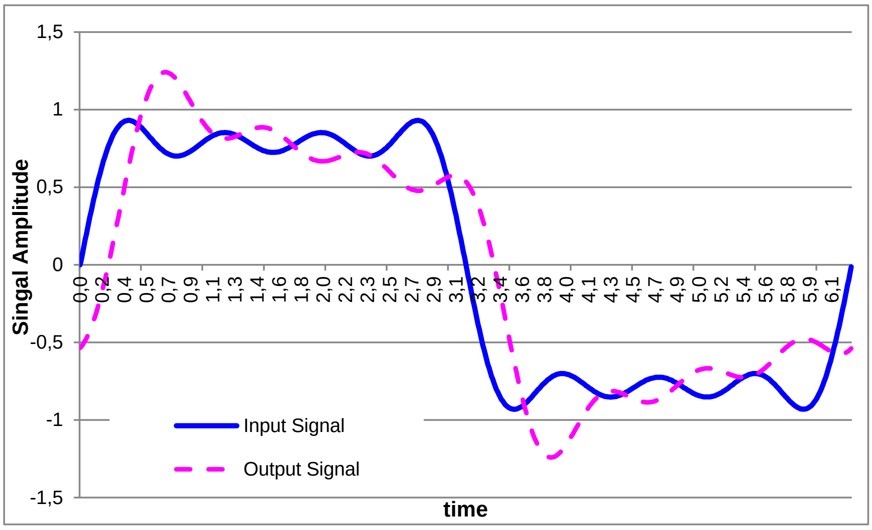


Fig. 270 Señal entrada formada por los cuatro primeros armónicos de un tren de pulsos rectangular. Señal de salida distorsionada por el efecto del desfase temporal.

RESUMEN

Se ha descrito las limitaciones de las antenas resonantes con respecto a su reducido ancho de banda. Se ha introducido el principio de Rumsey, uno de los principios fundamentales en los en que se basan las antenas independientes de la frecuencia. Utilizando la autoescalabilidad, se ha analizado un caso de antena autosimilar inspirada en la geometría fractal que permite diseñar antenas multifrecuencia. Una posibilidad de tener comportamiento multifrecuencia es cargar la antena de forma que se pueda mitigar la propagación de la corriente en las frecuencias de interés. Finalmente, al hablar de banda ancha se ha tener en cuenta si el sistema está pensado para operar con señales con alto contenido espectral. En caso afirmativo se tiene que tener en cuenta que se debe caracterizar la antena con el *time-delay.*

Bibliografía

1. IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas, Std 145-1983, Revision of ANSI/IEEE Std 145-1973.

2. C.A.Balanis, “Antenna Theory: Analysis and Design”, 2on Edition John Wiley, 1997

3. J. Anguera, “Simulación electromagnética mediante el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo “. Revista INPUT nº23 Enginyeria La Salle, Universitat Ramon Llull, Dec. 2001.

4. S. Risco, J. Anguera, A. Andújar, A. Pérez, C. Puente, “Coupled Monopole Antenna Design for Multiband Handset Devices”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.52, nº10, pp.359-364, Feb. 2010.

5. J. M. J. W. Jayasinghe, D.N. Uduwawala, and J. Anguera, “Design of Dual Band Patch Antennas for Cellular Communications by Genetic Algorithm Optimization”, International Journal of Engineering & Technology, vol.1, nº1, pp.26-43, 2012

6. S. A. Long, M. McAllister, and L. C. Shen, “The resonant cylindrical cavity antenna”, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-31, pp.406–412, May 1983.

7. M. McAllister and S. A. Long, “Resonant hemispherical dielèctric antenna,” Electron. Lett., vol. 20, pp. 657–659, Aug. 1984

8. C.Puente, “Fractal antennas”, Ph.D. Dissertation at the Dept. of Signal Theory and Communications, Universitat Politècnica de Catalunya, 1997.

9. C.Borja, “Fractal microstrip patch antennas with fractal perimeter and self-affine properties” Ph.D. Dissertation at the Dept. of Signal Theory and Communications, Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.

10. J.Anguera, “Fractal and Broadband Techniques on Miniature, Multifrequency, and High-Directivity Microstrip Patch Antennas”, Ph.D. Dissertation at the Dept. of Signal Theory and Communications, Universitat Politècnica de Catalunya, 2003.

11. J. Anguera, C. Puente, C. Borja, and J. Soler, “Fractal-Shaped Antennas: a Review”. Wiley Encyclopedia of RF and Microwave Engineering, vol.2. pp.1620-1635, 2005.

12. J.Anguera, J-P Daniel, C.Borja, J.Mumbrú, C.Puente, T.Leduc, N.Laeveren, P. Van Roy, “Metallized Foams for Fractal-Shaped Microstrip Antennas”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.50, nº6, Dec. 2008, pp.20-38

13. T.K.Sarkar, R.J.Mailloux, A.A.Oliner, M.Salazar, D.L.Sengupta, “History of Wireless”, Wiley-Interscience, Kai Chang, Series Editor, 2006

14. R. H. Johnston and J. G. McRory, “An improved small antenna radiation efficiency measurement method,” IEEE Antennas Propag. Mag.,vol. 40, no. 5, pp. 40–48, Oct. 1998.

15. M. Geissler, O. Litschke, D. Heberling, P. Waldow, and I. Wolff, “An improved method for measuring the radiation efficiency of mobile devices,” in Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp., Jun. 2003, vol.4, pp. 743–746.

16. P. Miskovský, J. M. González, and J. Romeu, “Antenna Radiation Efficiency Measurement in an Ultrawide Frequency Range”, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol.8, 2009, pàg.72-175

17. A.Cardama, L.Jofre, J.M.Rius, J.Romeu, S.Blanch, “Antenas”, Edicions UPC.

18. W.L.Stutzman, Gary A.Thiele, “Antenna Theory and Design”, 2on Edition, John Wiley, 1998.

19 IEEE Globlal History Network (ieeeghn.org)

20. Enciclopedia Universal Ilustrada, Espasa Calpe.

21. J. Anguera, A. Sanz, Y.J. Ko, C. Borja ,C. Puente, J. Soler, “Theoretical and Practical experiments for a Single Antenna Gain Testing Method: Applications to Wireless Devices”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.49, nº8, pp.1781-1785, August 2007.

22. H. A. Wheeler, “The radiansphere around a small antenna,” Proc. IRE, vol. 47, pp. 1325-1331, Aug. 1959

23. H. A. Wheeler, “Fundamental limitations of small antennas,” Proc. IRE, vol.35, pp. 1479-1484, Dec. 1947.

24 A. Andújar, J. Anguera, C. Puente, A. Pérez, “On the radiation pattern of the L-shaped wire antenna”, Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 6, 91-105, 2009.

25. M.I.Skolnik, “Introduction to Radar Systems”, McGraw-Hill International Editions, 2on Edition, 1980.

26. D.L. Sengupta and T.K.Sarkar, “Maxwell, Hertz, the Maxwellians, and the Early History of Electromagentic Waves”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.45, nº2, April 2003, pàg.13-19.

27. M.R.Spiegel, “Anàlisi vectorial”, Mc.GrawHill, 1990.

28. R.Nevels and C.S. Shin, “Lorenz, Lorentz, and the gauge”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.43, nº3, June 2001, pàg.70-72.

29. J.R.Bray, “From Maxwell to Einstein: Introducing the Time-Dilation Property of Special Relativity in Undergraduate Electromagnetics”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.48, nº3, June 2006, pàg.109-114.

30. R.F.Harrington, “Time-Harmonic Electromagnetic Fields”, McGraw-Hill, Inc. 1961.

31. J.D.Kraus, “Antennas”, McGraw-Hill 1988.

32. S.Drabowitch, A.Papiernik, H.D.Griffths, J.Encinas, B.L.Smith, “Modern Antennas”, 2nd Edition, Springer, 2005.

33. P.P. Toulios and E.W. Weber, “Determination of Antenna Reactance from the far-Field Expressions”, IEEE Proceeding Letters, vol.61, nº2, pp.245, 1973.

34. J. Anguera, J. Vergés, D. Aguilar, J.L.Pijoan, C. Puente, “Handset antenna for FM reception: subjective evaluation and human effects”. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, San Diego, California, USA, July 2008

35. D. Aguilar, J. Anguera, M. Ribó, C. Puente, “Small handset antenna for FM reception”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.50, nº10, pp.2677-2683, October 2008

36. J. Vergés, J. Anguera, C. Puente, D. Aguilar, “Analysis of the human body on the radiation of FM handset antenna”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.51, n11, pp.2588-2590, November 2009.

37. Y.Huang and K.Boyle, “Antennas: from Theory to Practice”, John Wiley and Sons, 2008

38. J. Anguera, I. Sanz, J. Mumbrú, C. Puente, “Multi-Band Handset Antenna with a Parallel Excitation of PIFA and Slot Radiators”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.58, nº2, pp.348-356, Feb.2010

39. http://www.feko.info/

40. J. Anguera, C. Puente, E. Martínez, and E. Rozan, “The fractal Hilbert monopole: A two-dimensional wire”. Microwave and Optical Technology Letters, vol.36, nº2, pp.102-104, Jan. 2003

41. J. Anguera, L. Boada, C. Puente, C. Borja, and J. Soler, “Miniature H-Shaped Microstrip Patch Antenna”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.52, nº4, pp.983-993, April 2004.

42. J. Anguera, C. Puente, and C. Borja, “A Procedure to Design Stacked Microstrip Patch Antenna Based on a Simple Network Model”. Microwave and Optical Technology Letters, vol.30 nº3 pp.149-151 August 2001.

43. http://www.zeland.com/.

44. R. P. Feynman, “The Strange Theory of Light and Matter”, Princeton University Press, 1983

45. J. Anguera, G. Montesinos, C. Puente, C. Borja, and J. Soler, “An Under-Sampled High Directivity Microstrip Patch Array with a Reduced Number of Radiating elements Inspired on the Sierpinski Fractal”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.37, nº2, pp.100-103, April 2003.

46. Q. Esquirol, “Antenna Array Optimization Using Genetic Algorithms”, Treball Fi de Carrera, Facultat d’Enginyeria, Director: J.Anguera. Universitat Ramon Llull, 2002

47. Q. Esquirol, “Antenna Radiation Pattern Synthesis using Neural Networks and Genetic Algorithms”, Projecte Fi de Carrera, Facultat d’Enginyeria, Director: J.Anguera. Universitat Ramon Llull, 2003

48. M. A. Antoniades and G. V. Eleftheriades, “Compact Linear Lead/Lag Metamaterial Phase Shifters for Broadband Applications”, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol.2, 2003, pàg.103-106

49. R.S.Elliot, “Antenna Theory and Design”, Revised Edition, IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, 2003.

50. O.M.Bucci, G.Peliosi, S.Selleri, “Cassegrain?”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.41, nº3, June 1999, pàg.7-13.

51. J. Huang and J.A. Encinar, “Reflectarray Antennas”, IEEE Press, 2008

52. Y.Jay Guo and S.K. Bartron, “Fresnel Zone Antennas”, Kluwer Academic Publishers, 2002

53. B. Khayatian and Y. Rahmat-Samii, “A novel antenna concept for future solar sails: application of Fresnel antennas”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.46, nº2, April 2004, pp.50-63

54. I. Sanz, “High-Directivity Techniques for Microstrip Antennas”, Projecte Fi de Carrera, Facultat d’Enginyeria de Telecomunicació, Director: J.Anguera. Universitat Politècnica de Catalunya, 2008

55. G. Von Trentini, “Partially Reflecting Sheet Arrays”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, October 1956, pp.666-671

56. R.Chatterjee, “Advanced Microwave Engineering: special advanced topics”, Elis Horwood Series in Electrical and Electronic Engineering, 1988.

57. R.K.Wangsness, “Campos Electromagnéticos”, Limusa 1983.

58. C. Puente, J. Romeu, R. Pous, X. García, and F. Benítez, “Fractal multiband antenna based on the Sierpinski gasket,” IEE Electron. Lett., vol. 32, no. 1, pp. 1–2, Jan. 1996.

59. J. Anguera, C. Puente, C. Borja, G. Font, and J. Soler “A systematic method to design single-patch broadband microstrip patch antennas”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.31, nº3, pp.185-188, Nov 2001.

60. A. Andújar, J. Anguera, C. Puente, “A Systematic Method to Design Broadband matching Networks”, European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2010, Barcelona

61. O.J. Lodge, “Electric Telegraphy”, U.S. Patent 609,154, 16 Aug. 1898

62. Y. Mushiake, “Self-Complementary Antennas”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.34, nº6, Dec. 1992, pàg.23-29.

63. H.G. Booker, "Slot aerials and their relation to complementary wire aerials", Proc. IEE, pt. IIIA, 90, 4 pp.620-629, April, 1946